

基于非凸 L_{1-2} 正则子的锥束 X 射线发光断层成像

张海波, 耿国华, 赵映程, 孙 怡, 易黄建, 侯榆青, 贺小伟

西北大学信息科学与技术学院, 陕西 西安 710127

摘要 锥束 X 射线发光断层成像 (CB-XLCT) 是一种新型分子影像模态, 对疾病的早期检测、靶向治疗以及药物研制等具有重要意义。然而, 通过传统的压缩感知理论反演生物体内纳米目标的三维分布时, 高维系统矩阵的强相关性会直接影响成像质量。基于非凸稀疏 L_{1-2} 正则子, 将 CB-XLCT 的成像问题转化为一种新的稀疏重建模型。采用一种凸差分算法来解决非凸泛函最小化问题, 在每一步凸差分迭代中采用一种带自适应惩罚项的交替方向乘法进行高效求解。设计了单目标数字鼠仿体、双目标数字鼠仿体以及真实在体老鼠实验验证提出算法的有效性和稳健性, 并与五种常见正则子 ($L_{1/2}$, L_1 , L_2 , TV 和 L_0) 进行对比和分析。实验结果表明, L_{1-2} 正则子的成像性能最优, 提出方法可以有效解决 CB-XLCT 的快速成像问题。

关键词 医用光学; 锥束 X 射线发光断层成像; 压缩感知; 稀疏优化; 三维重建

中图分类号 TP391; Q63 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.0617001

Nonconvex L_{1-2} Regularization for Fast Cone-Beam X-Ray Luminescence Computed Tomography

Zhang Haibo, Geng Guohua, Zhao Yingcheng, Sun Yi, Yi Huangjian,
Hou Yuqing, He Xiaowei

School of Information and Technology, Northwest University, Xi'an, Shaanxi 710127, China

Abstract Cone-beam X-ray luminescence computed tomography (CB-XLCT) is an attractive hybrid imaging modality, and it is important for early detection of diseases, targeted therapy and drug development. However, the columns of system matrix used for CB-XLCT imaging tend to be highly coherent, which means L_1 minimization may not produce the sparsest solution. A novel reconstruction method by minimizing the difference between L_1 and L_2 norms is proposed. To solve the non-convex L_{1-2} minimization problem, an iterative method based on the difference of convex algorithm (DCA) is presented. In each DCA iteration, the update of solution involves an L_1 minimization subproblem, which is solved by the alternating direction method of multipliers with an adaptive penalty. The performance of the proposed method is investigated with simulated data and *in vivo* experimental data. The results demonstrate that the DCA for L_{1-2} minimization outperforms the representative algorithms for L_1 , L_2 , $L_{1/2}$, TV and L_0 when the system matrix is highly coherent. The proposed method can solve the rapid imaging problem of CB-XLCT effectively.

Key words medical optics; cone-beam X-ray luminescence computed tomography; compressive sensing; sparse optimization; 3D reconstruction

OCIS codes 170.3010; 170.6960; 170.3880

收稿日期: 2016-12-01; 收到修改稿日期: 2017-02-19

基金项目: 国家自然科学基金 (11571012, 61372046, 61401264, 61601363, 61640418, 61572400)、陕西省科技计划 (2013K12-20-12, 2015KW-002)、陕西省自然科学研究计划 (2015JM6322)、陕西省教育厅自然科学研究计划 (16JK1772)

作者简介: 张海波 (1985—), 男, 博士研究生, 主要从事模式识别在分子影像中的应用方面的研究。

E-mail: zhanghaibo@stumail.nwu.edu.cn

导师简介: 贺小伟 (1977—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事医学图像处理及可视化方面的研究。

E-mail: hexw@nwu.edu.cn (通信联系人)

1 引 言

X 射线发光断层成像(XLCT)作为一种新兴的三维分子影像模态,近年来已成为光学分子影像的研究热点^[1-2]。利用传统的 X 射线源,生物体内的纳米颗粒受到 X 射线激发,发出近红外光或可见光,通过高灵敏度电荷耦合器件(CCD)采集生物体表的光子能量信息,借助光传输模型和重建算法准确获得目标的三维空间分布和定量(浓度)信息。与传统的生物发光断层成像(BLT)^[3-4]和荧光分子断层成像(FMT)^[5-6]相比,XLCT 克服了 FMT 自身自体荧光现象的缺点,同时借助 X 射线穿透深、衰减小的特点,具有成像深度较大的优势,在早期肿瘤检测、药物代谢监测等预临床研究中得到广泛关注^[7]。

根据 X 射线源的激发方式,典型的 XLCT 技术主要分为笔束型 XLCT(PB-XLCT)和锥束型 XLCT(CB-XLCT)^[8]。其中,CB-XLCT 由于具有扫描时间短和 X 剂量利用率高的优点,为今后的实时在体成像提供了可行性^[9]。然而,类似于 BLT 和 FMT 等其他光学成像模态,XLCT 成像问题在数学上具有严重的病态性。为了通过有限的测量数据准确重建反演纳米颗粒目标的定位和定量信息,研究人员通过先验可行区域、多光谱方法以及结构先验信息等策略来有效降低成像问题的病态性^[10-12]。此外,针对成像目标在生物体内的稀疏分布特点,稀疏优化理论已被研究者证实是一种有效的成像方法^[2]。其中,常见的正则子包括 L_0, L_2, L_1 , 以及非凸 $L_p (0 < p < 1)$ 正则子等。尽管 L_0 正则子通过表示非零个数可以得到最稀疏的解,但由于 L_0 是 NP-Hard 问题,很难直接实现^[13]。 L_2 正则子在早期的断层成像中广泛使用,但是结果往往过于平滑,易造成成像目标边缘模糊^[14]。 L_1 作为 L_0 的等价凸松弛正则子在光学断层成像中广泛使用^[15-16],然而 L_1 正则子获得的解往往不是最稀疏的^[17-18]。随后,稀疏非凸 $L_p (0 < p < 1)$ 正则子被证明可以获得比 L_1 正则子更好的成像质量,并且当 $p = 1/2$ 时可以获得最优解^[18]。最近,在压缩感知领域中,已证实当感知矩阵的维数较高且具有强矩阵相关性时,一种新的非凸 L_{1-2} 正则子的信号重构能力优于 $L_p (0 < p < 1)$ 正则子^[19-20],对于 XLCT,基于有限元理论,其系统矩阵往往是大规模且强相关的^[21-22]。

