

空间外差干涉光谱仪信噪比研究

罗海燕, 熊 伟, 施海亮, 李志伟

中国科学院安徽光学精密机械研究所中国科学院通用光学定标与表征技术重点实验室, 安徽 合肥 230031

摘要 以传统非成像式的高光谱空间外差干涉光谱仪为例,详细推导了传统空间外差干涉光谱仪的空域和光谱域信噪比(SNR)的表达式,分析了仪器各影响因素与 SNR 的关系,包含空间分辨率、光谱分辨率、干涉条纹调制度和电子学噪声等,并结合样机成像方式进行了讨论,得出了相应的结论。结果表明,计算 SNR 可有效评估和反映光谱仪的特性。

关键词 测量; 空间外差干涉技术; 信噪比; 干涉图; 傅里叶变换光谱学

中图分类号 TP702 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.0612001

Study for Signal-to-Noise Ratio of Spatial Heterodyne Spectrometer

Luo Haiyan, Xiong Wei, Shi Hailiang, Li Zhiwei

*Key Laboratory of Optical Calibration and Characterization, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Hefei, Anhui, 230031, China*

Abstract The general expression about signal-to-noise ratio (SNR) in spatial domain and spectral domain of spatial heterodyne spectrometer is deduced considering the primary noise, and the relationship between SNR and instrumental characteristic parameter is analyzed, which includes spectral resolution, spatial resolution, degree of interferogram modulation, electronics noise and so on. Combined instrumental characteristic parameter with imaging methods mode, the corresponding conclusion is obtained, and the results show that SNR can efficiently evaluate and reflect the character of spectrometer.

Key words measurement; spatial heterodyne spectroscopy; signal-to-noise; interferogram; Fourier transform spectrometry

OCIS codes 120.4570;120.4820;280.4788;300.6320

1 引 言

空间外差光谱技术(SHS)在 20 世纪 70 年代提出,随着面阵探测器的产生而得到快速发展^[1-2]。空间外差光谱技术凭借其光通量大、无运动部件、结构紧凑、基于某参考波长可获得极高光谱分辨率等优势已成功应用在天文学领域,并发展了各种形式。国内外,基于空间外差光谱技术发展的典型仪器有红外成像空间外差光谱仪(IRISHS)、空间外差成像仪对中间层 OH 自由基(SHIMMER)、空间外差水汽探测仪(SHOW)、多普勒非对称空间外差光谱(DASH)、偏振空间外差干涉仪(PSHI)、可调空间外差光谱仪(TSHS)、空间外差拉曼光谱仪(SHRS)等,以及基于中阶梯光栅等发展的宽谱段空间外差干涉光谱仪(BBSHS)^[3-10]。

国内,中国科学院安徽光学精密机械研究所、中国科学院西安光学精密机械研究所等单位相继开展了该方面的研究。中国科学院安徽光学精密机械研究所于 2006 年开始进行空间外差光谱技术研究^[11-12],主要用于高光谱气候与资源环境监测,通过获取各气体的精细吸收光谱信息,反演大气主要温室气体浓度含量数据。其中,信噪比(SNR)是遥感仪器的重要技术指标,尤其对高光谱遥感数据的定量分析,因此对其信噪比的研究具有重要意义。

收稿日期: 2016-12-14; **收到修改稿日期:** 2017-02-14

基金项目: 国家自然科学基金(41605014)、中国科学院 GFCX 青年基金项目(CXJJ16Q136)

作者简介: 罗海燕(1982—)女,博士,副研究员,主要从事超高光谱遥感探测机理及传感器光机系统设计方面的研究。

E-mail: luohaiyan@aiofm.ac.cn

对光学成像遥感器的信噪比一般特性研究已有相关报道^[13-14],本文以空间外差干涉光谱仪器为例,基于辐射度学、空间干涉调制机理和傅里叶变换光谱学等内容,理论推导了空域和频域的信噪比数学表达式,并结合仪器的干涉调制度指标进行了深入的分析和讨论。

