# 色散渐减光纤链中孤子的周期集总放大和恢复

王 丽<sup>1</sup>,杨荣草<sup>1</sup>,贾鹤萍<sup>1</sup>,田晋平<sup>2</sup>,薛文瑞<sup>1</sup> <sup>1</sup>山西大学物理电子工程学院,山西太原 030006; <sup>2</sup>山西大学计算中心,山西太原 030006

**摘要** 基于包含渐减色散和周期集总放大的变系数非线性薛定谔方程,通过一种简单变换,解析出其精确孤子解, 并研究了色散渐减周期集总放大(DDPLA)光纤链路中孤子的传输、放大和恢复。研究结果表明,当光纤色散、损耗 和放大器增益相互平衡时,色散渐减光纤链路中可实现孤子的周期放大和恢复;而且可根据光纤损耗和放大周期 来设置放大器的增益,或根据光纤损耗和放大器增益来设置放大周期,从而实现孤子的周期性放大或恢复。另外, 采用数值计算的方法讨论了孤子的稳定性和相邻孤子间的相互作用。研究结果对实际的色散渐减周期集总光纤 链中孤子的传输及周期放大链路的精确配置具有一定的理论指导意义。

关键词 非线性光学; 孤子; 恢复和放大; 变换; 色散; 损耗; 增益

**中图分类号** O437 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.0619001

## Periodically Lumped Amplification and Recovery of Soliton in Dispersion-Decreasing Optic Fiber Link

Wang li<sup>1</sup>, Yang Rongcao<sup>1</sup>, Jia Heping<sup>1</sup>, Tian Jinping<sup>2</sup>, Xue Wenrui<sup>1</sup>

<sup>1</sup> College of Physics & Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China; <sup>2</sup> Computer Center, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China

**Abstract** The exact soliton solution is analyzed based on the variable coefficient nonlinear Schrödinger equation including the decreasing dispersion and periodically lumped-amplification by a simple transformation. Meanwhile, the transmission, amplification and recovery of soliton is achieved in dispersion-decreasing and periodically lumped-amplification (DDPLA) optic fiber link. The results show that periodic amplification and recovery of the soliton could be realized through the balance among the dispersion, loss and amplifier gain. Moreover, regulating the gain of the amplifier according to the fiber loss and the amplification period, or adjusting the amplification period on the basis of the fiber loss and the amplifier gain, the periodic amplification or recovery of soliton obtained in the DDPLA could be realized. In addition, the stability of soliton and interaction between adjacent solitons are discussed numerically. The obtained results are theoretical significance to soliton transmission and the exact configuration of periodic amplifier in real dispersion-decreasing and periodic amplification link.

Key words nonlinear optics; soliton; recovery and amplification; transmission; dispersion; loss; gain OCIS codes 190.5530; 190.4370; 060.2330

#### 1 引 言

长距离光纤通信系统中,光脉冲在传输过程中由于光纤损耗而逐渐衰减,光纤链路中常常需要放大器来 补偿光纤损耗。目前主要有集总放大和分布放大两种形式<sup>[1-7]</sup>。应用于波分复用传输系统或光纤传感有源 网络中的分布拉曼放大器可以有效延长传输距离、补偿损耗、提高增益和放大信号<sup>[1-4]</sup>。长距离光纤系统中

收稿日期: 2017-01-16; 收到修改稿日期: 2017-02-27

基金项目:国家自然科学基金(61271160);山西省自然科学基金(2016011038)

