

# 基于贝叶斯学习的下视三维合成孔径雷达成像方法

康 乐<sup>1,2</sup>, 张 群<sup>1,2,3</sup>, 李涛泳<sup>1,2</sup>, 顾福飞<sup>4</sup>

<sup>1</sup>空军工程大学信息与导航学院, 陕西 西安 710077;

<sup>2</sup>信息感知技术协同创新中心, 陕西 西安 710077;

<sup>3</sup>复旦大学电磁波信息科学教育部重点实验室, 上海 200433;

<sup>4</sup>中国卫星海上测控部, 江苏 江阴 214431

**摘要** 为了获得理想的跨航向分辨率, 现有下视三维合成孔径雷达(DL 3D SAR)成像方法所需天线阵列过长, 且阵元数目过多。针对该问题, 提出了一种基于  $L_p$  正则化的 DL 3D SAR 成像方法。在分析 DL 3D SAR 回波信号模型的基础上, 构建超完备字典, 将跨航向成像过程转化为  $L_p$  范数最小化问题, 并分析其可行性, 最后使用稀疏贝叶斯学习方法对其进行优化求解以获得最终的成像结果。仿真实验结果表明, 该方法在保证成像质量的前提下可以将成像所需阵列长度减少为原长度的  $1/4$ , 或者在相同阵列条件下将跨行向分辨率提高 1 倍。

**关键词** 成像系统; 合成孔径雷达; 三维成像; 贝叶斯学习;  $L_p$  正则化

**中图分类号** TN957.52 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201737.0611003

## Imaging Method of Downward-Looking Three-Dimensional Synthetic Aperture Radar Based on Bayesian Learning

Kang Le<sup>1,2</sup>, Zhang Qun<sup>1,2,3</sup>, Li Taoyong<sup>1,2</sup>, Gu Fufei<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Institute of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China;

<sup>2</sup>Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding, Xi'an, Shaanxi 710077, China;

<sup>3</sup>Key Laboratory for Information Science of Electromagnetic Waves, Fudan University, Shanghai 200433, China;

<sup>4</sup>China Satellite Maritime Tracking and Control Department, Jiangyin, Jiangsu 214431, China

**Abstract** To meet the request of high resolution on cross-track, conventional downward-looking three-dimensional synthetic aperture radar (DL 3D SAR) imaging on micro unmanned aerial vehicle requires much longer transmitting antenna and more receiving antenna array. A novel imaging method of DL 3D SAR based on  $L_p$  regularization is proposed. Analyzing the 3D echo signal model, the over-complete dictionary is structured. And the imaging problem is transformed into a  $L_p$  regularization model which can be solved by sparse Bayesian learning method. The simulation results show that the proposed method can cut down nearly  $3/4$  length of antenna array without reducing the imaging quality obviously, or make the cross-track resolution improve 2 times with full sampling compared to the conventional method.

**Key words** imaging systems; synthetic aperture radar; three-dimensional imaging; Bayesian learning;  $L_p$  regularization

**OCIS codes** 110.3055; 110.3010; 110.6880; 280.6730

## 1 引 言

下视三维合成孔径雷达(DL-3D-SAR)是一种新体制 SAR 三维成像方式。该成像方式利用发射大带宽信号获得距离向分辨率, 利用平台运动形成的合成孔径和跨航向的天线阵列分别获得航迹向和跨航向分辨

**收稿日期:** 2016-11-28; **收到修改稿日期:** 2017-01-30

**基金项目:** 国家自然科学基金(61501498)、航空基金(20151996016)、陕西省统筹创新工程-特色产业创新链项目(2015KTTSGY04-06)

**作者简介:** 康 乐(1993—), 男, 博士研究生, 主要从事雷达信号处理、三维成像方面的研究。E-mail: 18810495946@163.com

**导师简介:** 张 群(1963—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事雷达信号处理、认知雷达成像方面的研究。

E-mail: zhangqunnus@gmail.com

率,进而实现对地观测场景的三维成像<sup>[1]</sup>。由于从常规 SAR 的侧视几何拓展到了下视几何,其可以克服二维 SAR 成像的几何失真、左右模糊以及阴影效应等问题<sup>[2-3]</sup>,因而成为近年来 SAR 研究的热点之一。无人机载下视三维成像在对地观测、战场信息获取以及态势感知等方面具有广阔的应用前景<sup>[4]</sup>,随着无人机小型化技术日趋成熟,无人机载 DL-3D-SAR 的小型化问题也亟需解决。

自 1999 年提出下视三维成像的概念以来,无人机载下视三维雷达系统 ONERA<sup>[5]</sup>和 ARTINO<sup>[6]</sup>利用跨航向的稀疏线阵综合获得虚拟阵列,实现对平台正下方区域的三维成像。在此基础上,Klare 等<sup>[7]</sup>分析了因机翼振动导致的天线阵列畸变对系统成像质量的影响,并提出了相应的误差校正方法。基于 Chirp Scaling 算法<sup>[8]</sup>、极坐标格式算法<sup>[9]</sup>等传统的二维 SAR 成像算法,新的 DL-3D-SAR 成像方法也陆续提出。与二维 SAR 成像相比,其关键在于通过阵列综合实现跨行向维的分辨,且该维的分辨率与有效阵列长度有关,在其他参数固定的情况下,有效阵列长度越长则分辨率越高。