2 入瞳辐亮度、仪器参数与输出信号的关系

空间外差光谱仪样机由前置准直镜 L1、空间外差干涉仪组件(分束器及两臂光栅)、成像镜 L2、L3 以及探测器组成,如图 1 所示。

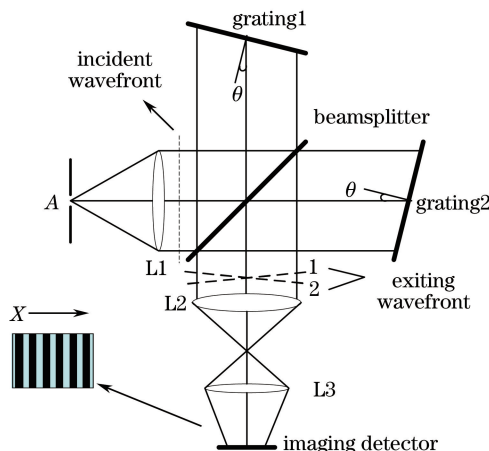


图 1 空间外差光谱仪原理图
Fig. 1 Schematic of the SHS

由空间外差干涉原理可知,光谱仪所获取的被测目标光谱的干涉图像,其中,由分束器、隔片、扩视场棱镜及光栅组成的干涉仪组件是其核心元件。以利特罗波长入射的光经光栅后不发生衍射,此时入射光与光栅法线夹角为利特罗角 θ ;非利特罗波长的光入射至干涉仪形成干涉条纹,干涉条纹经傅里叶变换后可得到输入光谱。且任意波数 σ 单色光入射至光谱仪,在干涉条纹定域面边缘定位平面上产生夹角为 2γ 的出射光束波面,故产生的干涉条纹空间频率为

$$f_x = 2\sigma \sin \gamma \approx 4(\sigma - \sigma_0) \tan \theta, \quad (1)$$

式中 $\sin \gamma \approx \pm 2(\sigma - \sigma_0) \tan \theta / \sigma$ 。 σ_0 为利特罗波数。对于一定的单色光谱输入 $B(\sigma)$,经成像在探测器光栅衍射方向获取的干涉图信号表达式为

$$I(x) = \int_0^{\infty} B(\sigma) \{1 + \cos[2\pi(4x(\sigma - \sigma_0) \tan \theta)]\} d\sigma. \quad (2)$$

对于干涉型仪器来说,需要建立输入光谱辐射亮度 $L(\sigma)$ 和干涉图电信号响应 DN 值之间的关系。通常大气辐射传输模型非常复杂,为了简化,本文忽略大气的折射、湍流和偏振,并假设天空是均匀朗伯散射,地表为朗伯体,并设其对 σ 波长辐射的反射率为 $\rho(\sigma)$,太阳辐射到地球大气层外的波长 σ 的辐照度为 $E(\sigma)$,大气的路径透过率为 $T(\sigma)$ 。太阳天顶角为 Z ,则地物反射的波长 σ 的太阳辐亮度为

$$L_z(\sigma) = \frac{1}{\pi} T(\sigma) E(\sigma) \rho(\sigma) \times \cos Z. \quad (3)$$

则仪器接收的功率可以计算为

$$P = A \cdot \Omega \cdot \tau(\sigma) \cdot \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} L_z(\sigma) d\sigma, \quad (4)$$

式中 A 为仪器样机前置光学系统入瞳口径, Ω 为立体角, $\tau(\sigma)$ 为光学系统光学透过率。当光谱仪瞬时视场对应仪器空间分辨率时,面阵探测器空间维各行具有相同的干涉信息,故将面阵探测器所有信号压缩为 $1 \times N$ 探测器进行信噪比讨论,干涉图零光程差点上的光子数为

$$n_0 = 2 \frac{P\eta}{N} \left/ \left(\frac{hc}{\lambda} \right) \right., \quad (5)$$

