

# 艾里光束的光强闪烁研究

王加安<sup>1</sup>, 王馨兰<sup>2</sup>, 郭林炆<sup>1</sup>, 车 英<sup>1</sup>, 尹 鹏<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022;

<sup>2</sup> 长春理工大学光电工程学院微纳光学制造实验室, 吉林 长春 130022

**摘要** 基于 Rytov 方法并采用 von-Karman 模型对艾里光束的光强闪烁进行了分析。根据接收器接收面上光强度分布不均匀的现象, 提出了艾里光束的面光强闪烁模型, 推导了艾里光束在大气湍流中的面光强闪烁的表达式。数值仿真结果表明: 当光束宽度一定时, 相同光束传播距离下指数截断因子越小, 光强闪烁越小; 当传播距离为 3 km、指数截断因子为 0.2 时, 艾里光束的宽度约为 1.6 cm, 光强闪烁最小。此外, 光源强度和接收光强相同时, 将艾里光束与高斯光束进行了对比, 发现艾里光束的光强闪烁小于高斯光束的光强闪烁。

**关键词** 大气光学; 大气湍流; 艾里光束; 光强闪烁; von-Karman 模型

**中图分类号** O431.1 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201737.0626001

## Light Intensity Scintillation of Airy Beam

Wang Jiaan<sup>1</sup>, Wang Xinlan<sup>2</sup>, Guo Linyang<sup>1</sup>, Che Ying<sup>1</sup>, Yin Peng<sup>1</sup>

<sup>1</sup> College of Photo-Electronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China;

<sup>2</sup> Laboratory of Micronano Optical Manufacturing, College of Photo-Electronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China

**Abstract** The light intensity scintillation of Airy beam is analyzed based on von-Karman model and Rytov method. According to the uneven distribution of light intensity on the receiving plane of receiver, a surface light intensity scintillation model of Airy beam is proposed, and surface light intensity scintillation expressions of Airy beam are derived. The simulation results show that, when the beam width is fixed and the propagation distances are equal, the smaller the exponential truncation factor is, the smaller the light intensity scintillation is. The smallest light intensity scintillation of Airy beam is achieved with propagation distance of 3 km, exponential truncation factor of 0.2 and beam width around 1.6 cm. Furthermore, the light intensity scintillation of Airy beam is smaller than that of Gaussian beam with the same light source intensity and receiving light intensity.

**Key words** atmospheric optics; atmospheric turbulence; Airy beam; light intensity scintillation; von-Karman model

**OCIS codes** 010.1290; 010.1330; 060.2605

## 1 引 言

激光束在大气中传播时, 会受到大气湍流的影响。大气湍流可引起光强闪烁、光束漂移和光束扩展等湍流效应<sup>[1]</sup>, 其中, 光强闪烁是光通信链路中的主要干扰因素<sup>[2]</sup>。目前已存在许多处理的方法, 包括采用部分相干光束<sup>[1]</sup>、多波长组合光束<sup>[3]</sup>、阵列光束<sup>[4]</sup>以及改变源光束和源光束参数<sup>[5]</sup>等。在此基础上, 国内外研究人员研究了包括高斯光束在内的各种类型光束的光强闪烁现象。Kiasaleh<sup>[3]</sup>将多波长组合的高斯光束与单波长高斯光束进行对比, 假设光束在近地面传播, 采用 Rytov 近似法进行了分析, 结果表明多波长组合的高斯光束的光强闪烁小于单波长高斯光束的光强闪烁; Gu 等<sup>[5]</sup>通过使用 Rytov 近似法, 数值模拟了强湍流情况下 pseudo-Bessel 光束的闪烁指数, 结果表明通过改变光束的相干参数, pseudo-Bessel 光束的光强闪烁

收稿日期: 2016-11-25; 收到修改稿日期: 2017-02-01

基金项目: 长春理工大学校内基金(cust201504089)

作者简介: 王加安(1990—), 男, 博士研究生, 主要从事光通信方面的研究。E-mail: wangjiaangood@126.com

导师简介: 车 英(1964—), 男, 博士, 教授, 主要从事光通信、精密测控技术方面的研究。E-mail: cheying@cust.edu.cn

小于完全相干光束。艾里光束具有自恢复、较小的光强闪烁和自弯曲等特性。2007年, Siviloglou等<sup>[6]</sup>通过实验产生了艾里光束, 便于研究工作者对艾里光束在大气湍流中的效应进行更加深入的研究。Deng等<sup>[7]</sup>研究了艾里-Gaussian光束在强非局域非线性介质中的传播, 通过分析数值解和解析解, 确定了数值法和解析法之间存在差异的原因是 Snyder-Mitchell模型近似法不能保持线性动能守恒, 得出了艾里-Gaussian光束在指数响应函数材料中呈周期性变化的结论。Chu<sup>[8]</sup>对艾里光束在大气湍流中的光强变化过程进行了研究, 发现艾里光束的质心位置和偏振在湍流中是相互独立的。然而, 以上研究主要集中于艾里光束的传播及自弯曲方面的特性, 而对光强闪烁的研究很少。Gu等<sup>[9]</sup>采用多相位屏模型, 利用4束艾里光束的阵列, 实现了光强闪烁的测量, 通过实验发现, 阵列的艾里光束可以实现极小的光强闪烁, 且艾里光束衍射接近于理论极限。对于光学接收器而言, 进入接收器孔径的光强分布对光强闪烁的研究有着重要作用, 因此, 分析光强闪烁时应考虑接收器表面上的光强分布<sup>[10]</sup>。