本文采用一种新的基于 L_{1-2} 正则子的快速成像模型求解 CB-XLCT 问题,求解中采用一种凸差分算法来解决非凸泛函最小化问题,在每一步的凸差分子迭代中采用一种带自适应惩罚项的交替方向乘子法来实现高效求解,通过仿真和真实小鼠实验验证了本文方法的可行性和稳健性。

2 理论方法

2.1 CB-XLCT 成像模型

CB-XLCT 的前向模型分为三部分。

首先,锥束 X 射线源发出的 X 射线在生物组织中的传输过程可以描述为

$$X(\mathbf{r}) = X_0 \exp \left[- \int_{r_0}^r \mu_x(\tau) d\tau \right], \quad (1)$$

式中 $X(\mathbf{r})$ 表示生物组织中位置 \mathbf{r} 处的 X 射线强度, X_0 为 X 射线源的初始强度, μ_x 为 CT 技术获得的 X 射线衰减系数。

其次, X 射线激发生物体内的纳米颗粒目标,激发其产生近红外光,可表述为

$$S(\mathbf{r}) = \epsilon X(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}), \quad (2)$$

式中 $S(\mathbf{r})$ 表示光源, ρ 为目标浓度, ϵ 为发光产额。

最后,经过生物组织的散射、折射和吸收等过程,传输到生物体表的光子可被高灵敏度 CCD 采集。由于简化球谐近似模型已被证明比经典扩散近似模型的精度更高^[23],因此本文采用三阶简化球谐近似模型来描述组织中的光传输过程,即

$$\begin{cases} -\nabla \cdot \frac{1}{3\mu_{a1}} \nabla \varphi_1(\mathbf{r}) + \mu_a \varphi_1(\mathbf{r}) - \frac{2}{3} \mu_a \varphi_2(\mathbf{r}) = S \\ -\nabla \cdot \frac{1}{7\mu_{a3}} \nabla \varphi_2(\mathbf{r}) + \left(\frac{4}{9} \mu_a + \frac{5}{9} \mu_{a2} \right) \varphi_2(\mathbf{r}) - \frac{2}{3} \mu_a \varphi_1(\mathbf{r}) = -\frac{2}{3} S \end{cases}, \quad (3)$$

式中 μ_a 为经典扩散近似模型中的吸收系数, μ_{an} 为 n 阶吸收系数, $n = 1, 2, 3$, φ_m 为辐射度的 m 阶勒让德矩, $m = 1, 2$ 。

基于有限元方法^[24], (3)式可被离散为矩阵形式, 即

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{1\varphi_1} & \mathbf{M}_{1\varphi_2} \\ \mathbf{M}_{2\varphi_1} & \mathbf{M}_{2\varphi_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_1 \\ \boldsymbol{\varphi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S \\ -\frac{2}{3}S \end{bmatrix}. \quad (4)$$

则生物体表光子能量信息和纳米颗粒目标可以表示为

$$\mathbf{J} = \mathbf{A}_{\text{SP}_3} \boldsymbol{\rho}, \quad (5)$$

式中 \mathbf{J} 为高灵敏度 CCD 采集的生物体表光子能量信息, \mathbf{A}_{SP_3} 为系统矩阵, $\boldsymbol{\rho}$ 为目标光源。

由于生物体表光子能量信息 \mathbf{J} 非常有限, 而要求解的 $\boldsymbol{\rho}$ 的维数通常很高, 无法直接求解(5)式, 即 XLCT 重建问题是一个严重的不适定问题。基于稀疏表示理论, 引入正则化算子, 将(5)式转化为极小元目标函数形式:

$$\min_{\boldsymbol{\rho}} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{A}_{\text{SP}_3} \boldsymbol{\rho} - \mathbf{J}\|_2^2 + \lambda \|\boldsymbol{\rho}\|_p \right\}, \quad (6)$$

式中 λ 表示正则化参数, 通常根据经验选取; $\|\cdot\|_p$ 指 L_p 正则子。当 $p=0$ 时, L_p 正则子指 L_0 正则子, 可通过贪婪策略求解, 比如正交匹配追踪算法; 当 $p=2$ 时, L_p 正则子指 L_2 正则子, 比如常见的 Tikhonov 正则化方法; 当 $p=1$ 时, L_p 正则子指常见的 L_1 正则子, 此时 $\|\boldsymbol{\rho}\|_1 = \sum_i |\rho_i|$; 当 $0 < p < 1$ 时, L_p 正则子表示非凸 L_p 正则子, 此时 $\|\boldsymbol{\rho}\|_p = (\sum_i |\rho_i|^p)^{1/p}$ 。

2.2 基于 L_{1-2} 正则子的 CB-XLCT 成像

压缩感知理论已证明感知矩阵的互相关性会直接影响信号重构的质量^[20,25], 可表示为

$$\mu(\mathbf{A}) = \max_{i \neq j} \frac{|\mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{a}_j|}{\|\mathbf{a}_i\|_2 \cdot \|\mathbf{a}_j\|_2}, \quad (7)$$