作者简介: 王 丽(1992—),女,硕士研究生,主要从事光信息传输与光通信方面的研究。

E-mail: sxdawangli1992@163.com

**导师简介**:杨荣草(1970—),女,博士研究生,教授,主要从事光信息传输与光通信方面的研究。 E-mail: sxdxyrc@sxu.edu.cn(通信联系人) 广泛采用的掺铒光纤分布放大器仅有几米长,可用来补偿约几百千米的光纤损耗,该长度相比于光纤中光脉 冲传输的色散长度和非线性长度要短的多,因此掺铒光纤放大器通常可看作集总放大器<sup>[5]</sup>。人们将集总掺 铒光纤放大器应用于单模/多模混合光纤总线网络中以均衡放大载波信号<sup>[6]</sup>,将基于高非线性光子晶体光纤 的集总拉曼放大器用于超长距离光通信系统中补偿可重构光分插复用器带来的损耗<sup>[7]</sup>。最近研究发现集总 放大可使耗散渐变折射率克尔介质中的波束演化为空间孤子,介质的耗散与集总放大相互平衡可使空间孤 子稳定传输<sup>[8]</sup>。

另一方面,光脉冲在传输时由于光纤色散会导致脉冲展宽,严重地限制了系统的传输速率。为了解 决这一问题,人们提出了各种色散补偿方案,如采用多段不同色散特性的光纤级联以减小或消除色散的 影响<sup>[9-10]</sup>。色散补偿方案在非线性效应比较大时,会因为色散和非线性效应的严重不平衡引起脉冲的畸 变<sup>[5]</sup>。研究发现,色散渐减光纤中逐渐减小的色散可以平衡由于损耗而渐减的非线性效应,从而使光脉 冲在光纤中形状不变地传输并形成孤子<sup>[5]</sup>。然而,色散渐减光纤中的孤子由于光纤损耗而能量逐渐降 低,不能长距离传输<sup>[11-12]</sup>。人们很自然地将色散渐减光纤和放大器级联,在实验上实现了色散渐减光纤 级联系统中孤子的长距离传输<sup>[13]</sup>。理论上,光脉冲在级联放大系统中的传输用变系数非线性薛定谔方程 来描述,该类方程近年来已被广泛用来研究光脉冲在非均匀光纤系统中的传输、压缩、隧穿、相互作用以 及各种孤子控制等问题<sup>[14-18-20-24]</sup>。然而,在色散渐减级联放大光纤链路中,关于周期集总放大变系数非线 性薛定谔方程还鲜有研究,求解该方程以获得精确的孤子解和孤子的传输特性仍是值得研究的问题。

本文基于包含色散渐减和周期放大的变系数非线性薛定谔方程,通过一种简单变换,给出了该方程的精确孤子解,研究了色散渐减周期集总放大(DDPLA)光纤链路中光脉冲的放大和恢复,并数值讨论了该系统中孤子的稳定性及相邻孤子间的相互作用。该研究结果对实际的色散渐减周期放大链路中孤子的传输及放 大链路的精确配置具有一定的理论指导意义。

#### 2 色散渐减集总放大光纤链中精确的孤子解

光脉冲在色散渐减周期集总放大光纤系统中的传输可以用下面的变系数非线性薛定谔方程描述[17]:

$$i\frac{\partial U}{\partial \zeta} + \frac{D(\zeta)}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + |U|^2 U = -\frac{i}{2}\Gamma U + \frac{i}{2}G(\zeta)U, \qquad (1)$$

(1)式是在文献[17]中的变系数薛定谔方程和文献[5]中描述孤子周期放大的具有常数色散和非线性方程的 基础上两者结合而成,其中 $U(\zeta,\tau)$  是脉冲包络, $\zeta = z/L_D$  是归一化的传输距离, $\tau = (t - \beta_1 z)/T_0$  是移动 坐标系中归一化的传输时间, $\beta_1$  是一阶色散系数, $T_0$  是初始脉宽, $L_D = T_0^2/|\beta_2(0)|$  为色散长度, $D(\zeta) = \beta_2(\zeta)/\beta_2(0)$  为归一化的带速度色散, $\beta_2(\zeta) = \beta_2(0)\exp(-d\zeta)$  为渐减的群速度色散,d 为色散渐减系数; $\Gamma$ 是损耗系数, $G(\zeta) = G_0 \sum_{m=0}^{NA} \delta(\zeta - m\zeta_A)$  代表周期集总放大器的增益,其中 $G_0 = g_0 L_D$ , $g_0$  是周期放置的放 大器增益,用来补偿每一周期中光纤的损耗。 $\zeta_A$  是归一化放大器间隔, $m\zeta_A$  是第 m 个放大器的位置, $N_A$  是 放大器数目。当 $D(\zeta) = 1$ 时,(1)式可用来研究损耗管理孤子的周期性放大;当G = 0时,(1)式可用来研究 色散渐减光纤中光孤子的传输特性<sup>[5]</sup>。根据前面定义,每段光纤的归一化色散为 $D(\zeta) = \exp(-d\zeta)$ ,光纤 链的色散是一个由此构成的周期分布函数。值得指出的是,根据基态孤子阶数的定义 $N = \gamma P_0 T_0^2/|\beta_2|$ ,当 色散渐减系数和损耗系数相等即 $d = \Gamma$ 时,渐减的群速度色散和由于损耗而减小的非线性效应达到平衡,使 光脉冲在光纤中虽然幅度逐渐减小,但能维持形状不变地传输并形成孤子。然而孤子峰值功率传输过程中 逐渐减小不利于信息的传输,因此需要在峰值功率衰减到一定程度时进行放大。