式中 η 为量子效率, h 、 c 、 λ 分别为普朗克常量、光速、工作波长。由(2)式可知, 总能量在一条干涉图上的功率分布如图 2 所示。则空域干涉图信噪比表达式为

$$(S/N)_x = \frac{I(x)}{\epsilon_x}, \quad (6)$$

式中 $I(x)$ 为干涉信号, ϵ_x 为任意光程差点处干涉图的噪声, 此时散粒噪声中的光子噪声(属于高斯白噪声)

为主要噪声源, 即干涉域零光程差点信噪比为 $\sqrt{2 \frac{P\eta}{N} \left(\frac{hc}{\lambda} \right)}$ 。

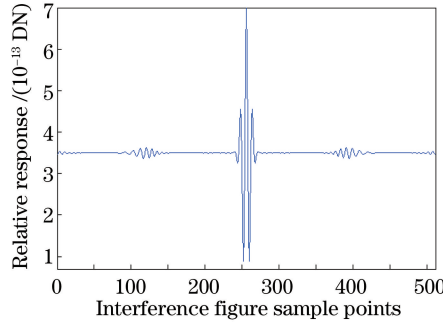


图 2 一条干涉图上的功率分布

Fig. 2 Power distribution of single row interferogram

3 空域与频域信噪比关系

根据白噪声傅里叶变换关系可知, 空域内呈白噪声分布的 ϵ_x , 对应的频域 $\epsilon_{\sigma, \text{tot}}$ 仍为白噪声。其中, $\epsilon_{\sigma, \text{tot}}$ 为频域实部和虚部总噪声, 即 $\epsilon_{\sigma, \text{tot}}^2 = \epsilon_{\sigma, \text{im}}^2 + \epsilon_{\sigma, \text{re}}^2 = 2\epsilon_{\sigma}^2$ 。

实谱域内的噪声呈均匀分布, 不随信号强度的增加而改变, 因此, 频域内信噪比为 $(S/N)_{\sigma} = B(\sigma)/\epsilon_{\sigma}$ 。

干涉信号 $I(x)$ 和频域信号 $B(\sigma)$ 的傅里叶变换关系为

$$\begin{cases} B(\sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} I(x) \exp(-i2\pi\sigma x) dx \\ I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\sigma) \exp(i2\pi\sigma x) d\sigma \end{cases}, \quad (7)$$

且有如下关系:

$$\begin{cases} B(0) = \int_{-\infty}^{\infty} I(x) dx \\ I(0) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\sigma) d\sigma \end{cases}, \quad (8)$$

以及空域和频域的离散傅里叶变换关系如下:

$$B(\sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} I(x) \exp(-i2\pi\sigma x) dx = \delta x \sum_{-L}^L I(x) \exp(-i2\pi\sigma x) = \delta x \sum_0^{2L} I(x) \exp(-i2\pi\sigma x), \quad (9)$$

$$I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\sigma) \exp(i2\pi\sigma x) d\sigma = \delta\sigma \sum_{-\sigma_{\max}}^{\sigma_{\max}} B(\sigma) \exp(i2\pi\sigma x) = \delta\sigma \sum_0^{2\sigma_{\max}} B(\sigma) \exp(i2\pi\sigma x), \quad (10)$$

设 $\sigma_n = n\delta\sigma = 2\sigma_{\max} n/N$, $x_{\max} = m\delta x = 2Lm/N$, 于是有

$$B(\sigma_n) = \delta x \sum_{m=0}^{N-1} I(x_m) \exp\left(-i2\pi\sigma_n 2L \frac{m}{N}\right), \quad (11)$$

$$I(x_m) = \delta\sigma \sum_{n=0}^{N-1} B(\sigma_n) \exp\left(i2\pi x_m 2\sigma_{\max} \frac{n}{N}\right), \quad (12)$$

根据帕塞瓦尔定理^[15]可知:

$$\delta\sigma \sum_n^{N-1} B(\sigma_n) \cdot B^*(\sigma_n) = \delta x \sum_{m=0}^{N-1} I(x_m) \cdot I^*(x_m), \quad (13)$$