式中 $\mu(\mathbf{A})$ 为互相关系数, \mathbf{A} 即 XLCT 中的系统矩阵, 在本文中指 \mathbf{A}_{SP_3} , \mathbf{a}_i 和 \mathbf{a}_j 分别表示 \mathbf{A}_{SP_3} 的不同列。类似于有限元方法, 通过有限元方法获得的系统矩阵的列互相关性往往高达 90% 以上^[22]。此外, 考虑到纳米颗粒目标在生物体内的稀疏分布特性, 恢复纳米颗粒目标的问题也即求解一种稀疏性问题。综上考虑, 稀疏非凸 L_{1-2} 正则子可以有效求解, 其相关理论已在文献[19-20]中证明。对于 XLCT 成像问题, 引入 L_{1-2} 正则子可获得重建模型:

$$\min_{\boldsymbol{\rho} \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\rho} - \mathbf{J}\|_2^2 + \lambda (\|\boldsymbol{\rho}\|_1 - \|\boldsymbol{\rho}\|_2), \quad (8)$$

式中 $\|\boldsymbol{\rho}\|_1 - \|\boldsymbol{\rho}\|_2$ 表示 L_{1-2} 正则子。采用一种凸差分算法 (DCA) 来有效解决上述目标最小化问题^[26], 引入差分算子 $F(\boldsymbol{\rho}) = G(\boldsymbol{\rho}) - H(\boldsymbol{\rho})$ 将(8)式转化为

$$\begin{cases} G(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\rho} - \mathbf{J}\|_2^2 + \lambda \|\boldsymbol{\rho}\|_1, \\ H(\boldsymbol{\rho}) = \lambda \|\boldsymbol{\rho}\|_2 \end{cases}, \quad (9)$$

式中 $\|\boldsymbol{\rho}\|_2$ 表示为 $\boldsymbol{\rho} / \|\boldsymbol{\rho}\|_2$ 。进一步将 $F(\boldsymbol{\rho})$ 转化为 DCA 迭代形式:

$$\boldsymbol{\rho}^{n+1} = \arg \min_{\boldsymbol{\rho} \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\rho} - \mathbf{J}\|_2^2 + \lambda \|\boldsymbol{\rho}\|_1 - \langle \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}^n, \frac{\boldsymbol{\rho}^n}{\|\boldsymbol{\rho}^n\|_2} \rangle. \quad (10)$$

在每一步 DCA 迭代中, 需要解决如下 L_1 形式的子问题:

$$\min_{\boldsymbol{\rho} \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2} \boldsymbol{\rho}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \boldsymbol{\rho} + \left(\boldsymbol{\rho}^T \mathbf{J} + \lambda \frac{\boldsymbol{\rho}^n}{\|\boldsymbol{\rho}^n\|_2} \right)^T \boldsymbol{\rho} + \lambda \|\boldsymbol{\rho}\|_1. \quad (11)$$

利用经典的增广拉格朗日方法求解(11)式, 进一步将其转化为

$$L_{\delta}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\rho}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \boldsymbol{\rho} + \left(\mathbf{A}^T \mathbf{J} + \lambda \frac{\boldsymbol{\rho}^n}{\|\boldsymbol{\rho}^n\|_2} \right)^T \boldsymbol{\rho} + \lambda \|\boldsymbol{\sigma}\|_1 + \mathbf{u}^T (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\sigma}) + \frac{\delta}{2} \|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\sigma}\|_2^2, \quad (12)$$

式中 \mathbf{u} 为拉格朗日乘子, $\delta > 0$ 为惩罚因子。求解(12)式, 需要先对变量 $\boldsymbol{\rho}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}$ 依次进行迭代求解, 然后再对 \mathbf{u} 进行求解。虽然经典的交替方向乘法 (ADMM)^[24] 可以较好地求解(12)式, 但由于原始的 δ 是固定的, 收敛速度非常缓慢。因此, 为了高效求解上述子问题, 优化求解速度, 采用带自适应惩罚项的交替方向乘法^[27] 进行求解:

$$\begin{cases} \rho^{k+1} = \operatorname{argmin}_{\rho} L_{\delta_k}(\rho, \sigma^l, u^l) \\ \sigma^{k+1} = \operatorname{argmin}_{\sigma} L_{\delta_k}(\rho^{l+1}, \sigma, u^l) \\ u^{k+1} = u^l + \delta_k(\rho^{l+1} - \sigma^{l+1}) \\ \delta_{k+1} = \min(\delta_{\max}, \rho \delta_k) \end{cases} \quad (13)$$

变量 σ 的更新基于如下软阈值算子实现:

$$[S(\sigma, r)]_i = \operatorname{sgn}(\sigma_i) \max\{|\sigma_i| - r, 0\}. \quad (14)$$

自适应惩罚因子 δ 的更新公式为

$$\delta_{k+1} = \min(\delta_{\max}, \tau \delta_k), \quad (15)$$

式中 δ_{\max} 为可变惩罚因子 $\{\delta_k\}$ 的上界, τ 为约束权重, 计算公式为

$$\tau = \begin{cases} \tau_0, \delta \|\sigma^{k+1} - \sigma^k\| / \rho^{k+1} < \epsilon \\ 1, \text{otherwise} \end{cases}, \quad (16)$$

式中 τ_0 是一个比较小的常数, $\tau_0 \geq 1$, 根据经验设置, 整个算法的实现框架如表 1 所示。

表 1 DCA- L_{1-2} 算法框架

Table 1 Diagram of DCA- L_{1-2} algorithm

Initialization: set $\rho^0 = 0, \rho^1 \neq 0, \epsilon_{\text{outer}} > 0, \epsilon_{\text{inner}} > 0$, and $n = 1$

while $\rho^n - \rho^{n-1} > \epsilon_{\text{outer}}$

set $z = \frac{\rho^n}{\|\rho^n\|_2}, \rho_0 = 0, \rho_1 = \rho^n, i = 1, \sigma_i = \rho_i, u_i = 0$

while $\|\rho_k - \rho_{k-1}\| > \epsilon_{\text{inner}}$

$\rho_{k+1} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \delta_k \mathbf{I})^{-1} (\delta_k \sigma_k - z - u_k)$