本文拟基于(1)式研究了色散渐减周期集总放大的光纤链路中光孤子的放大和恢复等传输特性。直接 求解(1)式是非常复杂和困难的,这里引入变换: $U(\zeta,\tau) = \sqrt{P(\zeta)}V(\zeta,\tau)$ ,则(1)式可转换为下面的变系 数非线性薛定谔方程:

$$i \frac{\partial V(\zeta,\tau)}{\partial \zeta} + \frac{D(\zeta)}{2} \frac{\partial^2 V(\zeta,\tau)}{\partial \tau^2} + P(\zeta) |V(\zeta,\tau)|^2 V(\zeta,\tau) = -\frac{i}{2} V(\zeta,\tau) \left[ \Gamma + \frac{P'(\zeta)}{P(\zeta)} - G_0 \sum_{m=1}^{N_A} \delta(\zeta - m\zeta_A) \right],$$
(2)

其中

$$\begin{cases} P(\zeta) = \exp\left[G_0 \sum_{m=1}^{N_A} \varepsilon(\zeta - m\zeta_A) - \Gamma\zeta\right] \\ P'(\zeta) = dP(\zeta) / d\zeta , \\ \varepsilon(\zeta - m\zeta_A) = \int_0^{\zeta} \delta(z - m\zeta_A) dz \end{cases}$$
(3)

(2)式实质上是一个变系数的非线性薛定谔方程<sup>[14-19]</sup>,该方程的精确光孤子解可通过 Darboux 变换得 到<sup>[17]</sup>。因此,借助文献[17]并通过前面引入的变换,可以求得(1)式的精确孤子解。研究发现,当(1)式满足 条件:

$$\frac{D'(\zeta)}{D(\zeta)} = G_0 \sum_{m=1}^{N_A} \delta(\zeta - m\zeta_A) - \Gamma, \qquad (4)$$

时,存在如下形式的精确孤子解:

$$U(\zeta,\tau) = \eta \exp\left\{\frac{1}{2} \left[G_0 \sum_{m=1}^{N_A} \varepsilon \left(\zeta - m\zeta_A\right) - \Gamma \zeta\right]\right\} \cdot \operatorname{sech}\left\{\eta \left[\tau - \xi\rho(\zeta) - \theta_0\right]\right\} \exp\left[\mathrm{i}\varphi(\zeta,\tau)\right], \quad (5)$$

其中

$$\begin{cases} \varphi(\zeta,\tau) = \xi \tau + \frac{1}{2} (2\eta^2 - \xi^2) \rho(\zeta) - \varphi_0 \\ \rho(\zeta) = \int_0^{\zeta} \exp\left[G_0 \sum_{m=1}^{N_A} \varepsilon \left(z - m\zeta_A\right) - \Gamma z\right] dz \end{cases}, \tag{6}$$