由于 $\overline{|I|^2} = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} I(x_m) \cdot I^*(x_m)$, 则(13)式又可写为

$$N\delta\sigma \frac{1}{N} \sum_n^{N-1} B(\sigma_n) \cdot B^*(\sigma_n) = N\delta x \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} I(x_m) \cdot I^*(x_m), \quad (14)$$

$$N\delta\sigma \overline{|B|^2} = N\delta x \overline{|I|^2} \quad \text{or} \quad 2\sigma_{\max} \overline{|B|^2} = 2L \overline{|I|^2}, \quad (15)$$

式中 $\delta\sigma$ 、 δx 分别为光谱分辨率和光程差采样间隔, $-L \sim L$ 为光程差采样范围, σ_{\max} 为最大波数差。对于空间外差干涉光谱仪而言, 存在如下关系:

$$\begin{cases} L = 4x_{\max} \tan \theta \\ \delta x = 2 \times 4x_{\max} \tan \theta / N = 2L / N, \\ \delta\sigma = 2\sigma_{\max} / N \end{cases} \quad (16)$$

式中 N 为双边采样点数。根据上述关系有 $2L \times \delta\sigma = 2\sigma_{\max} \times \delta x = N \times \delta x \times \delta\sigma = 1$, 因此, 频率和空域能量或者噪声变换关系为

$$2\sigma_{\max} \overline{|B|^2} = 2L \overline{|I|^2} \Rightarrow \epsilon_{\sigma, \text{tot}} \sqrt{2\sigma_{\max}} = \epsilon_x \sqrt{2L}, \quad (17)$$

由(7)式可知, 频域内噪声关系为 $\epsilon_{\sigma, \text{tot}} / \sqrt{2} = \epsilon_\sigma$, 结合(8)~(10)式离散傅里叶级数的映射定理可知, 零光程差点处干涉能量与频域强度关系为

$$I(0) = \delta\sigma \sum_{n=0}^{N-1} B_e(\sigma_n) = \delta\sigma N \overline{B_e}, \quad (18)$$

式中 $B_e(\sigma) = \frac{1}{2}[B(\sigma) + B(-\sigma)]$, 将其扩展至 $[-\infty, \infty]$ 空间内; $\overline{B_e}$ 为 N 个采样点上的谱强度平均值。

那么, 零光程差点处干涉图信噪比(6)式可进一步表达为

$$(S/N)_{x=0} = \frac{I(0)}{\epsilon_x} = \frac{\delta\sigma N \overline{B_e}}{\epsilon_{\sigma, \text{tot}} \sqrt{2\sigma_{\max}} / (2L)} = \frac{\delta\sigma N \overline{B_e}}{\sqrt{2} \epsilon_\sigma \cdot \sqrt{2\sigma_{\max}} / (2L)}, \quad (19)$$

结合仪器参数关系(16)式, 则(19)式可简化为

$$(S/N)_{x=0} = \sqrt{\frac{N}{2}} \cdot \frac{\overline{B_e}}{\epsilon_\sigma}, \quad (20)$$

由空域和频域噪声变换关系(17)式可知, $\epsilon_\sigma = \sqrt{\frac{N}{2}} \cdot \frac{\overline{B_e}}{(S/N)_{x=0}}$, 则频域光谱信噪比公式 $(S/N)_\sigma = \frac{B_e(\sigma)}{\epsilon_\sigma}$

可进一步表达为

$$(S/N)_\sigma = \frac{B_e(\sigma)}{\epsilon_\sigma} = \sqrt{\frac{2}{N}} \cdot \frac{B_e(\sigma)}{\overline{B_e}} \cdot (S/N)_{x=0}. \quad (21)$$