采用 von-Karman 湍流功率谱模型, 以 Rytov 方法为基础, 研究了贯轴接收面上单个点的艾里光束的闪烁指数, 并将其扩展到面光强闪烁的研究, 推导出了艾里光束面光强闪烁指数的表达式。在此基础上, 比较了相同光源强度及接收强度的艾里光束和高斯光束的光强闪烁效应, 发现艾里光束的光强闪烁小于高斯光束。

## 2 基于 Rytov 方法的艾里光束理论分析

闪烁指数是指光强起伏差与光强均值的平方的比值<sup>[11]</sup>, 可表示为

$$\beta^2 = (\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2) / \langle I \rangle^2, \quad (1)$$

式中  $\beta$  为闪烁指数,  $\langle \rangle$  表示系综平均,  $I$  为光束的光强。

设  $L$  为光束的传播距离,  $\langle I^2(\rho_x, \rho_y, L) \rangle$  为接收面上光强平方的均值,  $\langle I(\rho_x, \rho_y, L) \rangle^2$  为接收面上光强均值的平方,  $\rho_x$  和  $\rho_y$  分别为与光源面距离为  $L$  的接收面上  $(x, y)$  对应的坐标, 则接收面上  $(\rho_x, \rho_y)$  的闪烁指数可定义为<sup>[12]</sup>

$$\beta^2(\rho_x, \rho_y, L) = \frac{\langle I^2(\rho_x, \rho_y, L) \rangle - \langle I(\rho_x, \rho_y, L) \rangle^2}{\langle I(\rho_x, \rho_y, L) \rangle^2} = \frac{\langle I^2(\rho_x, \rho_y, L) \rangle}{\langle I(\rho_x, \rho_y, L) \rangle^2} - 1. \quad (2)$$

当光强闪烁较小时, 利用 Rytov 函数一阶近似, 可将(2)式转化为<sup>[12-13]</sup>

$$\begin{aligned} \beta^2(\rho_x, \rho_y, L) = & \frac{\langle I(\rho_x, \rho_y, L) \rangle^2 \exp [2\langle \psi_1(\rho_{x1}, \rho_{y1}, L) \psi_1^*(\rho_{x2}, \rho_{y2}, L) \rangle + 2\langle \psi_1(\rho_{x1}, \rho_{y1}, L) \psi_1(\rho_{x2}, \rho_{y2}, L) \rangle]}{\langle I(\rho_x, \rho_y, L) \rangle^2} - 1 = \\ & \exp [2\langle \psi_1(\rho_{x1}, \rho_{y1}, L) \psi_1^*(\rho_{x2}, \rho_{y2}, L) \rangle + 2\langle \psi_1(\rho_{x1}, \rho_{y1}, L) \psi_1(\rho_{x2}, \rho_{y2}, L) \rangle] - 1 \approx \\ & 2\langle \psi_1(\rho_{x1}, \rho_{y1}, L) \psi_1^*(\rho_{x2}, \rho_{y2}, L) \rangle + 2\langle \psi_1(\rho_{x1}, \rho_{y1}, L) \psi_1(\rho_{x2}, \rho_{y2}, L) \rangle, \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $\langle \psi_1(\cdot, \cdot, L) \rangle$  表示光束传播距离为  $L$  时大气湍流产生的扰动, 文献[12-13]对  $\langle \psi_1(\cdot, \cdot, L) \rangle$  进行了详细推导, 这里不再赘述;  $\langle \psi_1^*(\cdot, \cdot, L) \rangle$  为  $\langle \psi_1(\cdot, \cdot, L) \rangle$  的共轭。基于 Rytov 函数一阶形式的光强闪烁指数满足

$$\begin{aligned} \beta^2(\rho_x, \rho_y, L) = & \frac{k^4}{\pi} \int_0^L dp \int_0^{2\pi} d\Phi_\kappa \int_0^\infty d\kappa \frac{\kappa \Phi_n(\kappa)}{(L-p)^2} \times \left\{ \int_{-\infty}^\infty d\rho_{x1} d\rho_{y1} \frac{U_R(\rho_{x1}, \rho_{y1}, p)}{|U_R(\rho_x, \rho_y, L)|^2} \times \right. \\ & \exp [j\kappa(\rho_{x1} \cos \phi_\kappa + \rho_{y1} \sin \phi_\kappa)] \times \exp \left[ \frac{jk}{2(L-p)} (\rho_{x1}^2 + \rho_{y1}^2 - 2\rho_x \rho_{x1} - 2\rho_y \rho_{y1}) \right] \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty d\rho_{x2} d\rho_{y2} \times \\ & U_R^*(\rho_{x2}, \rho_{y2}, p) \exp [-j\kappa(\rho_{x2} \cos \phi_\kappa + \rho_{y2} \sin \phi_\kappa)] \times \exp \left[ \frac{-jk}{2(L-p)} (\rho_{x2}^2 + \rho_{y2}^2 - 2\rho_x \rho_{x2} - 2\rho_y \rho_{y2}) \right] + \\ & \text{Re} \left\{ \exp \left[ \frac{jk(\rho_x^2 + \rho_y^2)}{L-p} \right] \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty d\rho_{x1} d\rho_{y1} \times \frac{U_R(\rho_{x1}, \rho_{y1}, p)}{U_R^2(\rho_x, \rho_y, L)} \exp [j\kappa(\rho_{x1} \cos \phi_\kappa + \rho_{y1} \sin \phi_\kappa)] \times \right. \\ & \exp \left[ \frac{jk}{2(L-p)} (\rho_{x1}^2 + \rho_{y1}^2 - 2\rho_x \rho_{x1} - 2\rho_y \rho_{y1}) \right] \times \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty d\rho_{x2} d\rho_{y2} U_R(\rho_{x2}, \rho_{y2}, p) \times \\ & \left. \exp [-j\kappa(\rho_{x2} \cos \phi_\kappa + \rho_{y2} \sin \phi_\kappa)] \times \exp \left[ \frac{jk}{2(L-p)} (\rho_{x2}^2 + \rho_{y2}^2 - 2\rho_x \rho_{x2} - 2\rho_y \rho_{y2}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $\beta(\rho_x, \rho_y, L)$  为与光源面距离为  $L$  的接收面上点  $(\rho_x, \rho_y)$  的闪烁指数,  $p$  为轴向传播距离,  $U_R^{\text{fs}}(\cdot, \cdot, \cdot, p)$  为轴向传播距离为  $p$  时的自由空间接收场,  $\phi_\kappa$  为方位角,  $\kappa$  为空间波数的量级,  $\Phi_n(k)$  为折射率起伏功率谱密度函数,  $k$  为与波长  $\lambda$  有关的波数 ( $k=2\pi/\lambda$ )。 (4) 式描述的是自由空间接收场中接收器贯轴面上的光强闪烁指数。