近年来,压缩感知(CS)理论<sup>[10]</sup>得到广泛应用<sup>[11-12]</sup>,由于大部分三维场景具有稀疏性,可以将雷达成像处理转化为含噪声条件下的稀疏信号重构问题,研究表明,使用 CS 理论可以显著提高跨航向分辨率,并有效抑制旁瓣<sup>[13]</sup>;考虑到数据丢失、特殊阵列以及平台限制等引起的虚拟阵元的稀疏或不规则分布,可以结合稀疏阵列与 CS 理论以获得稳健性更好的成像效果<sup>[14]</sup>。如果将 DL-3D-SAR 成像视为参数估计问题,基于 CS 的超分辨性能界限也已经通过求解克拉美罗界得出<sup>[15]</sup>。然而,上述研究成果均基于 L1 正则化框架下的 CS 理论得到,且不能有效减少 DL-3D-SAR 成像所需的阵元数目与阵列长度,无法适用于小型化无人机平台。随着 CS 理论的发展,Xu 等<sup>[16]</sup>提出采用 L<sub>p</sub> 正则化度量原始信号的稀疏度获得了较 L1 更为稀疏的重建信号,并且所需观测信号更少,因此,采用基于 L<sub>p</sub> 正则化的 CS 理论解决 DL-3D-SAR 成像问题能获得更好的降采样效果。

本文针对 DL-3D-SAR 成像存在的阵元数目过多、阵列天线长度过长的问题,以多发多收的收发模式为例,首先分析回波信号,在经过距离向和沿航迹向匹配滤波处理的基础上构造超完备字典,从而建立基于 L<sub>p</sub> 正则化的 DL-3D-SAR 成像模型,理论分析该成像模型的可行性,并以稀疏贝叶斯学习方法<sup>[17]</sup>进行优化求解。该方法能够有效消除跨航向的旁瓣,提高跨航向分辨率,提升成像质量;能够有效减少成像所需的发射阵元与接收阵元数目,在保证一定成像质量的前提下实现阵列长度的缩减。

## 2 DL-3D-SAR 信号模型

DL-3D-SAR 成像的几何模型如图 1 所示,其中, $x$  轴为沿航迹向, $y$  轴为跨航向, $z$  轴为距离向,载机平台距离为  $H$ ,平台沿  $x$  轴以匀速  $v$  飞行,并对正下方观测区域成像,观测区域有  $N$  个散射点,每个散射点位置为  $P_n(x_n, y_n, z_n)$ , $n=1,2,\dots,N$ 。采用交替发射来等效多发多收的收发模式,天线阵列沿  $y$  轴分布在载机平台上,共有  $N_t$  个发射阵元与  $N_r$  个接收阵元。发射阵元均匀位于阵列两端,阵元间隔为  $2d$ ,表示为  $t_i$ , $i=1,2,\dots,N_t$ ;接收阵元均匀排布于阵列中间,间隔为  $N_t d$ ,表示为  $r_j$ , $j=1,2,\dots,N_r$ 。每一时刻只有一个发射阵元发射信号,其余接收阵元接收信号。

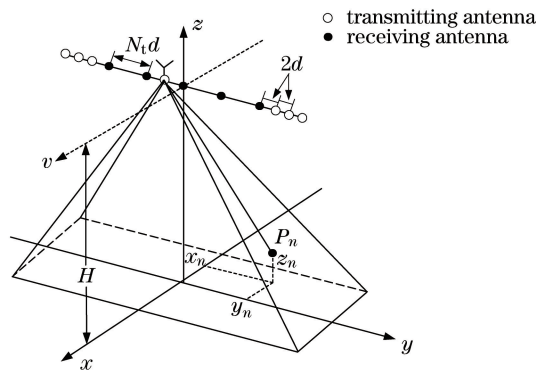


图 1 DL 3D SAR 成像模型

Fig. 1 DL 3D SAR imaging mode

当收发天线之间的距离远小于收发双程回波斜距时,可以采用等效相位中心原理<sup>[18]</sup>将线阵等效为若干单站收发同置的工作模式,等效阵元的坐标为收发天线的坐标中心。收发同置近似处理相位补偿函数为

$$H_1 = \exp[j\pi (y_{t_p} + y_{r_q})^2 / (2\lambda H)], \quad (1)$$

式中  $y_{t_p}$  和  $y_{r_q}$  分别为发射阵元  $t_p$  和接收阵元  $r_q$  的跨航向坐标,  $R_n$  为点目标  $P_n$  斜距在沿航迹-距离平面的投影,  $\lambda$  为波长。