$\sigma_{k+1} = \operatorname{shrink}(\rho_{k+1} + u_k / \delta_k, \lambda / \delta_k)$

$u_{k+1} = u_k + \delta_k (\rho_{k+1} - \sigma_{k+1})$

$\delta_{k+1} = \min(\delta_{\max}, \tau \delta_k)$

$k = k + 1$

end

$n = n + 1$

$\rho^n = \rho_k$

end

3 实验与结果

3.1 实验设置

分别设计单目标数字鼠仿体、双目标数字鼠仿体以及真实在体老鼠实验来验证算法的有效性和稳健性。选取 5 种常见正则子 ($L_{1/2}, L_1, L_2, \text{TV}$ 和 L_0) 各自的经典代表算法作为对比算法来评估各种正则子的成像性能。这 5 种对比算法分别是迭代重加权最小二乘 (IRLS- $L_{1/2}$) 算法^[28]、不完全变量截断共轭梯度 (IVTCG- L_1) 算法^[3]、Tikhonov- L_2 算法^[29]、基于增广拉格朗日和交替方向的全变差最小化 (TVAL3-TV) 算法^[30] 以及正交匹配追踪 (OMP- L_0) 算法^[31]。为了定量评估各种算法的成像质量, 引入中心定位误差 (LE)^[3]、非零解个数比重 (PNZ)、恢复浓度^[11]、相对定量误差^[11] 和算法耗时来作为评价指标, 3 组实验均进行全域成像。

在仿真实验中, 数字鼠模型采用文献[32]中的通用数字鼠模型, 如图 1(a) 所示。其中, 单光源目标和双光源目标均为半径 0.8 mm 的球体。仿真实验模拟的锥束 X 射线源每隔 36° 照射数字鼠一次, 分别照射单目标数字鼠和双目标数字鼠各 10 次。锥束 X 射线源的电压和电流分别为 50 kVp 和 1 mA。X 射线衰减系数为 0.0535 mm^{-1} ^[33]。数字鼠仿体的吸收系数和散射系数分别 0.3 mm^{-1} 和 10 mm^{-1} ^[9]。纳米目标的发光产额 ϵ 设置为 0.015 mg/cm^3 ^[10]。纳米目标颗粒质量设置为 $1 \mu\text{g}$, 纳米目标颗粒质量浓度为 $0.3887 \mu\text{g/mm}^3$ 。所有计算均在配置为 Intel © Xeon © Processor E3-1231, 12 GB 内存的个人计算机上完成。

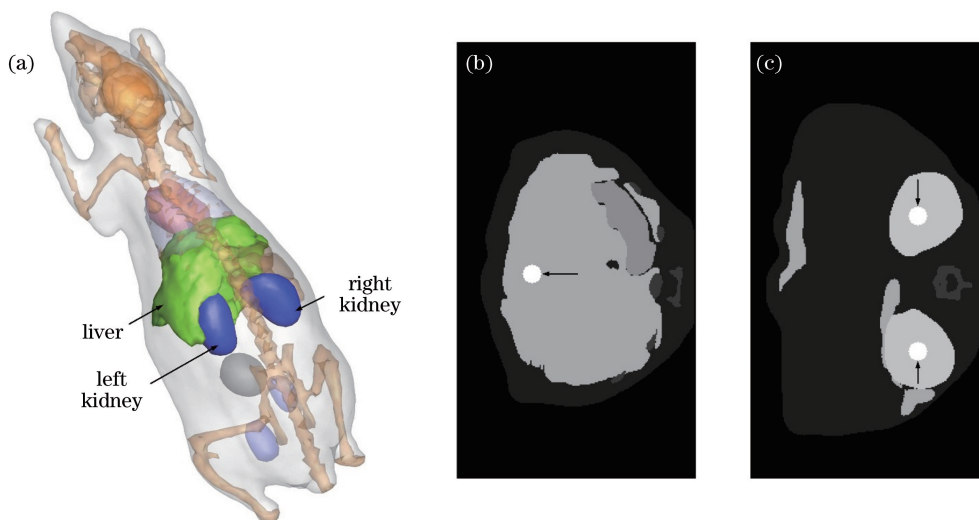


图 1 (a)数字鼠模型;(b)单光源 CT 切片;(c)双光源 CT 切片

Fig. 1 (a) 3D mouse phantom; (b) CT slice of the single-target case; (c) CT slice of the double-target case

3.2 单目标数字鼠实验

在单目标实验中,目标放置于数字鼠肝脏中[中心坐标(17.8 mm,6.6 mm,50.8 mm)],图1(b)为光源中心 $Z=50.8$ mm 处的二维计算机断层扫描(CT)切片。在前向问题中,单目标数字鼠仿体被离散为 251509 个四面体单元和 47733 个节点,逆向重建所采用的数字鼠仿体包含 16588 个四面体单元和 3617 个节点。重建系统矩阵的列相关性为 94.81%。图 2 为 6 种不同正则子的二维重建结果($Z=50.8$ mm),其中,黑色圆圈代表纳米目标真实位置,重建的发光目标颜色越红表示恢复的纳米目标浓度越大。表 2 为 6 种不同正则子的定量重建结果。可以看出, L_{1-2} 和 $L_{1/2}$ 正则子的成像质量在中心定位误差、非零解个数比重、恢复浓度以及相对定量误差方面明显优于其他四种正则子,而其他四种正则子的重建中心误差均超过 1 mm,相对定量误差均已超过 10%。综合对比结果, L_{1-2} 正则子的成像质量最优,但重建时间略大于 OMP 算法。