艾里光束的光源场分布为

$$U_S(s_x, s_y) = A\left(\frac{s_x}{w_x}\right)A\left(\frac{s_y}{w_y}\right)\exp\left(\frac{a_x s_x}{w_x} + \frac{a_y s_y}{w_y}\right), \quad (5)$$

式中  $(s_x, s_y)$  为光源面的二维位置坐标,  $A(\cdot)$  为艾里函数,  $w_x$  和  $w_y$  为与光束宽度参数,  $a_x$  和  $a_y$  为指数截断因子有关的参量。将 (5) 式代入广义惠更斯-菲涅耳公式进行积分, 得到接收场  $U_R(\rho_x, \rho_y, L)$  的场分布为

$$U_R(\rho_x, \rho_y, L) = A_x A_y E_x E_y, \quad (6)$$

$$A_x = A\left(\frac{\rho_x}{w_x} + \frac{j a_x L}{k w_x^2} - \frac{L^2}{4 k^2 w_x^4}\right), \quad (7)$$

$$E_x = \exp\left(\frac{a_x \rho_x}{w_x} + \frac{j \rho_x L}{2 k w_x^3} + \frac{j a_x^2 L^2}{2 k w_x^2} - \frac{a_x L^2}{2 k^2 w_x^4} - \frac{j L^3}{12 k^3 w_x^6}\right), \quad (8)$$

$$A_y = A\left(\frac{\rho_y}{w_y} + \frac{j a_y L}{k w_y^2} - \frac{L^2}{4 k^2 w_y^4}\right), \quad (9)$$

$$E_y = \exp\left(\frac{a_y \rho_y}{w_y} + \frac{j \rho_y L}{2 k w_y^3} + \frac{j a_y^2 L^2}{2 k w_y^2} - \frac{a_y L^2}{2 k^2 w_y^4} - \frac{j L^3}{12 k^3 w_y^6}\right). \quad (10)$$

采用 von-Karman 折射率模型<sup>[14]</sup>, 即

$$\Phi_n(\kappa) = \sigma^2 \frac{55l}{9\pi} \frac{(al\kappa)^4}{1 + (al\kappa^2)^{17/6}}, \quad (11)$$

式中  $a=1.33$ ,  $l$  为湍流尺度,  $\sigma$  为湍流强度。将 (6) 式代入 (4) 式中, 得到艾里光束面光强闪烁指数的表达式为

$$\begin{aligned} \beta^2(\rho_x, \rho_y, L) = & 0.4147k^2 C_n^2 \int_0^L dp \int_0^{2\pi} d\phi_\kappa \int_0^\infty d\kappa \frac{\kappa \exp[-\kappa^2 (l_0/5.92)^2]}{[\kappa^2 + (2\pi/L_0)^2]^{11/6}} \times \\ & \left\{ \exp\left(-\frac{2(L-p)}{k w_x} a_x \kappa \cos \phi_\kappa\right) \frac{|A_{x1}|^2 |A_{y1}|^2}{|A_x|^2 |A_y|^2} - \right. \\ & \left. \text{Re}\left[\exp\left(-\frac{j(L-p)}{k} \kappa^2 \cos^2 \phi_\kappa\right) \frac{A_{x1} A_{x2} A_{y1} A_{y2}}{A_x^2 A_y^2}\right] \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$A_{x1} = A\left\{\frac{\rho_x}{w_x} + \frac{1}{k w_x^2} [j a_x L - \kappa w_x (L-p) \cos \phi_\kappa] - \frac{L^2}{4 k^2 w_x^4}\right\}, \quad (13)$$

$$A_{x2} = A\left\{\frac{\rho_x}{w_x} + \frac{k}{w_x^2} [j a_x L - \kappa w_x (L-p) \cos \phi_\kappa] - \frac{k^2 L^2}{4 w_x^4}\right\}, \quad (14)$$

$$A_{y1} = A\left\{\frac{\rho_y}{w_y} + \frac{1}{k w_y^2} [j a_y L - \kappa w_y (L-p) \sin \phi_\kappa] - \frac{L^2}{4 k^2 w_y^4}\right\}, \quad (15)$$

$$A_{y2} = A\left\{\frac{\rho_y}{w_y} + \frac{k}{w_y^2} [j a_y L - \kappa w_y (L-p) \sin \phi_\kappa] - \frac{k^2 L^2}{4 w_y^4}\right\}, \quad (16)$$