由于采用时分发射模式,还需考虑载机平台运动引起的跨航向等效阵元的弯曲问题,并进行相位校正。一个发射周期内第  $i$  个脉冲重复时间(PRT)的等效阵元的相位校正函数为<sup>[19]</sup>

$$H_2 = \exp\{j\pi [v(i-1)P_{RT}]^2 / (2\lambda R_s)\}。 \quad (2)$$

采用脉冲时宽  $T_p$ 、信号中心载频  $f_c$ 、调频率  $K_r$  的线性调频信号为发射信号

$$S_p(t) = \text{rect}(t/T_p) \exp(j2\pi f_c t + j\pi K_r t^2), \quad (3)$$

则接收阵元  $r_q$  的接收信号为

$$S_{pq}(t) = \sum_{n=1}^N \sigma_n \text{rect}\left(\frac{t - R_{tp,rq}/c}{T_p}\right) \text{rect}\left(\frac{x - x_n}{L_{sar}}\right) \exp\left[j\pi K_r \left(t - \frac{R_{tp,rq}}{c}\right)^2\right] \exp\left[j2\pi f_c \left(t - \frac{R_{tp,rq}}{c}\right)\right], \quad (4)$$

式中  $\sigma_n$  为点目标的后向散射系数,  $L_{sar}$  为沿航迹向合成孔径长度,  $c$  为光速,  $R_{tp,rq}$  为双程回波斜距历程,  $\text{rect}(\cdot)$  为窗函数。

利用(3)、(4)式对回波信号进行相位补偿,距离向与沿航迹向的处理与传统二维 SAR 成像的处理方法相同,包括距离向压缩、距离徙动校正以及沿航迹向压缩,再进行剩余的二次相位项  $\exp[j2\pi y_{tp,rq}^2 / (\lambda R_B)]$  的补偿处理后,得到的回波数据为

$$S_{pq,c}(\hat{t}, t_{mt}) = \sum_{n=1}^N \sigma_n \text{sinc}\left[B_r \left(\hat{t} - \frac{2R_c}{c}\right)\right] \text{sinc}\left[B_a \left(t_{mt} - \frac{x_n}{c}\right)\right] \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{2y_n y_{pq}}{R_B}\right)\right] \exp\left(-j \frac{4\pi}{\lambda} R_B\right), \quad (5)$$

式中  $t_{mt}$  为慢时间,  $\hat{t} = t - t_{mt}$  为快时间,  $R_c = R_B + \frac{y_{pq}^2}{2R_B} - \frac{2y_{pq}y_n}{2R_B}$  为经过徙动校正后的距离,  $R_B = \sqrt{(H - z_n)^2 + y_n^2}$ ,  $B_a$  为沿航迹向多普勒带宽。

### 3 成像处理

#### 3.1 成像模型

对回波信号进行数字信号处理,将沿航迹向和距离向按快时间和慢时间进行离散化。假设沿航迹向发射  $N_x$  个脉冲,距离向得到  $N_z$  个采样点,则回波数据为  $N_x \times N_z$  的矩阵。回波经采样后的表达式为

$$S_{pq,c}(n_x, n_z) = \sum_{n=1}^N \rho_n(n_x, n_z) \varphi_{pq,n}。 \quad (6)$$

将上述回波数据改写为矩阵形式,得到

$$\mathbf{S}_{pq,c} = [\varphi_{pq,1}, \varphi_{pq,2}, \dots, \varphi_{pq,n}] [\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \dots, \boldsymbol{\rho}_n]^T, \quad (7)$$

式中  $\boldsymbol{\rho}_n$  包含了跨航向的目标散射系数信息,即  $\boldsymbol{\rho}_n = \sigma_n \text{sinc}\left[B_r \left(\hat{t} - \frac{2R_c}{c}\right)\right] \text{sinc}\left[B_a \left(t_{mt} - \frac{x_n}{c}\right)\right] \exp\left(-j \frac{4\pi}{\lambda} R_B\right)$ ;  $\varphi_{pq,n}$  为跨航向采样引起的徙动相位项,  $\varphi_{pq,n} = \exp[j2\pi(2y_n y_{pq}) / (\lambda R_B)]$ 。

然而对于线阵天线,完整的回波数据还需考虑不同阵元等效相位中心的不同,这样可将二维数据转化为三维数据。将等效阵元按照其所属发射阵元的顺序排列,则回波数据表示为

$$\mathbf{S}_c = [\mathbf{S}_{11,c}, \mathbf{S}_{12,c}, \dots, \mathbf{S}_{N_1,1,c}, \mathbf{S}_{N_1,2,c}, \dots, \mathbf{S}_{N_1,N_r,c}]^T = [\mathbf{S}_{1,c}, \mathbf{S}_{2,c}, \dots, \mathbf{S}_{L,c}]_{L \times (N_x \times N_z)}, \quad (8)$$

式中  $L = N_t \times N_r$  为等效阵元的个数。

对跨航向进行离散化,将成像场景跨航向区间  $[-Y_0, Y_0]$  根据所需分辨率  $\rho_y = \Delta y$  进行均匀划分,共划分为  $N_y = 2Y_0 / \Delta y$  份,则场景离散化为

$$y_{n_y} = -Y_0 + 2Y_0(n_y - 1) / L, n_y = 1, 2, \dots, N_y。 \quad (9)$$

将  $\varphi_{pq,n}$  扩展构造超完备字典,得到

$$\Phi = \begin{bmatrix} \varphi_{1,1} & \varphi_{1,2} & \cdots & \varphi_{1,N_y} \\ \varphi_{2,1} & \varphi_{2,2} & \cdots & \varphi_{2,N_y} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varphi_{L,1} & \varphi_{L,2} & \cdots & \varphi_{L,N_y} \end{bmatrix}, \varphi_{i,j} = \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{2y_j \hat{y}_i}{R_B}\right)\right], \quad (10)$$