式中 $\theta_0$ 和 $\varphi_0$ 表示孤子初始位置和初始相位, $\eta$ 表示孤子的脉宽,而孤子的振幅和速度除了与参数 $\eta$ 和 $\xi$ 有关外,还和光纤的损耗 $\Gamma$ 、放大器增益 $G_0$ 以及放大周期 $\zeta_A$ 有关。事实上,孤子解[(5)式]存在的条件[(4)式]反映了在 DDPLA 光纤链路中色散、损耗和增益相互平衡关系。

### 3 色散渐减集总放大光纤链中孤子的放大和恢复

采用一段长为 38 km 的色散渐减光纤研究孤子解[(5)式]在 DDPLA 光纤链路中的传输,这段光纤是由 文献[11]实验得到的结果,非常适用于本文所研究的超短脉冲传输。其中始端群速度色散 $\beta(0) =$ 7.65 ps<sup>2</sup> /km,损耗系数  $\Gamma = 0.3473$ 。放大器长度取为  $L_A = 38$  km,脉冲的初始宽度  $T_0 = 6.5$  ps,对应的色 散长度为  $L_D = 5.52$  km,无量纲的放大器间隔为  $\zeta_A = 7$ 。为了简便,设孤子的初始位置  $\theta_0$  和初始相位  $\varphi_0$  为 零。由此可以计算出,当放大器的增益  $G_0 = 2.429$  时,放大器增益正好补偿一个周期内孤子的损耗。图 1 给出了当放大器增益  $G_0 = 2.429$  时孤子在不同参数下 5 个周期的演化图。从图 1 中可以看到,孤子的强度 在每个周期内逐渐衰减,经放大后又恢复到初始强度。这是因为在每个周期内,渐减的色散与由于损耗而减



Fig. 1 Evolutions of the soliton with different velocity parameters. (a)  $\xi=0$ ; (b)  $\xi=0.5$ ; (c)  $\xi=-0.5$ 

图 2 给出了当放大增益取不同值时孤子的传输情况,其中 ξ=0.5,η=1。比较图 2(a)~(d)可以明显看出, 当参数 ξ 一定时,孤子的传输速度随着放大器增益 G<sub>0</sub> 的增大而增大。而且,当放大器增益 G<sub>0</sub> 取值较小时,集 总放大器无法补偿每段光纤的损耗,孤子虽然经过周期放大,但其幅度逐渐减小,如图 2(a)所示。当放大器增 益增大到 2.429 时正好补偿每个周期的损耗,光纤链路中的孤子得到周期性的放大和恢复,如图 2(b)所示。如 果放大器的增益进一步增大,则光纤放大链路中的孤子经过每次放大后,其强度逐渐增大,如图 2(c)和 2(d)所

示。这些特性也可以从孤子的精确解[(5)式]看出,孤子的速度与 $\xi \rho(\zeta) = \xi \int_{0}^{\zeta} \exp\left[G_{0} \sum_{m=1}^{NA} \epsilon\left(z - m\zeta_{A}\right) - \Gamma z\right] dz$ 

有关,即与 $\xi$ 和放大器的增益有关,而孤子的幅度与 $G_0 \sum_{m=1}^{N_A} \varepsilon(\zeta - m\zeta_A) - \Gamma \zeta$ 有关。当 $G_0 < \Gamma \zeta_A$ 时,放大器增益 不足以补偿每段光纤损耗,孤子振幅以 $\eta \exp[-1/2(\Gamma \zeta_A - G_0)]$ 规律在光纤链路中逐渐减小;当 $G_0 = \Gamma \zeta_A$ 时 集总增益正好可以补偿损耗,孤子经过放大后振幅恢复到初始值 $\eta$ ;当 $G_0 > \Gamma \zeta_A$ 时,经过放大器后孤子振幅以 $\eta \exp[1/2(G_0 - \Gamma \zeta_A)]$ 规律被放大。



图 2 当放大器增益取不同值时,孤子解的传输等高线图。(a)  $G_0 = 2.0$ ; (b)  $G_0 = 2.429$ ; (c)  $G_0 = 2.5$ ; (d)  $G_0 = 2.6$ Fig. 2 Contour maps of the soliton under different gains of amplifier. (a)  $G_0 = 2.0$ ; (b)  $G_0 = 2.429$ ; (c)  $G_0 = 2.5$ ; (d)  $G_0 = 2.6$ 