式中  $C_n^2$  为大气折射率结构常量,  $l_0$  和  $L_0$  分别为内、外湍流尺度的大小。

### 3 仿真结果分析

为了便于分析, 以接收面上的单个点为目标分析艾里光束的闪烁指数。对于光源面, 较大的光束宽度会增大光束主瓣, 而较大的指数截断因子会减小光束旁瓣。因此仿真参数的选择为: 波长  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ , 结构常量  $C_n^2=10^{-15} \text{ m}^{2/3}$ , 内尺度  $l_0$  无限趋于 0, 外尺度  $L_0$  无限趋于  $\infty$ , 同时假设  $x, y$  对称。

图 1 为在指数截断因子为定值的条件下, 光束宽度不同时闪烁指数与光束传播距离之间的关系, 取  $a_x=0.5$ 。现有的研究发现艾里光束的自弯曲特性决定了光源的参数及光束传播距离, 因此用  $\rho_{x\text{MAX}}$  代替  $\rho_x$

进行计算,  $\rho_{x\text{MAX}}$  为一定传播距离下接收面上  $\rho_x$  的最大值。由图 1 可以看出,  $w_x$  为 1.5 cm 和 2 cm 时光强闪烁较小, 尤其当  $w_x = 2$  cm 时, 即使传播距离达到 3~4 km, 闪烁指数的值仍然很小, 说明较大的光束宽度增加了光束的主瓣, 当指数截断因子确定后且光束宽度小于 2 cm 时, 闪烁指数随着光束宽度的增大而减小, 从而提高了通信距离。当  $w_x = 3$  cm 时, 闪烁指数大于其他光束宽度的闪烁指数, 说明  $a_x = 0.5$  时光束宽度对光强闪烁的影响大于指数截断因子对光强闪烁的影响。

图 2 为在光束宽度为定值的条件下, 指数截断因子不同时的闪烁指数与光束传播距离之间的关系, 这里取  $w_x = 2$  cm。由图 2 可以看出, 相同传播距离下, 指数截断因子越小, 闪烁指数就越小。特别是当  $a_x = 0.2$ 、 $a_x = 0.5$  时, 即使传播距离达到 4 km, 闪烁指数仍然较小, 说明光束宽度为定值即可确定光束主瓣的大小, 较小的指数截断因子增加了光束的旁瓣, 增强了光束的能量, 闪烁指数随着指数截断因子的减小而减小, 从而增加了通信距离。

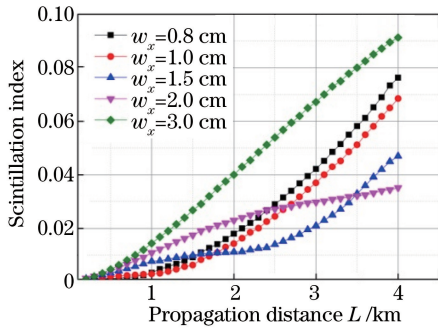


图 1 闪烁指数、光束传播距离和光束宽度之间的关系  
Fig. 1 Relationship among scintillation index, beam propagation distance and beam width

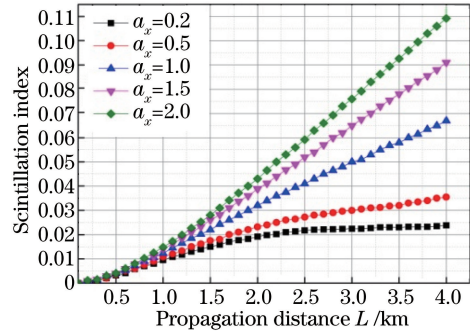


图 2 闪烁指数、光束传播距离和指数截断因子之间的关系  
Fig. 2 Relationship among scintillation index, beam propagation distance and exponential truncation factor

图 3 为在传播距离为定值的条件下, 光束宽度不同时闪烁指数与指数截断因子之间的关系图, 这里取  $L = 3$  km。由图 3 可以看出, 光束宽度较小、指数截断因子较大时, 光强闪烁较小。当  $w_x$  超过 1.2 cm 后, 较小的指数截断因子产生了比较大指数截断因子更小的光强闪烁, 即当光束宽度大于 1.2 cm 后, 由光束宽度决定的光束主瓣对于光束闪烁指数的影响超过由指数截断因子决定的光束旁瓣。当光束宽度  $w_x = 1.6$  cm、 $a_x = 0.2$  时, 艾里光束的闪烁指数达到最小值(0.012)。

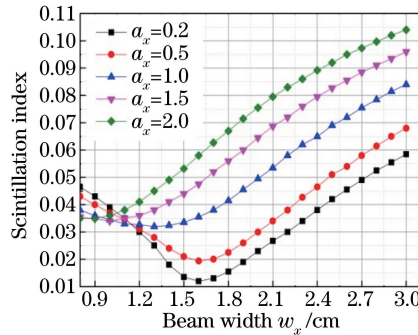


图 3 闪烁指数、光束宽度和指数截断因子之间的关系  
Fig. 3 Relationship among scintillation index, beam width and exponential truncation factor

#### 4 艾里光束与高斯光束的比较

研究发现, 艾里光束的光强闪烁与光束宽度、光束传播距离、指数截断因子之间的关系与高斯光束非常相似, 因此将艾里光束与高斯光束进行比较。

对于一个光学接收器, 影响其性能的两个主要因素是光强闪烁和进入接收器孔径的光强。为了提升接收器的性能, 光强闪烁应尽量小, 而接收光强应尽可能强。光学接收器会接收进入孔径的全部光强, 包括边缘光强, 因此需要将(5)式变换为面光强闪烁的表达式<sup>[10,15-16]</sup>。为了定量评价艾里光束和高斯光束的光强闪烁, 选



择具有相同光源强度的艾里光束和高斯光束,利用(5)式的一阶表达式,计算得到一维艾里光束的功率为

$$P_{AS} = \int_{-\infty}^{\infty} ds_x A^2 \left( \frac{s_x}{\tau w_x} \right) \exp \left( \frac{2a_x s_x}{\tau w_x} \right). \quad (17)$$