式中  $\hat{y}_i = -(N-1)d/2 + (i-1)d$  为重新排列后的等效阵元沿跨航向的位置坐标。此时,回波数据可表示为

$$\mathbf{S}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{1,c} \\ \mathbf{S}_{2,c} \\ \vdots \\ \mathbf{S}_{L,c} \end{bmatrix}_{L \times N_x \times N_z} = \begin{bmatrix} \varphi_{1,1} & \cdots & \varphi_{1,N_y} \\ \varphi_{2,1} & \cdots & \varphi_{2,N_y} \\ \vdots & & \vdots \\ \varphi_{L,1} & \cdots & \varphi_{L,N_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\rho}_1 \\ \boldsymbol{\rho}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\rho}_{N_y} \end{bmatrix} = \Phi_{L \times N_y} \boldsymbol{\rho}_{N_y \times N_x \times N_z}. \quad (11)$$

若考虑到噪声  $\mathbf{e}$  的影响,则有

$$\mathbf{S}_{c,L \times (N_x \times N_z)} = \Phi_{L \times N_y} \boldsymbol{\rho}_{N_y \times (N_x \times N_z)} + \mathbf{e}. \quad (12)$$

由于已经将点目标沿跨航向投影在离散化场景域上,即对于包含目标散射信息的非稀疏向量  $\boldsymbol{\rho} = [\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \cdots, \boldsymbol{\rho}_n]_{N \times (N_x \times N_z)}^T$ ,在其间按照跨航向位置以  $\Delta y$  为间隔插入值  $\boldsymbol{\rho}_i = 0$  的若干散射点,以此来构造目标的稀疏投影向量  $\boldsymbol{\rho} = [\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \cdots, \boldsymbol{\rho}_{N_y}]_{N_y \times (N_x \times N_z)}^T$ ,当  $y_i$  处存在目标时,  $\boldsymbol{\rho}_i \neq 0$ 。只要  $\Delta y$  足够小,总可以插入足够多的 0,使得  $N_y$  远大于  $N$ ,事实上,只要  $N_y$  取为  $N$  的 5 倍左右,即可使  $\boldsymbol{\rho}$  为稀疏向量,从而将上述问题转化为一个稀疏优化求解过程

$$\min S(\boldsymbol{\rho}), \text{ s.t. } \mathbf{S}_c = \Phi \boldsymbol{\rho} + \mathbf{e}, \quad (13)$$

这里  $S(\boldsymbol{\rho})$  为  $\boldsymbol{\rho}$  的某个稀疏度量,如果采用正则化框架,可以转化为一个最小化的问题,即

$$\boldsymbol{\rho} = \operatorname{argmin}[\|\mathbf{S}_c - \Phi \boldsymbol{\rho}\|^2 + P(\boldsymbol{\rho}; \lambda)], \quad (14)$$

式中  $\lambda$  为正则化参数,  $P(\boldsymbol{\rho}; \lambda)$  为罚函数,当采用  $P(\boldsymbol{\rho}; \lambda) = \lambda \|\boldsymbol{\rho}\|_p, 0 < p < 1$  时,可以建立  $L_p$  正则化模型

$$\boldsymbol{\rho} = \operatorname{argmin}[\|\mathbf{S}_c - \Phi \boldsymbol{\rho}\|^2 + \lambda \|\boldsymbol{\rho}\|_p], 0 < p < 1. \quad (15)$$

### 3.2 成像模型的可行性

$L_p$  正则化模型要获得有效解,需要字典矩阵  $\Phi$  满足约束等距特性(RIP)<sup>[20]</sup>。矩阵的 RIP 性质定义如下:对于任意  $K$  稀疏的向量  $\mathbf{x}$ ,若矩阵  $\mathbf{A}$  满足

$$(1 - \delta_K) \|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \|\mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 \leq (1 + \delta_K) \|\mathbf{x}\|_2^2, \quad (16)$$

则称  $\mathbf{A}$  具有  $K$  阶的 RIP 性质,式中  $\delta_K$  为一个较小的常数。验证矩阵的高阶 RIP 性质是一个组合复杂问题,因此采用一种基于点散布函数的验证方法<sup>[21]</sup>。若有

$$P_{\text{SF}}(m, n) = \frac{\langle \mathbf{A}_m, \mathbf{A}_n \rangle}{\|\mathbf{A}_m\|_2 \|\mathbf{A}_n\|_2}, \quad (17)$$

越接近单位矩阵,则其越满足 RIP 性质。将字典矩阵  $\Phi$  代入(17)式,得到

$$P_{\text{SF}}(m, n) = \frac{\sum_{i=1}^L \varphi_{i,m} \varphi_{i,n}^*}{\left(\sum_{i=1}^L |\varphi_{i,m}|^2\right)^{1/2} \left(\sum_{i=1}^L |\varphi_{i,n}|^2\right)^{1/2}}, \quad (18)$$