4 信噪比计算

设单边干涉图采样点数为 N' ($2N' = N$), 光谱元数为 $m = \Delta\lambda / \delta\lambda$, 在 2.4 倍采样条件下, $m = N' / 1.2$ 。根据上述分析可知, 在光子发射噪声受限响应条件下, 像面探测器测得的干涉图平均信噪比 S_{SNR_α} 与其傅里叶变换后的谱域的理论平均信噪比 S_{SNR_σ} 之间存在以下关系:

$$S_{\text{SNR}_\sigma} = \sqrt{2} S_{\text{SNR}_\alpha} \sqrt{2/N} \frac{N}{2} = S_{\text{SNR}_0} \sqrt{N/2}, \quad (22)$$

$$S_{\text{SNR}_0} = \sqrt{\frac{T \cdot A \cdot \Omega \cdot \tau \cdot \delta\sigma \cdot L(\sigma) \cdot \eta}{hc\sigma}} = \sqrt{T \cdot A \cdot \Omega \cdot \tau \cdot \delta\sigma \cdot I(\sigma)} = \sqrt{M_{\text{shs, mono}}}, \quad (23)$$

式中 S_{SNR_0} 为空间维 1024 行信号压缩后对应 $1 \times N$ 的线阵探测器在零光程差点处的干涉信号信噪比。 $M_{\text{shs, mono}}$ 为单色光平均电子数。

表 1 760 nm 波段光谱仪系统参数表

Table 1 Parameters of the spectrometer in 760 nm waveband

No.	Parameter	Performance index
1	Littrow wavelength	757 nm
2	Groove density	600 gr/mm
3	Littrow angle θ_L	13.126 °
4	Magnification k	0.621
5	Spectral resolution	0.6 cm^{-1}
6	Detector	1024×1024 at 13 μm
7	FOV of interferometer	$\pm 1.24^\circ$
8	Grating size	22.44 mm
9	Achieved spectral range	Filter limited
10	CCD average spectral response	0.6

表 1 所示为基于空间外差干涉光谱技术的 760 nm 波段光谱仪的设计参数,并在观测地表反射率为 30%,太阳高度角为 60°条件下获取的等效辐亮度目标信号 $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m})$ 来计算获得其理论信噪比,通过实测干涉数据进行光谱复原后计算得到光谱数据的信号值与噪声的比值获取系统的实测信噪比。

对于入瞳幅亮度为 $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m})$ 的输入光,经入瞳口径为 105 mm、视场角为 14.6mrad 的望远系统后,再经中继准直透镜将入瞳比例缩放在光栅面处,依据样机内各元件镀膜指标可推算,空间外差干涉型光谱仪光学透过率约为 0.12,经 47-20CCD 芯片及后处理电路接收后(1.207 乘以采样数),在 290 ms 积分时间内空间外差光谱仪理论光谱信噪比约为 789。此处需要说明的是,受限于探测器饱和 DN,当复色光入射至光谱仪时,通常需多幅平均来获取仪器的光谱信噪比。

然而,实际干涉图受光谱仪光谱分辨率和视场角、光学镜头调制传递函数(MTF)、干涉组件面形精度等因素影响,不同条纹频率对应的干涉调制度不同,而非上述讨论过程中的理想情况。当考虑实际干涉条纹对比度 M 时,该因子影响干涉图零光程差点的有效光子数,其干涉图信噪比和光谱信噪比均降低为原来的 M 倍,该通道实测白光干涉图扣除暗电流后,其调制度约为 0.85。

同时,当选取短波为基频波长时,由探测器量子响应效率曲线和成像系统 MTF 曲线可知,其光谱响应效率与频率-对比度曲线均呈现沿着短波向长波的波长变化而降低的趋势,即如图 3 所示实测信噪比曲线短波信噪比急剧降低的趋势。当对仪器光谱响应曲线要求较为平滑,或要求较宽波段内信噪比均满足某一指标时,空间外差干涉仪组件的基频选取应为长波,使之成像系统 MTF 曲线与探测器光谱响应曲线互补较为合理。图 4 为典型成像系统对比度随空间频率的变化曲线,当以长波为基频波长时,长波对应的空间频率干涉条纹的理论对比度优于短波。