对于尺寸大小为  $\alpha_x$  的一维高斯光束的功率为

$$P_{GS} = \int_{-\infty}^{\infty} ds_x \exp \left( -\frac{s_x^2}{\alpha_x} \right) = \pi^{0.5} \alpha_x. \quad (18)$$

由于一维艾里光束和一维高斯光束的光源强度相等,有

$$P_{AS} = P_{GS}, \quad \alpha_x = \pi^{-0.5} P_{AS}. \quad (19)$$

图 4 为相同能量下艾里光束与高斯光束的光源参数曲线。

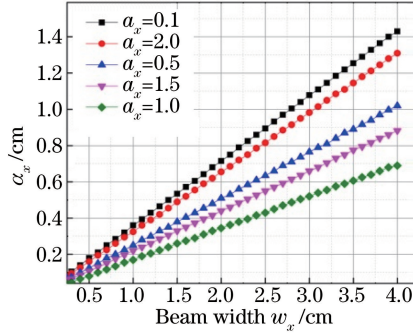


图 4 艾里光束和高斯光束的光源参数曲线

Fig. 4 Light source parameter curves of Airy beam and Gaussian beam

接收器接收的光功率  $P_{GR} = \epsilon^{0.5} P_{GS}$ , 其中  $\epsilon$  为接收器的接收效率,  $\epsilon = P_{GR}/P_{GS}$ ,  $0 < \epsilon < 1$ 。接收器接收的光功率与接收器孔径  $\rho_{xG}$  之间的关系为

$$P_{GR} = \epsilon^{0.5} P_{GS} = \int_0^{\rho_{xG}} d\rho_x I_{GR}(\rho_x, L) = \frac{2k\alpha_x^2}{\sqrt{k^2\alpha_x^4 + L^2}} \int_0^{\rho_{xG}} d\rho_x \exp \left[ -\rho_x^2 \frac{(k\alpha_x)^2}{k^2\alpha_x^4 + L^2} \right], \quad (20)$$

式中  $I_{GR}(\rho_x, L)$  为高斯光束的一维接收光强。对(20)式进行积分可得

$$\operatorname{erf} \left[ \rho_{xG} \frac{k\alpha_x}{\sqrt{k^2\alpha_x^4 + L^2}} \right] - \sqrt{\epsilon} = 0, \quad (21)$$

式中  $\operatorname{erf}(\cdot)$  为误差函数。根据(21)式,可计算得到高斯光束与接收效率  $\epsilon$  相对应的孔径值  $\rho_{xG}$ 。由于艾里光束的接收孔径需位于接收强度最大值的中心,而最大值与传播距离及光源参数有关,因此艾里光束的计算更为复杂。在弱湍流情形下,位于自由空间强度时,通过强度从一阶矩到零阶矩的比率得到  $\beta_{x\text{MAXA}}$  的数值,使用 Matlab 中  $\max$  函数计算,确定接收强度最大值的位置。一个以  $\rho_{x\text{MAXA}}$  为中心、大小为  $2\rho_{xA}$  的孔径接收到的功率  $P_{AR}$  可表示为

$$P_{AR} = \int_{\rho_{x\text{MAXA}} - \rho_{xA}}^{\rho_{x\text{MAXA}} + \rho_{xA}} d\rho_x I_{AR}(\rho_x, L) = \int_{\rho_{x\text{MAXA}} - \rho_{xA}}^{\rho_{x\text{MAXA}} + \rho_{xA}} d\rho_x [U_{AR}(\rho_x, L)]^2 = \exp \left( -\frac{a_x L^2}{k^2 w_x^4} \right) \int_{\rho_{x\text{MAXA}} - \rho_{xA}}^{\rho_{x\text{MAXA}} + \rho_{xA}} d\rho_x \left| A \left( \frac{4k^2 w_x^3 \rho_x + 4jk w_x^2 a_x L - L^2}{4k^2 w_x^4} \right) \right| \exp \left( \frac{2a_x \rho_x}{\tau w_x} \right), \quad (22)$$

其中

$$P_{AR} - \sqrt{\epsilon} \pi \alpha_x = 0. \quad (23)$$

利用(22)式计算得到光源为艾里光束、 $\epsilon$  为定值时所对应的孔径大小为  $\rho_{xA}$ 。为了计算面光强闪烁,需从横向接收面的矩形网格中选择闪烁指数,网格交点的坐标值由高斯光束的  $\rho_{xG}$  及艾里光束的  $\rho_{xA}$  和  $\rho_{x\text{MAXA}}$  决定。艾里光束和高斯光束的面光强闪烁表达式分别为

$$\beta_{EA}(L) = \sum_{n_x=-N}^N \sum_{n_y}^N \Delta_{xA} \Delta_{yA} \frac{\beta^2(\rho_{xA n_x}, \rho_{yA n_y}, L)}{I_{AR}(\rho_{xA n_x}, \rho_{yA n_y}, L)}, \quad (24)$$

$$\beta_{EG}(L) = \sum_{n_x=-N}^N \sum_{n_y}^N \Delta_{xG} \Delta_{yG} \frac{\beta^2(\rho_{xG n_x}, \rho_{yG n_y}, L)}{I_{GR}(\rho_{xG n_x}, \rho_{yG n_y}, L)}, \quad (25)$$