将  $\varphi_{i,j}$  代入(18)式可以得到

$$\|\Phi_m\|_2 = \left\{ \sum_{i=1}^L \left| \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{2y_j \hat{y}_i}{R_B}\right)\right] \right|^2 \right\}^{1/2} = \sqrt{L}, \quad (19)$$

则(18)式可进行如下推导

$$P_{\text{SF}}(m, n) = \sum_{i=1}^L \exp\left[j \frac{4\pi}{\lambda R_B} (y_n - y_m) \hat{y}_i\right] / L = \exp\left[-j \frac{4\pi}{\lambda R_B} (y_n - y_m) \frac{d}{2}\right] \frac{\sin\left[\frac{4\pi}{\lambda R_B} (y_n - y_m) \frac{L}{2} d\right]}{\sin\left[\frac{4\pi}{\lambda R_B} (y_n - y_m) \frac{d}{2}\right] L}, \quad (20)$$

可以看出,(20)式为一个有限长矩形窗的离散傅里叶变换形式。

首先,考虑(20)式的周期效应:当 $|\omega| = k\pi, k=0,1,2,\dots$ 时,PSF 函数达到极大值,但只有 $k=0$ 时是主瓣,其余均为栅瓣。如果 $|y_n - y_m| < \lambda R_B/2d$ ,那么 PSF 函数始终在一个周期内。为了保证天线方向图不产生栅瓣,等效阵元间隔需满足 $d \leq \lambda/2$ ,因此设置 $|y_n - y_m| < R_B$ ,由于斜距一般远大于跨航向成像范围,因此不会出现栅瓣。

然后,考虑近似 sinc 函数的第二项的特性:其零点在 $\frac{4\pi}{\lambda R_B}(y_n - y_m) = \frac{2k\pi}{Ld}$ 处, $k$ 为整数。其主瓣宽度 $B=4\pi/Ld$ ,即主瓣宽度与阵列长度成反比,则在 $Ld \rightarrow \infty$ 时, $P_{SF}(m, n) = \delta(m - n)$ ,即阵列长度足够长时,字典矩阵 $\Phi$ 的 PSF 阵为单位阵,在阵列长度足够长且全采样的条件下,矩阵 $A$ 就是字典矩阵 $\Phi$ ,其每行或列具有类似 sinc 函数的形式,可近似于单位阵

$$P_{SF}(m, n) \approx \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}, \quad (21)$$

这说明该 $L_p$ 正则化模型可以获得有效解。

在减少阵元个数时,等价于字典矩阵 $\Phi$ 和回波矩阵 $S_c$ 左乘了一个采样矩阵 $G$ ,即 $\bar{\Phi} = G\Phi, \bar{S}_c = GS_c$ ,此时,对 $\Phi$ 进行选择得到矩阵 $\bar{\Phi}$ ,相当于对点散布函数进行加窗限制,所以该操作会导致点散布函数失真,即 PSF 矩阵会出现与 $G$ 有关的不规则旁瓣。而且在阵列长度缩减时,除了与 $G$ 有关的阵列缩减方式所引起的影,还存在整体阵列长度 $Ld$ 减小所引起的 sinc 函数主瓣变宽,PSF 矩阵不再近似于单位阵所引起的结果。这说明减少阵元个数、缩减阵列长度会导致 $\bar{\Phi}$ 的 RIP 性质发生变化,而这种变化正是影响本文成像方法性能的关键,将在第 5 节中结合仿真实验加以说明。

### 3.3 成像模型求解

采用稀疏贝叶斯学习方法<sup>[17]</sup>来求解该下视三维 $L_p$ 正则化模型。对于(15)式,假设 $S_c$ 的似然函数服从高斯分布

$$P(\bar{S}_c | \rho, e) = N(\bar{S}_c | \bar{\Phi}\rho, \beta^{-1}I), \beta^{-1} = \sigma_e^2, \quad (22)$$

式中 $\sigma_e$ 为噪声方差。

自然图像和 SAR 图像数据都具有在零点处高尖峰、长拖尾的特点,特别是 SAR 图像数据在诸如小波和 Fourier 变换域中该特性表现非常突出。为了描述该数据特点,假设向量 $\rho$ 的各分量独立同概服从 $l_p$ 分布,其先验分布可表示为

$$P(\rho | \lambda) = \prod_{i=1}^L \lambda_i^{1/p} \exp\left(-\frac{\lambda_i}{p} |\rho_i|^p\right), \quad (23)$$

对 $\rho$ 和 $S_c$ 的对数联合分布,关于向量 $\rho$ 、超参数 $\lambda$ 和 $\beta$ 进行最大化求解

$$\max_{\rho, \lambda, \beta} [F(\rho, \lambda, \beta) = \lg P(\bar{S}_c | \rho) = \lg P(\rho | \bar{S}_c) + \lg P(\bar{S}_c)], \quad (24)$$

式中 $\lg P(\bar{S}_c | \rho)$ 等价于同时最大化 $\lg P(\rho | \bar{S}_c)$ 与 $\lg P(\bar{S}_c)$ ,其目的是以超参数 $\lambda$ 和 $\beta$ 的贝叶斯推理对 $\rho$ 进行最大似然估计。将(22)、(23)式代入(24)式,得到

$$\min_{\rho, \lambda, \beta} \left[ F(\rho, \lambda, \beta) = -\frac{N_y}{2} \lg \beta + \frac{\beta}{2} \bar{S}_c - \bar{\Phi}\rho_2^2 + \frac{1}{p} \sum_{i=1}^L (\lambda_i |\rho_i|^p - \lg \lambda_i) + C \right], \quad (25)$$