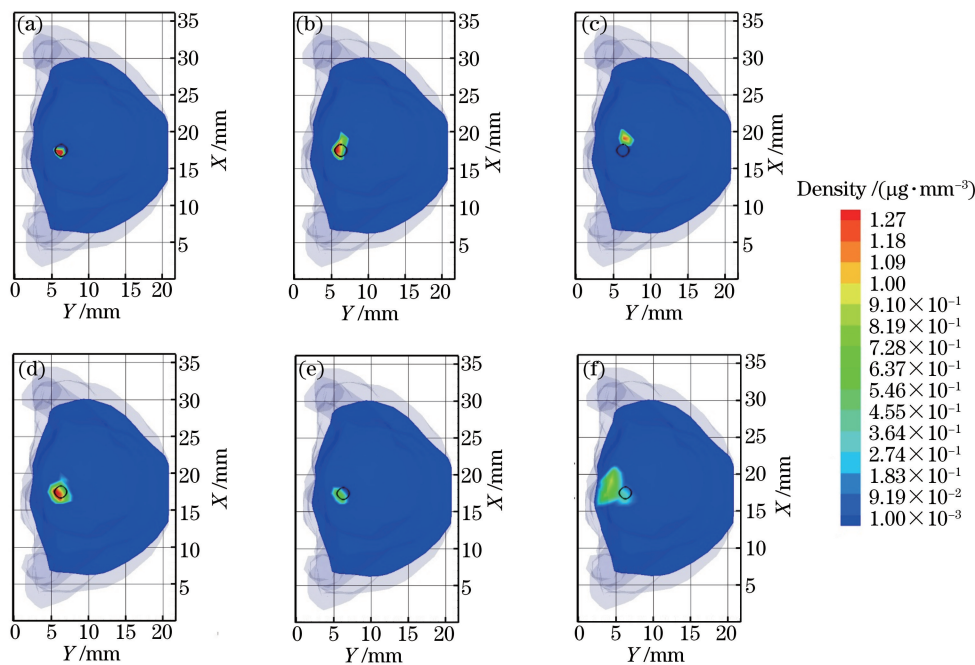


图 2 六种正则子各自的单目标重建结果。(a) L_{1-2} ;(b) $L_{1/2}$;(c) L_1 ;(d) TV;(e) L_0 ;(f) L_2

Fig. 2 Reconstructed images of single target based on the six regularizers. (a) L_{1-2} ; (b) $L_{1/2}$; (c) L_1 ; (d) TV; (e) L_0 ; (f) L_2

表 2 单目标量化重建结果

Table 2 Quantitative results in single-target reconstruction experiments

Method	LE /mm	PNZ /%	Recovered density /($\mu\text{g} \cdot \text{mm}^{-3}$)	Relative quantity error /%	Time /s
DCA- L_{1-2}	0.424	1.40	0.364	6.457	9.07
IRLS- $L_{1/2}$	0.671	2.52	0.352	9.441	29.31
IVTCG- L_1	1.242	3.94	0.294	24.335	64.47
Tikhonov- L_2	2.253	12.21	0.186	52.176	41.36
OMP- L_0	1.171	4.80	0.225	42.057	7.92
TVAL3-TV	1.049	5.80	0.325	16.392	34.40

3.3 双目标数字鼠实验

在单目标实验的基础上,设计双目标实验进一步评估 L_{1-2} 正则子的多目标成像性能。双目标分别放置于数字鼠的左右肾脏中[中心坐标分别为(11.2 mm,14.6 mm,60.0 mm),(22.8 mm,14.8 mm,60.0 mm)],图 1(c)为光源中心 $Z=60.0$ mm 处的二维 CT 切片。前向仿真采用的双目标数字鼠仿体被离散为 251161 个四面体单元和 47656 个节点,逆向重建采用的数字鼠仿体包含 16836 个四面体单元和 3720 个节点。重建系统矩阵的列相关性为 96.15%。鉴于单目标成像定量分析结果,双目标实验只对比 L_{1-2} 和 $L_{1/2}$ 正则子的成像性能。图 3 为 $L_{1/2}$ 和 L_{1-2} 正则子二维重建结果($Z=60.0$ mm),表 3 为对应的定量重建结果。比较结果可知, L_{1-2} 正则子的成像质量优于 $L_{1/2}$ 正则子,双目标中心定位误差均小于 1 mm,相对定量误差均小于 20%。

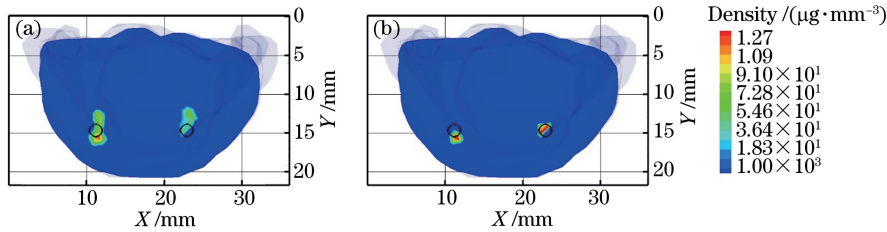


图 3 双目标重建结果展示。(a) $L_{1/2}$; (b) L_{1-2}

Fig. 3 Reconstructed images of double-target experiments. (a) $L_{1/2}$; (b) L_{1-2}