式中  $\Delta_{xA}$  和  $\Delta_{yA}$  分别为艾里光束的横向接收面中每个网格在  $x$ 、 $y$  方向的长度,  $\Delta_{xG}$  和  $\Delta_{yG}$  分别为高斯光束的横向接收面中每个网格在  $x$ 、 $y$  方向的长度,  $N$  为决定网格步长的整数,  $\rho_{xA_{n_x}}$  和  $\rho_{yA_{n_y}}$  分别为艾里光束的孔径在  $x$ 、 $y$  方向的长度,  $\rho_{xG_{n_x}}$  和  $\rho_{yG_{n_y}}$  分别为高斯光束的孔径在  $x$ 、 $y$  方向的长度。设  $x$ 、 $y$  对称, 则有

$$\Delta_{xA} = \Delta_{yA} = \frac{\rho_{xA} - \rho_{xMAXA}}{N}, \quad \rho_{-xA_{N}} = \rho_{-yA_{N}} = 2\rho_{xMAXA} - \rho_{xA}, \quad \rho_{xA_{N}} = \rho_{yA_{N}} = \rho_{xA}, \quad (26)$$

$$\Delta_{xG} = \Delta_{yG} = \frac{\rho_{xG}}{N}, \quad \rho_{-xG_{N}} = \rho_{-yG_{N}} = -\rho_{xG}, \quad \rho_{xG_{N}} = \rho_{yG_{N}} = \rho_{xG}, \quad (27)$$

式中  $\rho_{xA_{N}}$ 、 $\rho_{yA_{N}}$  分别为艾里光束的孔径在横向接收面  $x$ 、 $y$  正方向的长度,  $\rho_{-xA_{N}}$ 、 $\rho_{-yA_{N}}$  分别为艾里光束的孔径在横向接收面  $x$ 、 $y$  负正方向的长度,  $\rho_{xG_{N}}$ 、 $\rho_{yG_{N}}$  分别为高斯光束的孔径在横向接收面  $x$ 、 $y$  正方向的长度,  $\rho_{-xG_{N}}$ 、 $\rho_{-yG_{N}}$  分别为高斯光束的孔径在横向接收面  $x$ 、 $y$  负方向的长度。根据(12)式计算出  $\beta^2(\rho_{xA_{n_x}}, \rho_{yA_{n_y}}, L)$ , 并将其代入(24)式中计算  $\beta_{EA}(L)$ , 通过文献[16]计算  $\beta^2(\rho_{xG_{n_x}}, \rho_{yG_{n_y}}, L)$ , 并将其代入(25)式中计算  $\beta_{EG}(L)$ 。

选择光束宽度分别为 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5 cm, 指数截断因子分别为 0.1, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0。表 1 中列出了 30 组面光强闪烁的计算结果。取  $\epsilon = 0.2$ ,  $L = 2$  km, 将第 6 列  $\rho_{xA}$  和第 8 列  $\rho_{xG}$  的值代入(21)、(23)式, 计算接收效率为 20% 时接收器接收的能量, 接收功率与光源大小及接收孔径之间的关系如图 5 所示。对于艾里光束, 用  $\rho_{xMAXA}$  代替  $\rho_{xA}$ , 并将  $N = 25$  代入(24)、(25)式计算面光强闪烁值。

表 1 艾里光束和高斯光束的计算结果

Table 1 Calculation results of Airy beam and Gaussian beam

Point No.	$\omega_x$ /cm	$a_x$	$\alpha_x$ /cm	$P_{AS}^2/\mu W$	$\rho_{xA}$ /cm	$\rho_{xMAXA}$ /cm	$\rho_{xG}$ /cm	$\beta_{EA}$	$\beta_{EG}$
1	1.0	0.1	0.3559	39.83	9.00	5.00	5.82	21510000	0.6227
2	1.0	2.0	0.3252	33.18	3.10	1.70	6.38	0.00258	1.0900
3	1.0	0.5	0.2528	20.12	8.80	4.80	8.18	4676000	5.0100
4	1.0	1.5	0.2190	14.98	2.97	1.37	9.38	0.00845	11.9900
5	1.0	1.0	0.1728	9.39	3.22	1.22	11.98	0.0582	50.5900
6	1.5	0.1	0.5344	89.67	1.80	0.40	3.88	0.0129	0.0515
7	1.5	2.0	0.4876	74.74	3.22	2.02	4.26	0.0009	0.0910
8	1.5	0.5	0.3898	47.69	1.68	0.48	5.32	0.00435	0.3590
9	1.5	1.5	0.3285	33.98	2.63	1.43	6.30	0.00186	1.0140
10	1.5	1.0	0.2597	21.17	1.86	0.66	7.98	0.00351	4.3000
11	2.0	0.1	0.7124	159.28	0.52	-1.08	2.92	0.00456	0.0089
12	2.0	2.0	0.6498	132.79	3.73	2.33	3.20	0.00113	0.0156
13	2.0	0.5	0.5057	80.44	0.31	-0.89	4.10	0.00124	0.0720
14	2.0	1.5	0.4387	60.41	2.81	1.41	4.72	0.00223	0.1730
15	2.0	1.0	0.3458	37.62	0.96	-0.25	5.98	0.00194	0.7400
16	2.5	0.1	0.8911	249.00	-0.11	-1.91	2.36	0.0031	0.0024
17	2.5	2.0	0.8127	207.58	4.57	2.77	2.58	0.00201	0.0041
18	2.5	0.5	0.6327	125.69	-0.24	-1.64	3.28	0.00135	0.0183
19	2.5	1.5	0.5482	94.32	3.16	1.56	3.78	0.00289	0.0440
20	2.5	1.0	0.4323	60.32	2.81	1.41	4.72	0.00223	0.1730
21	3.0	0.1	1.0670	358.00	-0.33	-2.53	2.00	0.0043	0.0008
22	3.0	2.0	0.9751	299.00	5.25	3.25	2.16	0.0025	0.0014
23	3.0	0.5	0.760	181.00	-0.60	-2.20	2.74	0.0016	0.0060
24	3.0	1.5	0.6579	135.78	3.79	1.79	3.16	0.0048	0.0145
25	3.0	1.0	0.5200	84.64	0.58	-1.02	4.00	0.0032	0.0620
26	3.5	0.1	1.2450	487.67	-0.67	-3.07	1.74	0.0041	0.0004
27	3.5	2.0	1.1370	406.77	6.16	3.76	1.88	0.0038	0.0006
28	3.5	0.5	0.8857	246.10	-0.68	-2.68	2.36	0.0028	0.0024
29	3.5	1.5	0.7671	1850	4.24	2.04	2.72	0.006	0.0057
30	3.5	1.0	0.6058	151.40	0.53	-1.27	3.42	0.0042	0.0238