图 3(a)给出了放大器增益取不同值时 DDPLA 光纤链路中孤子强度的变化。然而,无论增益和损耗是 否平衡,只要色散和非线性相互平衡,即使孤子的幅度被衰减或放大,孤子的半峰全宽(FWHM)在传输过程 中仍可以保持不变,如图 3(b)所示。图 3(c)是当 $G_0 = \Gamma \zeta_A$ 时孤子的幅度经过周期放大后恢复的分布图。从 图 3(c)清楚地看到,当放大器增益和光纤损耗精确匹配时,通过周期放大后孤子可以很好地恢复其初始状态。另外,如果光纤损耗和放大器增益固定,可以通过调节放大周期即光纤的长度来达到增益和损耗的平 衡,以实现孤子的周期放大和恢复,但放大倍数会不同。图 3(d)给出了光纤损耗和放大器增益一定时,孤子 的放大倍数和放大周期(即周期放大间隔)的关系,横坐标  $z_A$ 表示对应的实际的放大器周期,即  $z_A = \zeta_A L_D$ 。 从图中可以看出,放大器周期一定时,放大器的增益越大,放大倍数也越大;放大器增益一定时,随着放大周 期的增大,孤子的放大倍数越大,其中  $\xi = 0.5$ ,  $\eta = 1$ 。





理论上,当色散、损耗和增益相互平衡即色散和非线性效应平衡时,在放大周期的末端,即使孤子的幅度 衰减得很小,通过集总放大器后也可以恢复到初始状态。实际中由于存在固有白噪声和功率的波动,很难保 证色散和非线性完全平衡,因此需要考虑白噪声的影响和功率波动情况下该 DDPLA 光纤链路中孤子的演 化情况。图 4(a)和(c)分别是白噪声和功率波动影响下 DDPLA 光纤链路中孤子的演化情况,图 4(b)和(d) 是图 4(a)和(c)对应的四次级联放大后的孤子分布,其中黑色的实线对应初始脉冲分布,红色的实线是白噪 声影响下四次级联放大后孤子的数值分布,绿色的虚线是不存在白噪声和功率波动情况下传输相同距离时



图 4 孤子在(a)白噪声扰动和(c)功率波动下的数值演化图;(b)(d)对应的分布图

Fig. 4 Numerical evolutions of soliton under (a) the perturbation of white noise and (c) fluctuation of the power; (b)(d) corresponding envelopes

孤子的精确分布。从图 4(a)和(b)中可以看出,除了孤子幅值叠加了一定的白噪声外,红色实线和绿色虚线 基本重合,这说明白噪声影响下该放大系统中的孤子具有很好的稳定性。在图 4(c)和(d)中,可以看到初始 功率波动会引起孤子在传输过程中幅度相对于精确解有一定的起伏,这是由于功率的波动导致在每个放大周 期增益和损耗无法达到精确平衡,但整体上孤子基本能维持自身特性稳定的传输,图 4 中参数与图 3 中相同。