表 3 双目标量化重建结果

Table 3 Quantitative results in double-target reconstruction experiments

Method	Location error /mm		PNZ /%	Recovered density /($\mu\text{g} \cdot \text{mm}^{-3}$)		Relative quantity error /%		Time /s
	Target 1	Target 2		Target 1	Target 2	Target 1	Target 2	
DCA- L_{1-2}	0.718	0.533	2.35	0.319	0.341	18.056	12.299	11.76
IRLS- $L_{1/2}$	1.169	0.706	4.87	0.262	0.298	32.598	23.193	30.89

3.4 稳健性测试

为了进一步评估 DCA- L_{1-2} 算法的稳健性,分别设计了不同激发次数和不同噪声条件下的单目标重建实验。其中,激发次数分别设置为 10、8、6 和 4,设置的高斯白噪声分别为 5%、15%、25%、35% 和 45%。表 4 和表 5 给出各自的量化重建结果。可以看出,尽管减少激发次数会逐渐加重成像问题的病态性,但算法的成像质量基本稳定,中心定位误差控制在 0.7 mm 以内,相对定量误差均小于 20%。此外,噪声增加会直接影响成像质量,对于不同的噪声水平,算法的定量重建结果稳定不变,只是中心定位误差略有增大,仍然在 0.7 mm 以内。

表 4 不同激发次数条件下的量化重建结果

Table 4 Quantitative results of reconstruction experiments in the conditions of different X-ray excitation times

Number of X-ray excitation	LE /mm	PNZ /%	Recovered density /($\mu\text{g} \cdot \text{mm}^{-3}$)	Relative quantity error /%	Time /s
10	0.424	1.40	0.364	6.457	9.07
8	0.439	1.40	0.355	8.670	8.61
6	0.453	2.11	0.347	10.730	7.47
4	0.668	4.13	0.342	12.080	5.12

表 5 不同噪声水平条件下的量化重建结果

Table 5 Quantitative results of reconstruction experiments at different noise levels

Noise level / %	LE / mm	PNZ / %	Recovered density / ($\mu\text{g} \cdot \text{mm}^{-3}$)	Relative quantity error / %	Time / s
5	0.427	1.40	0.364	6.457	9.20
15	0.428	1.40	0.364	6.457	9.19
25	0.468	1.40	0.364	6.457	9.56
35	0.471	1.40	0.364	6.457	9.56
45	0.503	1.40	0.359	7.640	9.77

3.5 真实小鼠实验

为了进一步评估本文算法在实际 CB-XLCT 系统中的成像性能,设计了真实在体小鼠实验,实验数据来自文献[11]。将半径 1 mm、高 2 mm 的塑料毛细管植入小鼠腹部,塑料管中注满纳米颗粒 $\text{Gd}_2\text{O}_3\text{:Tb}$ 。目标质量浓度为 0.015 g/mL,目标中心坐标为 (12.0 mm, 13.2 mm, 6.8 mm)。锥束 X 射线源的电压为 50 kVp,电流为 1 mA,每隔 45° 激发小鼠一次,共激发 8 次。成像系统中投影数据采用传统的 Feldkamp-Davis-Kress(FDK)算法进行三维重建获取小鼠的结构信息^[34]。在成像系统中,高灵敏度 CCD 相机(PIXIS 2048B, Princeton Instrument, 美国)用来采集 620 nm 波长下小鼠表面的光学信号。通过点对点映射方法^[35]将 CCD 相机采集的光学信号映射到小鼠表面,结合小鼠的吸收系数和散射系数(分别为 0.3 mm^{-1} 和 10 mm^{-1} ^[9])进行逆向重建。

重建采用的网格包含 17659 个四面体和 3625 个节点。系统矩阵的列相关性为 92.53%。图 4 为 L_{1-2} 和 $L_{1/2}$ 正则子的三维重建结果以及 CT 切片 $Z=6.8 \text{ mm}$ 处的二维重建结果,表 6 列出了两种正则子对应的量化重建结果。图 5 为 CT 切片分别为 $Z=6.0, 6.8, 7.6 \text{ mm}$ 处的叠加结果。比较可见, L_{1-2} 正则子的成像质量优于 $L_{1/2}$ 正则子,重建时间也更快,真实小鼠实验进一步表明本文方法的实用性。

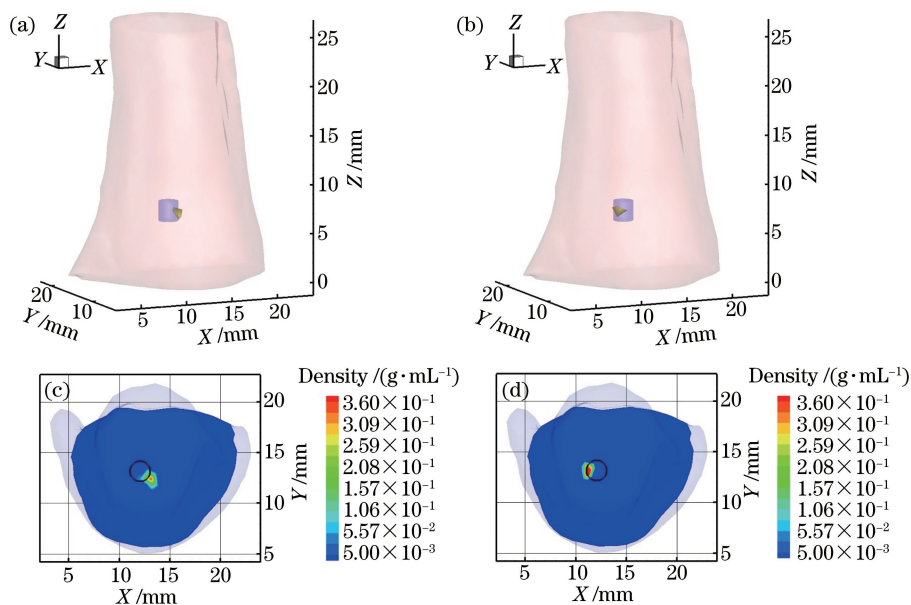


图 4 真实老鼠实验重建结果。(a) $L_{1/2}$ 的三维重建结果;(b) L_{1-2} 的三维重建结果;(c) $Z=6.8 \text{ mm}$ 处, $L_{1/2}$ 的二维重建结果;
(d) $Z=6.8 \text{ mm}$ 处, L_{1-2} 的二维重建结果