式中 $C$ 为无关常数,使用梯度下降法可以获得 $\lambda$ 和 $\beta$ 的迭代公式,即

$$\begin{cases} (\beta^{-1})^{(n+1)} = \bar{S}_c - \bar{\Phi}\rho_2^{(n)2} / N_y \\ \lambda_i^{(n+1)} = 1 / |\rho_i^{(n)}|^p, i = 1, 2, \dots, L \end{cases}, \quad (26)$$

当 $0 < \rho < 1$ 时,利用(25)式对 $\rho$ 进行估计不易解析求解,故以 $|\rho_i|$ 近似 $|\rho_i|^p$ ,并表示成矩阵形式,则有

$$F(\rho, \lambda, \beta) \approx \frac{\beta}{2} (\bar{S}_c^T \bar{S}_c - 2 \bar{S}_c^T \bar{\Phi}\rho + \rho^T \bar{\Phi}^T \bar{\Phi}\rho) + \frac{1}{p} \lambda^T V \rho - \frac{1}{p} \sum_{i=1}^L \lg \lambda_i + C, \quad (27)$$

式中 $V = \text{diag}(v_1, \dots, v_L)$ ,  $v_i = \text{sign}(\rho_i)$ 。求导可得 $\rho$ 的迭代公式为

$$\rho^{(n+1)} = (\bar{\Phi}^T \bar{\Phi})^{-1} \{ \bar{\Phi}^T \bar{S}_c - [\lambda \beta^{(n)}]^{-1} V^{(n)} \lambda^{(n)} \}. \quad (28)$$

具体算法流程如下:

输入:随机降采样的经距离方位向处理的回波数据 $\overline{S_c}$ ,由降采样方式决定的观测矩阵 $\overline{\Phi}$ 。

输出:观测场景的三维成像结果 $\rho$ 。

1) 初始化 $\rho^{(0)}=0$ ,迭代次数 $k=1$ ;

2) 由(26)式计算超参数 $\lambda^{(k)}$ 、 $\beta^{(k)}$ ,由(28)式更新 $\rho^{(k)}$ ;

3) 对基向量做出筛选:如果 $|\rho_i| < \Delta$ ,删除 $\rho_i$ 及对应的基向量 $\overline{\Phi}_i$ ;

4) 如果满足 $\|\rho^{(k)} - \rho^{(k-1)}\|_2 / \|\rho^{(k-1)}\|_2 < \epsilon$ , $\epsilon$ 为一小值,则停止迭代并输出最终的估计值 $\rho^{(n)}$ ,否则 $k=k+1$ 并转2)。

## 4 实验验证

### 4.1 全阵列成像

为了验证该方法的有效性,以点目标为模型进行三维成像仿真,仿真参数采用 ARTINO<sup>[6]</sup>系统参数,如表1所示。信噪比定义<sup>[15]</sup>为 $S_{\text{SNR}} = N |\rho|^2 / \sigma^2$ ,其中 $N$ 为跨航向的采样点数, $\rho$ 为散射系数, $\sigma$ 为噪声方差。Xu等<sup>[16]</sup>提出Lp正则化中, $p$ 取1/2时可以获得性能与效率的最佳折中,因此在以下实验中均取 $p$ 为1/2。

表1 仿真参数

Table 1 Parameters used for simulation

Parameter	Value	Parameter	Value
$f_c$ /GHz	37.5	Bandwidth $B_r$ /MHz	300
$H$ /m	200	$v$ /(m/s)	15
$T_p$ / $\mu$ s	0.1	Azimuth aperture $D$ /m	0.8
$L$ /m	1.68	$N_t$	20
Beamwidth $\theta$ /( $^\circ$ )	10	$N_r$	21

目标空间位置分布在(10, 200, 2)、(10, 200, -2)、(10, 190, 2)、(10, 190, -2)、(20, 200, 2)、(20, 200, -2)、(20, 190, 2)以及(20, 190, -2)。信噪比为10 dB时,本文方法和波束形成的成像方法得到的成像结果如图2(a)和图2(b)所示。可以看出,目标成像结果基本正确,跨航向旁瓣明显得到抑制。