### 4 色散渐减集总放大光纤链中孤子间的相互作用

基于理论模型(1)式数值考察了 DDPLA 光纤链中相邻孤子间的相互作用。为了和均匀光纤中孤子的 相互作用比较<sup>[5,23]</sup>,采用归一化的脉冲宽度和传输距离。图 5(a1)和(b1)分别为初始间距  $t_0$ =5时 DDPLA 光纤链和均匀光纤中相邻两个孤子间的相互作用等高线图。比较图 5(a1)和(b1)可以看出,在 DDPLA 光 纤链和均匀光纤中,当 $t_0$ =5时,相邻的两孤子间都表现为等周期性的相互吸引,但在 DDPLA 光纤链中相 互作用的周期大约为 55个色散长度,而均匀光纤中大约为 18个色散长度,这说明在 DDPLA 光纤链中两个 孤子间的相互作用要弱。进一步考察了两个光纤系统中初始间距  $t_0$ =5时四个相邻孤子间的相互作用,如 图 5(a2)和图 5(b2)所示。比较发现, $t_0$ =5时两种光纤系统中相邻四孤子间的相互作用情况也相似,整体上 也表现为周期性的相互吸引,中间两个孤子表现为不等间隔的周期性碰撞,并且在碰撞过程中产生一个高强 度的脉冲,但 DDPLA 光纤链中四孤子间的相互作用较弱。大量的数值模拟发现,当初始间距逐渐增大至  $t_0$ =8时,四相邻孤子在 DDPLA 光纤链中传输 80个色散长度内几乎不相互作用,如图 5(a3)所示;而均匀 光纤中相邻四孤子间仍发生强烈地相互作用。这充分说明 DDPLA 光纤链中孤子间的相互作用较弱,而发 生这种现象的主要原因是在文中提到的 DDPLA 中,渐减的色散与由于损耗而减小的非线性相平衡,使得光 孤子能够脉宽不变并稳定传输。以上所研究的关于 DDPLA 的优势使其更有可能用于现在所流行的多信道 传输系统中去,对于减少信号串扰和提高光通信系统的速率非常有利。



图 5 不同初始间距下时,(a) DDPLA 光纤链路和(b)均匀光纤中相邻孤子间的相互作用图 Fig. 5 Interactions between adjacent solitons in (a) DDPLA fiber link and (b) uniform fiber under different initial separations

5 结 论

基于包含色散渐减和周期放大的变系数非线性薛定谔方程,研究了 DDPLA 光纤链路中光脉冲的传输

考虑到实际中由于存在固有白噪声和功率波动,很难保证理论上色散和非线性的完全平衡,进一步数值 讨论了白噪声的影响和功率波动情况下该 DDPLA 光纤链路中孤子的演化情况。研究表明,除了孤子幅值 叠加了一定的白噪声外,白噪声影响下该放大系统中的孤子具有很好的稳定性;初始功率波动会使孤子在传 输过程中幅度有一定的起伏,但整体上仍能维持稳定的传输。最后,数值模拟了 DDPLA 光纤链路中相邻孤 子间的相互作用。结果表明,在 DDPLA 光纤链路中相邻孤子间的相互作用比均匀光纤中要弱的多。这对 于实验中研究多信道传输、减少信号串扰和提高光通信系统的传输速率有很大的帮助,并且为形成与控制光 孤子的实验研究提供了新的理论指导方法。