Fig. 4 Reconstructed images of *in vivo* mouse experiments. (a) 3D view of the reconstructed result via $L_{1/2}$;
(b) 3D view of the reconstructed result via L_{1-2} ; (c) 2D view ($Z=6.8 \text{ mm}$) of the reconstructed result via $L_{1/2}$;
(d) 2D view ($Z=6.8 \text{ mm}$) of the reconstructed result via L_{1-2}

表 6 真实老鼠实验量化重建结果

Table 6 Quantitative results of *in vivo* mouse experiments

Method	LE /mm	PNZ /%	Recovered density / (g • mL ⁻¹)	Relative quantity error /%	Time /s
DCA- L_{1-2}	0.797	0.63	0.0137	8.667	1.67
IRLS- $L_{1/2}$	0.975	1.12	0.0128	14.667	18.41

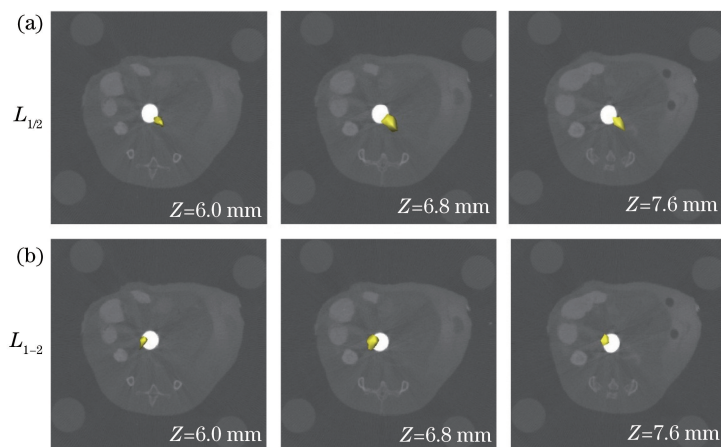


图 5 真实老鼠实验不同 CT 切片的叠加重建结果

Fig. 5 Superposed reconstruction images of *in vivo* mouse experiment based on different CT slices

4 结 论

考虑到纳米目标在生物体内的稀疏分布特点,通过稀疏正则方法求解时,高维系统矩阵的强相关性会直接影响成像质量。为了有效解决 CB-XLCT 的快速成像问题,引入一种非凸 L_{1-2} 稀疏正则子,将 CB-XLCT 的重建问题转化为一种新的稀疏重建模型。为求解该模型,采用一种凸差分算法来解决非凸泛函最小化问题,在每一步凸差分迭代中采用一种带自适应惩罚项的交替方向乘子法进行高效求解。设计了单目标数字鼠、双目标数字鼠以及真实小鼠三组实验,系统地评估了 6 种经典正则子的成像性能,并评估了本文算法的稳健性。实验结果表明,兼顾定位与定量等指标, L_{1-2} 和 $L_{1/2}$ 正则子的成像质量在 6 种正则子中较好,其中 L_{1-2} 正则子的重建质量整体优于 $L_{1/2}$ 正则子。该研究为有效解决 CB-XLCT 快速成像问题提供了指导,同时提出算法也适用于其他光学断层成像问题。

参 考 文 献

- [1] Ahmad M, Prax G, Bazalova M, *et al.* X-ray luminescence and X-ray fluorescence computed tomography: new molecular imaging modalities[J]. IEEE Access, 2014, 2(2): 1051-1061.
- [2] Prax G, Carpenter C M, Sun C, *et al.* X-ray luminescence computed tomography via selective excitation: a feasibility study[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2010, 29(12): 1992-1999.
- [3] He X W, Liang J M, Wang X R, *et al.* Sparse reconstruction for quantitative bioluminescence tomography based on the incomplete variables truncated conjugate gradient method[J]. Optics Express, 2010, 18(24): 24825-24841.
- [4] Liu Hejuan, Hou Yuqing, He Xiaowei, *et al.* A comparative study and evaluation on several typical iterative methods for bioluminescence tomography[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(8): 081704.
刘合娟, 侯榆青, 贺小伟, 等. 几种典型迭代算法在生物发光断层成像中的对比研究及评估[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(8): 081704.
- [5] Dong Fang, Hou Yuqing, Yu Jingjing, *et al.* Fluorescencemolecular tomography via greedy method combined with region-shrinking strategy[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(1): 011701.
董 芳, 侯榆青, 余景景, 等. 结合区域收缩和贪婪策略的荧光分子断层成像[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(1): 011701.
- [6] Yu J J, Cheng J X, Hou Y Q, *et al.* Sparse reconstruction for fluorescence molecular tomography via a fast iterative