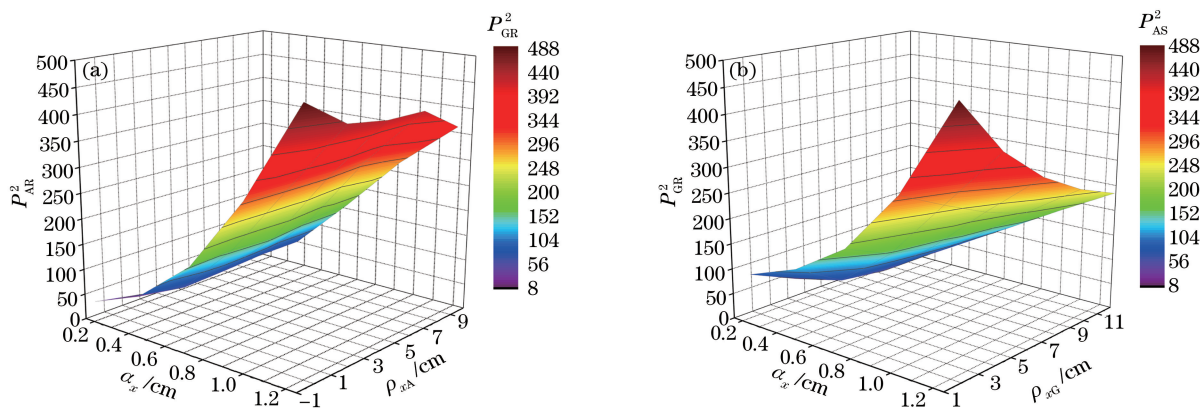


图 5 接收功率与光源大小及接收孔径之间的关系。(a) 艾里光束;(b)高斯光束

Fig. 5 Relationship among receiving power, source size and receiving aperture. (a) Airy beam; (b) Gaussian beam

图 5(a)、(b)分别表示光源为艾里光束和高斯光束时,接收器接收功率与光源大小及接收孔径之间的关系。分析图 5 和表 1 第 3 列数据可以发现:艾里光束的接收孔径与指数截断因子成反比;接收孔径越大,则接收的能量越高,指数截断因子越小,光强闪烁也越小;高斯光束的接收孔径在指数截断因子为 1 时最大。

由表 1 可以看出,艾里光束的第 1、3 组数据和高斯光束的第 1~5 组及第 9、10、14、15 组数据的光强闪烁相对较大,选取其中任意一组参数均会损害光通信链路的质量,因此在具体的通信链路设计中应避免使用这些参数的光束。此外,研究了闪烁指数与光束发射功率及接收孔径之间的关系,如图 6 所示。

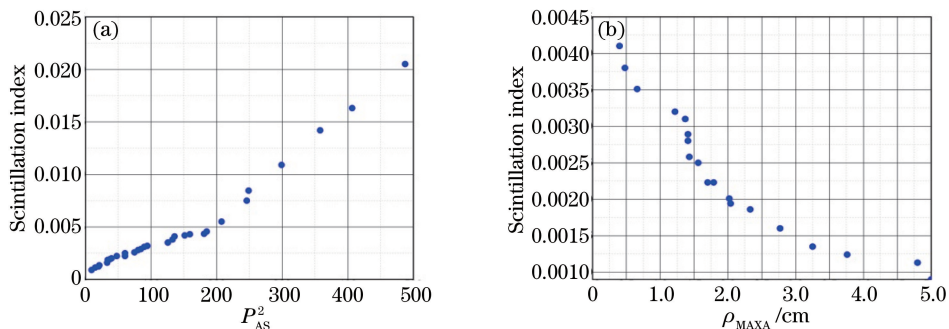


图 6 (a) 闪烁指数与发射功率的关系;(b)闪烁指数与接收孔径的关系

Fig. 6 (a) Relationship between scintillation index and emission power; (b) relationship between scintillation index and receiving aperture

图 6(a)为闪烁指数与发射功率的关系,图 6(b)为闪烁指数与接收孔径的关系。通过对比可以发现,闪烁指数与光束的发射功率成正比,而与接收器的接收孔径成反比,说明光束的发射功率越大,湍流引起的光强闪烁越强,而减小接收孔径有利于减小闪烁指数值,从而减小光强闪烁效应。将艾里光束的面光强闪烁  $\beta_{EA}$  与高斯光束的面光强闪烁  $\beta_{EG}$  进行比较,得到面光强闪烁与指数截断因子及光束宽度之间的关系,如图 7 所示。图 7 (a)、(b)分别为艾里光束和高斯光束面光强闪烁与指数截断因子及光束宽度之间的关系。对比这两个图可以发现,当指数截断因子及光束宽度相同时,艾里光束的面光强闪烁总是小于高斯光束的面光强闪烁。