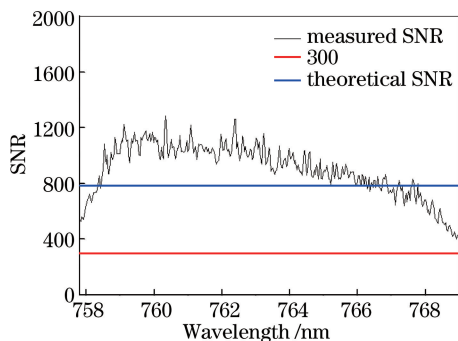


图 3 760 nm 波段光谱仪实测光谱信噪比

Fig. 3 Measured SNR for spectrometer in 760 nm waveband

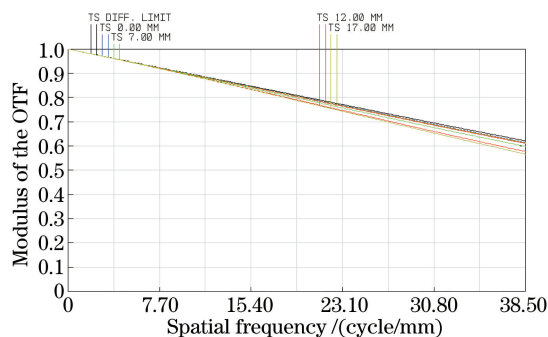


图 4 成像系统 MTF 曲线

Fig. 4 MTF curves of imaging system

对于传统的非成像空间外差干涉光谱仪而言,单位空间分辨率内的辐射总量以图 2 所示的干涉图形式以及干涉调制度因子等规律被分配在探测器的每个像元内,相比同等空间分辨率和仪器入瞳口径的光栅光谱仪而言,其探测器像元响应值要低很多(1/ M 倍)。为充分利用空间外差干涉光谱技术的特点,通常需要以增大口径为途径,来获取与光栅光谱仪同等量级的信噪比。同时,信噪比还受仪器功能组件的设计、加工

及装调误差的影响,综合体现为干涉调制度影响因子;从空域到光谱域变换过程中,探测器坏像元、探测器响应非均匀性等因素对光谱复原的影响分析已有相关研究和报道^[16]。

图 5 所示为相同立体角扩展光源对不同类光谱仪所产生的波长漂移对比,扩视场空间外差光谱仪所产生的波长漂移为传统光栅光谱仪的 $2C(n, r)/\tan\theta_L$ 倍,对于相同光谱分辨率的光谱仪而言,扩视场空间外差光谱仪所能接受的扩展光源孔径立体角可增大至原来的 100 倍左右。

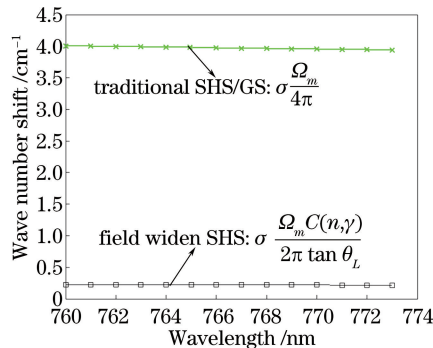


图 5 扩展光源对不同类光谱仪产生的波长平移

Fig. 5 Wave number shift caused by extended source for different spectrometers

5 结 论

利用推扫二维成像结合空间外差干涉光谱技术,分时获取同一空间分辨单元内不同光程差点的干涉信息,可以大大提高仪器的信噪比,然而,该技术受限于平台的运动精度和后续图像的配准精度。因此,仪器具体的实现方式应依据平台的运动精度水平以及探测目标的信噪比需求进行综合评估。