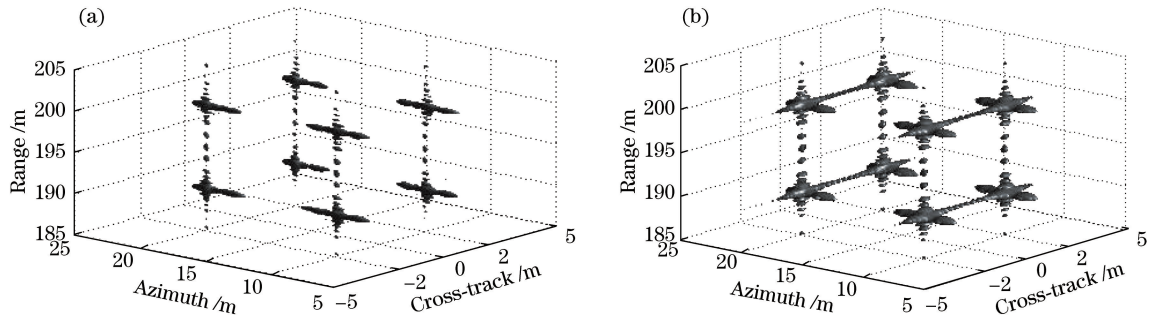


图2 三维场景成像结果图。(a) 本文方法; (b) 波束形成方法

Fig. 2 Imagery of the 3D scene. (a) Proposed method; (b) beam forming method

为了说明俯仰向分辨能力与噪声的关系,对坐标为(10, 200, 0)与(10, 200, 0.15)的两个点目标进行成像。图3给出了成像距离沿航迹向坐标10 m处的剖面图,可以看出跨航向两点间距为0.15 m,信噪比为10 dB的条件下,传统方法已经无法分辨,而本文方法依然可以清楚分辨。

图4(a)为信噪比为10 dB时的俯仰向成像结果,可以看出在两个点目标俯仰向相距0.15 m时,传统方法成像已经无法分辨,而本文方法依然可以清楚分辨。为量化分析俯仰向分辨能力,设超分辨系数 $\gamma = d_y / \rho_y$ ,其中, $d_y$ 为两点散射点间距, $\rho_y$ 为传统方法分辨率,以 $0.05\rho_y$ 为间隔。图4(b)给出了本文方法在信噪比分别为0 dB、5 dB、10 dB和15 dB的条件下,超分辨系数与两散射点的分离率之间的关系,可以看出,对同一超分辨系数而言,高信噪比下的分离率较低信噪比下更高;并且随着超分辨系数的下降,不同信噪比下的分离率相差更大。原因在于两散射点间隔更小时,其重构效果对噪声更敏感。信噪比为0~15 dB间,

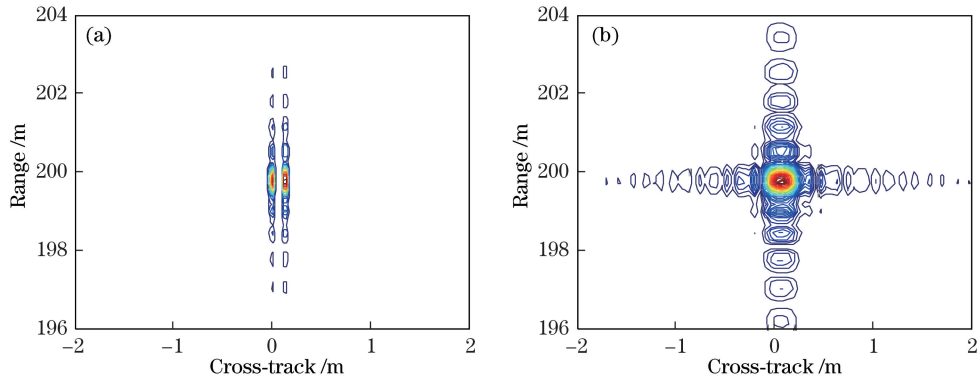


图 3 距离-跨航向剖面图。(a) 本文方法；(b) 波束形成方法

Fig. 3 Imagery on the range and cross-track plane. (a) Proposed method; (b) beam forming method

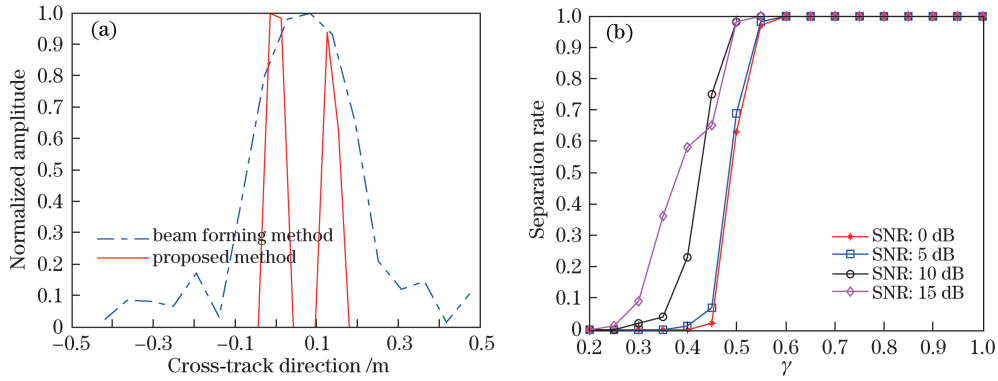


图 4 分辨率和噪声关系图。(a)  $S_{\text{SNR}} = 10$  dB 下的俯仰向成像结果；(b) 超分辨系数  $\gamma$  与散射点间分离率之间的关系

Fig. 4 Relationship between resolution and noises. (a) Cross-track profile with  $S_{\text{SNR}} = 10$  dB; (b) separation rate versus  $\gamma$