- algorithm[J]. Journal of Innovative Optical Health Sciences, 2014, 7(3): 1450008.
- [7] Li C Q, Martínezdávalos A, Cherry S R. Numerical simulation of X-ray luminescence optical tomography for small-animal imaging[J]. Journal of Biomedical Optics, 2014, 19(4): 046002.
- [8] Zhang Haibo, Geng Guohua, Yi Huangjian, *et al.* Comparison between pencil-beam and cone-beam in XLCT system [J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(5): 986-992.
张海波, 耿国华, 易黄建, 等. X射线发光断层成像中笔束与锥束激发性能的对比[J]. 光学精密工程, 2016, 24(5): 986-992.
- [9] Liu X, Liao Q M, Wang H K. Fast X-ray luminescence computed tomography imaging[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2014, 61(6): 1621-1627.
- [10] Chen D M, Zhu S P, Yi H J, *et al.* Cone beam X-ray luminescence computed tomography: a feasibility study[J]. Medical Physics, 2013, 40(3): 031111.
- [11] Chen D M, Zhu S P, Chen X L, *et al.* Quantitative cone beam X-ray luminescence tomography/X-ray computed tomography imaging[J]. Applied Physics Letters, 2014, 105(19): 191104.
- [12] Liu X, Liao Q M, Wang H K, *et al.* Excitation-resolved cone-beam X-ray luminescence tomography[J]. Journal of Biomedical Optics, 2015, 20(7): 070501.
- [13] Natarajan B K. Sparse approximate solutions to linear systems[J]. SIAM Journal on Computing, 1995, 24(2): 227-234.
- [14] Yi H J, Chen D F, Li W, *et al.* Reconstruction algorithms based on l_1 -norm and l_2 -norm for two imaging models of fluorescence molecular tomography: a comparative study[J]. Journal of Biomedical Optics, 2013, 18(5): 056013.
- [15] He Xiaowei, Jin Chen, Yi Huangjian, *et al.* X-ray luminescence computed tomography based on split augmented Lagrangian shrinkage algorithm[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(3): 0317001.
贺小伟, 金晨, 易黄建, 等. 基于分割增广拉格朗日收缩的X射线发光断层成像[J]. 光学学报, 2016, 36(3): 0317001.
- [16] Wang D F, He J, Qiao H T, *et al.* High-performance fluorescence molecular tomography through shape-based reconstruction using spherical harmonics parameterization[J]. PLOS ONE, 2014, 9(4): e94317.
- [17] Zhao L L, Yang H, Cong W X, *et al.* L_p regularization for early gate fluorescence molecular tomography[J]. Optics Letters, 2014, 39(14): 4156-4159.
- [18] Zhu D W, Li C Q. Nonconvex regularizations in fluorescence molecular tomography for sparsity enhancement[J]. Physics in Medicine & Biology, 2014, 59(12): 2901-2912.
- [19] Yin P H, Lou Y F, He Q, *et al.* Minimization of L_{1-2} for compressed sensing[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2015, 37(1): A536-A563.
- [20] Lou Y F, Yin P H, He Q, *et al.* Computing sparse representation in a highly coherent dictionary based on difference of L_1 , and L_2 [J]. Journal of Scientific Computing, 2015, 64(1): 178-196.
- [21] Liu X, Wang H K, Xu M T, *et al.* A wavelet-based single-view reconstruction approach for cone beam X-ray luminescence tomography imaging[J]. Biomedical Optics Express, 2014, 5(11): 3848-3858.
- [22] Jin A, Yazici B, Ale A, *et al.* Preconditioning of the fluorescence diffuse optical tomography sensing matrix based on compressive sensing[J]. Optics Letters, 2012, 37(20): 4326-4328.
- [23] Jin Chen, Guo Hongbo, Hou Yuqing, *et al.* Bioluminescence tomography reconstruction based on simplified spherical harmonics approximation model and sparse reconstruction by separable approximation[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(6): 0617001.
金晨, 郭红波, 侯榆青, 等. 基于变量分离近似稀疏重构和简化球谐近似的生物发光断层成像[J]. 光学学报, 2014, 34(6): 0617001.
- [24] Ghadimi E, Teixeira A, Shames I, *et al.* Optimal parameter selection for the alternating direction method of multipliers (ADMM): quadratic problems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 60(3): 644-658.
- [25] Donoho D L, Huo X. Uncertainty principles and ideal atomic decomposition[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(7): 2845-2862.
- [26] Tao P D, An L T H. Convex analysis approach to DC programming: theory, algorithms and applications[J]. Acta Mathematica Vietnamica, 1997, 22(1): 289-355.
- [27] Lin Z C, Liu R S, Su Z X. Linearized alternating direction method with adaptive penalty for low-rank representation [C]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2011: 612-620.
- [28] Lai M J, Xu Y Y, Yin W T. Improved iteratively reweighted least squares for unconstrained smoothed ℓ_q minimization

- [J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 2013, 51(2): 927-957.
- [29] Zacharopoulos A D, Svenmarker P, Axelsson J, *et al.* A matrix-free algorithm for multiple wavelength fluorescence tomography[J]. *Optics Express*, 2009, 17(5): 3025-3035.
- [30] Li C B. An efficient algorithm for total variation regularization with applications to the single pixel camera and compressive sensing[D]. Houston: Rice University, 2010.
- [31] Shi J W, Cao X, Liu F, *et al.* Greedy reconstruction algorithm for fluorescence molecular tomography by means of truncated singular value decomposition conversion[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2013, 30(3): 437-447.
- [32] Dogdas B, Stout D, Chatziioannou A F, *et al.* Digimouse: a 3D whole body mouse atlas from CT and cryosection data [J]. *Physics in Medicine & Biology*, 2007, 52(3): 577-587.
- [33] Alexandrakis G, Rannou F R, Chatziioannou A F. Tomographic bioluminescence imaging by use of a combined optical-PET (OPET) system: a computer simulation feasibility study[J]. *Physics in Medicine & Biology*, 2011, 50(17): 4225-4241.
- [34] Yan G R, Tian J, Zhu S P, *et al.* Fast cone-beam CT image reconstruction using GPU hardware[J]. *Journal of X-Ray Science and Technology*, 2008, 16(4): 225-234.
- [35] Chen X L, Gao X B, Chen D F, *et al.* 3D reconstruction of light flux distribution on arbitrary surfaces from 2D multi-photographic images[J]. *Optics Express*, 2010, 18(19): 19876-19893.