参 考 文 献

- [1] Harlander J, Roesler F L. Spatial heterodyne spectroscopy: A novel interferometric technique for ground-based and space astronomy[C]. SPIE, 1990, 1235: 622-633.
 - [2] Smith B W, Harlander J. Imaging spatial heterodyne spectroscopy: Theory and practice[C]. SPIE, 1999, 3698: 925-931.
 - [3] Milligan S, Howard J W, Laubscher B E, *et al.* Optical design of an imaging spatial heterodyne infrared spectrometer [C]. SPIE, 1999, 3698: 869-881.
 - [4] Englert C R, Stevens M H, Siskind D E, *et al.* Spatial heterodyne imager for mesospheric radicals (shimmer): Results from the first satellite borne SHS spectrometer [C]. Fourier Transform Spectroscopy. Optical Society of America, 2009: FWC1.
 - [5] Lin Y, Shepherd G, Solheim B, *et al.* Introduction to spatial heterodyne observations of water (SHOW) project and its instrument development[C]. TOVS Study Conference, 2005: 835-843.
 - [6] Englert C R, Babcock D D, Harlander J M. Doppler asymmetric spatial heterodyne spectroscopy(DASH): Concept and experimental demonstratin[J]. Appl Opt, 2007, 46(29): 7297-7307.
 - [7] Michael W K, Matthew N M, Michael J E, *et al.* Polarization spatial heterodyne interferometer: Model and calibration [J]. Optical Engineering, 2014, 53(4): 044104.
 - [8] Olivia R D, Walter M H. Tunable, all-reflective spatial heterodyne spectrometer for broadband spectral line studies in the visible and near-ultraviolet[J]. Applied Optics, 2009, 48(21): 4227-4238.
 - [9] Nirmal L, Shiv K S, Tayro EA, *et al.* Ultraviolet stand-off raman measurements using a gated spatial heterodyne Raman spectrometer[J]. Applied Spectroscopy, 2016, 70(4): 666-675.
 - [10] James E L, Zac E L, John MH, *et al.* Broadband, high-resolution spatial heterodyne spectrometer [J]. Applied Optics, 2008, 47(34): 6371-6384.
 - [11] Ye Song, Fang Yonghua, Hong Jin, *et al.* Experimental study on spatial heterodyne spectroscopy[J]. Opto-Electronic Engineering, 2007, 34(5): 84-88.
- 叶 松, 方勇华, 洪 津, 等, 空间外差光谱技术实验研究[J]. 光电工程, 2007, 34(5): 84-88.

- [12] Shi Hailiang, Xiong Wei, Li Zhiwei, *et al.* Phase error correction of spatial heterodyne spectroscopy[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(3): 0330003.
施海亮, 熊 伟, 李志伟, 等, 空间外差光谱仪相位误差修正[J]. *光学学报*, 2013, 33(3): 0330003.
- [13] Hu Liang, Zhou Jinsong, Chen Xinjin. Study on the signal to noise ratio of interference spectrometer's remote sensing [J]. *Science Technology and Engineering*, 2007, 7(18): 4644-4647.
胡 亮, 周锦松, 陈新锦. 干涉光谱仪遥感探测的信噪比研究[J]. *科学技术与工程*, 2007, 7(18): 4644-4647.
- [14] Jin Xizhe, Xiang Yang, Yu Bingxi. Analysis for signal-to-noise ratio of imaging Fourier transform spectrometer[J]. *Journal of Remote Sensing*, 2000, 4(3): 194-196.
金锡哲, 向 阳, 禹秉熙. 成像干涉光谱仪信噪比研究[J]. *遥感学报*, 2000, 4(3): 194-196.
- [15] Brault J W. Fourier transform spectroscopy[C]. *High Resolution in Astronomy, Fifteenth Advanced Course of the Swiss Society of Astronomy and Astrophysics*, 1985: 3-61.
- [16] Jin Wei, Chen Dihui, Li Zhiwei, *et al.* Screening and testing method of satellite-borne detectors for spatial heterodyne spectrometer[J]. *Chinese J Lasers*, 2016, 43(9): 0904004.
金 伟, 陈迪虎, 李志伟, 等, 星载空间外差光谱仪探测器筛选测试方法[J]. *中国激光*, 2016, 43(9): 0904004.