## 5 结 论

基于 Rytov 法研究了艾里光束在大气传播中的大气湍流效应,以接收面上单个点的光强闪烁为基础,研究了艾里光束的面光强闪烁效应,推导了面光强闪烁的表达式并进行了数值计算与分析。结果表明,艾里光束的自弯曲特性使得接收器的位置与艾里光束的最大值位置保持一致,此时减小了艾里光束的光强闪烁效应。仿真结果表明,光束传播距离达到 3 km 时,光束闪烁指数取得最小值 0.012。在光源能量及接收器的接收能量相同的条件下,与高斯光束相比,艾里光束的光强闪烁更小,该结果对未来光学通信链路的发展具有一定指导作用。

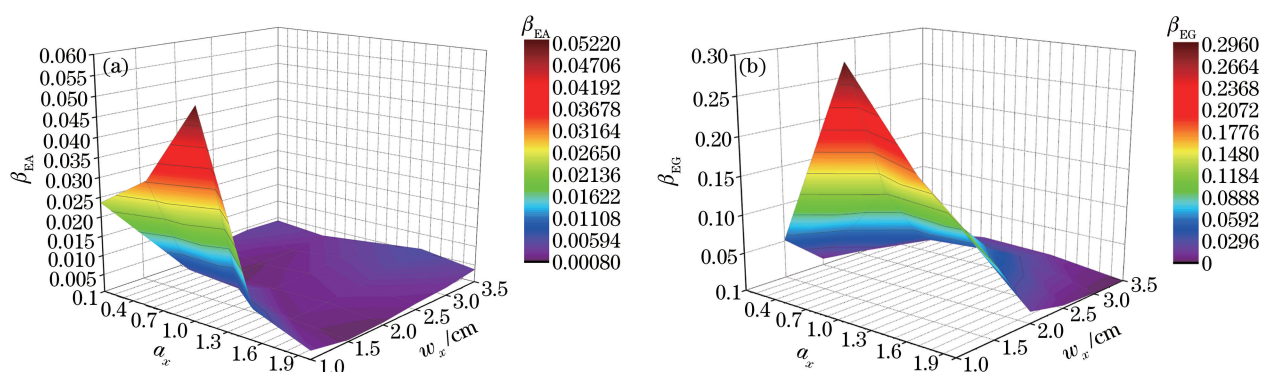


图 7 面光强闪烁与指数截断因子及光束宽度之间的关系。(a) 艾里光束;(b)高斯光束

Fig. 7 Relationship among surface light intensity scintillation, exponential truncation factor and beam width.

(a) Airy beam; (b) Gaussian beam

### 参 考 文 献

- [1] Ke Xizheng, Zhang Yu. Scintillation of partially coherent beam in atmospheric turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0106001.  
柯熙政, 张 宇. 部分相干光在大气湍流中的光强闪烁效应[J]. 光学学报, 2015, 35(1): 0106001.
- [2] Tyson R K. Bit-error rate for free-space adaptive optics laser communications[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2002, 19(4): 753-758.
- [3] Kiasaleh K. On the scintillation index of a multiwavelength Gaussian beam in a turbulent free-space optical communications channel[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2006, 23(3): 557-566.
- [4] Lu Fang, Zhao Dan, Liu Chunbo, *et al.* Influence of non-Kolmogorov atmospheric turbulence on scintillation of Gaussian array beams[J]. Infrared & Laser Engineering, 2016, 45(7): 0711001.  
卢 芳, 赵 丹, 刘春波, 等. 非 Kolmogorov 大气湍流对高斯阵列光束光强闪烁的影响[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(7): 0711001.
- [5] Gu Y L, Gbur G. Scintillation of pseudo-Bessel correlated beams in atmospheric turbulence[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2010, 27(12): 2621-2629.
- [6] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, *et al.* Observation of accelerating Airy beams[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(21): 213901.
- [7] Deng D, Li H. Propagation properties of Airy-Gaussian beams[J]. Applied Physics B: Lasers and Optics, 2012, 106(3): 677-681.
- [8] Chu X. Evolution of an Airy beam in turbulence[J]. Optics Letters, 2011, 36(14): 2701-2703.
- [9] Gu Y L, Gbur G. Scintillation of Airy beam arrays in atmospheric turbulence[J]. Optics Letters, 2010, 35(20): 3456-3458.
- [10] Eyyuboglu H T. Area scintillations of Bessel Gaussian and modified Bessel Gaussian beams of zeroth order[J]. Applied Physics B: Lasers and Optics, 2010, 98(1): 203-210.
- [11] Ma Xiaoshan, Zhu Wenyue, Rao Ruizhong. Large aperture laser scintillation for measuring the refractive index structure constant of atmospheric turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2008, 35(6): 898-902.  
马晓珊, 朱文越, 饶瑞中. 测量大气折射率结构常数的大口径激光闪烁仪[J]. 中国激光, 2008, 35(6): 898-902.
- [12] Andrews L C, Phillips R L, Hopen C Y. Laser beam scintillation with applications[M]. Washington: SPIE Press, 2001.
- [13] Eyyuboglu H T. Scintillations of multiwavelength Gaussian, cos, cosh and annular Gaussian beams[J]. Applied Physics B: Lasers and Optics, 2012, 106(1): 161-169.
- [14] Gao Jing, Hong Guanxin, Liang Zaoqing. Theory and method of numerical simulation for 3D atmospheric turbulence field based on Von Karman model[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(6): 736-740.  
高 静, 洪冠新, 梁灶清. Von Karman 模型三维大气紊流仿真理论与方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(6): 736-740.
- [15] Eyyuboglu H T. Concept of area scintillation[J]. Applied Physics B, 2009, 96(2/3): 301-308.
- [16] Eyyuboglu H T, Baykal Y. Scintillation characteristics of cosh-Gaussian beams[J]. Applied Optics, 2007, 46(7): 1099-1106.