#### 参考文献

- [1] Takachio N, Suzuki H. Application of Raman-distributed amplification to WDM transmission systems using dispersionshifted fiber[J]. Journal of Lightwave Technology, 2001, 19(1): 60-69.
- [2] Diaz S, Abad S, Lopez-Amo M. Fiber-optic sensor active networking with distributed erbium-doped fiber and Raman amplification[J]. Laser& Photonics Reviews, 2008, 2(6): 480-497.
- [3] Bednyakova A E, Fedoruk M P, P Harper, *et al*. Hybrid gain-flattened and reduced power excursion scheme for distributed Raman amplification[J]. Optics Express, 2013, 21(24): 29140-29144.
- [4] Jia X H, Rao Y J, Wang Z N, *et al*. Distributed Raman amplification using ultralong fiber laser with a ring cavity: characteristics and sensing application[J]. Optics Express, 2013, 21(21): 21208-21217.
- [5] Agrawal G P. Nonlinear fiber optics[M]. Amsterdam: Elsevier, 2003.
- [6] Vizoso B, Matías I R, Löpez-Amo M, et al. Design and application of double amplified recirculating ring structure for hybrid fiber buses[J]. Optical and Quantum Electronics, 1996, 27(10): 847-857.
- Menashea D, Bayartb D, Borneb S. Lumped Raman fiber amplifiers based on highly non-linear photonic crystal fiber
   [C]. Proc. SPIE, 2008, 6990: 699008.
- [8] Aysha Muhsina K, Subha P A. Spatial solitons in a medium with lumped amplification and dissipation[J]. Journal of Nonlinear Optical Physics & Materials, 2015 24(1): 1550011.
- [9] Chang C C, Weiner A M, Vengsarkar A M, *et al*. Broadband fiber dispersion compensation for sub-100-fs pulses with a compression ratio of 300[J]. Optics Letters, 1996, 21(15): 1141-1143.
- [10] Tang Y X, Liu Z W, Fu W, et al. Self-similar pulse evolution in a fiber laser with comb-like dispersion-decreasing fiber[J]. Optics Letters, 2016, 41(10): 2290.
- [11] Richardson D J, Chamberlin R P, Dong L, et al. High quality soliton loss-compensation in 38 km dispersion-decreasing fiber[J]. Electronics Letters, 1995, 31(19): 1681-1682.
- [12] Stentz A J, Boyd R W, Evans A F. Dramatically improved transmission of ultrashort solitons through 40 km of dispersion-decreasing fiber[J]. Optics Letters, 1995, 20(17): 1770-1772.
- [13] Richardson D J, Dong L, Chamberlin R P, et al. Periodically amplified system based on loss compensating dispersion decreasing fiber[J]. Electron Letter, 1996, 32(4): 373-374.
- [14] Serkin V N, Hasegawa A. Novel soliton solutions of the nonlinear Schrödinger equation model[J]. Physical Review Letters, 2000, 85(21): 4502-4505.
- [15] Serkin V N, Belyaeva T L. Optimal control of optical soliton parameters: Part 1. The Lax representation in the problem of soliton management[J]. Quantum Electronics, 2001, 31(11): 1007-1015.
- [16] Kruglov V I, Peacock A C, Harvey J D. Exactself-similar solutions of the generalized nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients[J]. Physical Review Letters, 2003, 90(11): 113902.

- [17] Hao R Y, Li L, Li Z H, et al. A new approach to exact soliton solutions and soliton interaction for the nonlinear Schrödinger equation with variable coefficients[J]. Optics Communications, 2004, 236(1-3): 79-86.
- [18] Yang R C, Hao R Y, Li L, et al. Exact gray multi-soliton solutions for nonlinear Schrödinger equation with variable coefficients[J]. Optics Communications, 2005, 253(1-3): 177-185.
- [19] Hu Wencheng, Zhang Jiefang, Huang Wenhua, et al. Transmission control of line optical rogue waves in two-dimension graded-index waveguides[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(7): 0719001.
  胡文成,张解放,黄文华,等. 二维梯度折射率光波导中线光畸形波的传播控制[J]. 光学学报, 2015, 35(7): 0719001.
- [20] Li M, Tian B, Liu W J, et al. Soliton-like solutions of a derivative nonlinear Schrödinger equation with variable coefficients in inhomogeneous optical fibers[J]. Nonlinear Dynamics, 2010, 62(4): 919-929.
- [21] Chai H P, Tian B, Wang Y F, et al. Analytic study on the generalized (3+1)-dimensional nonlinear Schrödinger equation with variable coefficients in the inhomogeneous optical fiber[J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 80(3): 1557-1564.
- [22] Dai C Q, Yang Q, He J D, et al. Nonlinear tunneling effect in the (2+1)-dimensional cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation with variable coefficients[J]. The European Physical Journal D, 2011, 63(1): 141-148.
- [23] Dai C Q, Wang Y, Liu J. Spatiotemporal Hermite-Gaussian solitons of a (3 + 1)-dimensional partially nonlocal nonlinear Schrödinger equation[J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 84(3): 1157-1161.
- [24] Tian Huiping, Li Zhonghao, Wang Gang, *et al*. Numerical research of interaction between femtosecond optical pulses
  [J]. Acta Optica Sinica, 2001, 21(5): 513-517.
  田慧平,李仲豪,王 钢,等. 飞秒光脉冲间相互作用的数值研究[J]. 光学学报, 2001, 21(5): 513-517.

0619001-8