本文方法分辨能力较传统的波束形成方法至少提高了一倍以上。

#### 4.2 阵列长度缩减与成像质量关系

对于成像场景的稀疏性对阵列长度缩短情况下成像性能的影响,在稀疏度小于某一临界点时,信号可以高概率重构,而当稀疏度大于该临界点时,信号重构概率急剧下降,临界点的大小与重构算法有关,基于稀疏贝叶斯的重构算法临界点为原始信号维数的  $1/5$  左右<sup>[17]</sup>。即成像场景的稀疏性只能决定是否能够成像而与成像性能无关,当强散射点数目小于成像场景划分维数的  $1/5$  时,所提方法有效,并且成像性能与强散射点稀疏度无关。

减少阵元个数或者缩短阵列长度时,等价于字典矩阵和回波矩阵左乘一个采样矩阵,即  $\overline{\Phi} = \mathbf{C}\Phi$ ,此时  $\overline{\Phi}$  将不再具有  $\Phi$  的较理想的 RIP 性质。 $\overline{\Phi}$  的每一列代表不同俯仰向位置的回波,其 PSF 函数某点的值衡量了其参数对应两点目标回波的相关性,所以如果两点目标的回波 PSF 值很小,说明这两点可以分辨。

图 5 给出了不同阵列长度情况下  $\overline{\Phi}$  的 PSF 矩阵的灰度图。可以看出,随着阵列长度的减少, $\overline{\Phi}$  的 PSF 矩阵越来越失真于单位阵,且失真以 sinc 函数形式发生,验证了第 3 节中阵列长度缩短情况下  $\overline{\Phi}$  的 RIP 性质的分析。图 6 为相应阵列长度的三维成像结果,布阵分别为 20 发 21 收、15 发 16 收、10 发 11 收和 6 发 7 收。由图 6(c)和 6(d)可见,在阵列长度约为原长度的 25% 时,成像质量几乎不变,但在原长度的 10% 时,已经无法得到有效图像。

为了定量衡量本文方法成像性能与阵列长度的关系,使用幅度相关性<sup>[22]</sup>作为评价指标,两幅图像的幅度相关系数可表示为

$$\rho = E[|f_1| |f_2|] / \sqrt{E[|f_1|^2] E[|f_2|^2]}, \quad (29)$$

式中  $\rho$  越接近 1,说明成像结果与设定的成像场景越一致。

分别采用本文方法、基于  $L_1$  正则化的 CS 成像方法 ( $L_1$ -CS 方法)、传统的波束形成方法,在不同实际阵列长度情况下对成像结果与所设三维场景进行幅度相关性比较,结果如图 7 所示。全阵列长度为 1.68 m,

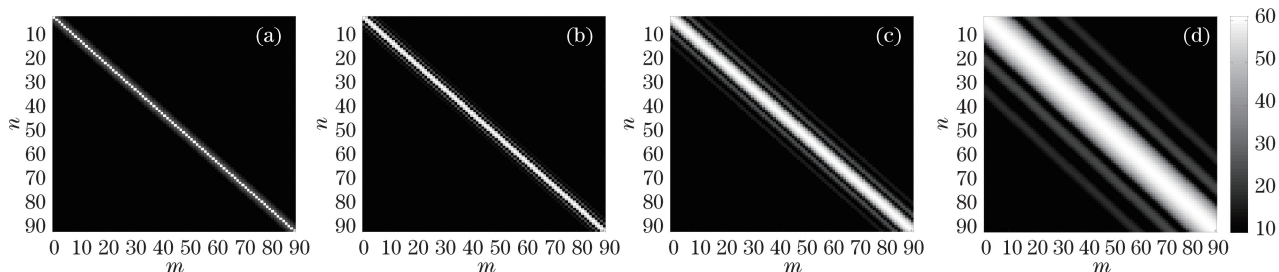


图 5 不同阵列长度下  $\Phi$  的 PSF 矩阵灰度图。(a) 1.68 m; (b) 0.96 m; (c) 0.44 m; (d) 0.168 m

Fig. 5 PSF of  $\Phi$  versus different lengths of the array. (a) 1.68 m; (b) 0.96 m; (c) 0.44 m; (d) 0.168 m

在满阵条件下,本文方法成像结果与所设三维场景的幅度相关性大于另外两种方法,这是由于基于  $L_p$  正则化的稀疏信号重构较  $L_1$  正则化能得到更为稀疏的表达、旁瓣抑制更明显所导致的。随着采样阵列长度的缩减,基于波束形成的成像方法的幅度相关性下降较快, $L_1$ -CS 方法能够在一定的阵列长度缩减范围内保持幅度相关性基本不变,而在达到某一临界点时迅速下降,原因在于波束形成方法随阵列长度减小,俯仰向分辨率变差,导致幅度相关性曲线平滑下降;而 CS 理论中随着观测信号减少,单个点的重构概率会出现突变,所以随着阵列长度减小,三维场景会在某一小范围内重构效果急剧恶化,并且表现噪点逐渐增多的现象,如图 6(d)所示。图 7 对比了  $L_{1/2}$ -CS 方法与  $L_1$ -CS 方法的幅度相关性,可以发现,其成像性能突然下降的临界范围分别在  $0.5 \sim 0.68$  m、 $0.34 \sim 0.5$  m 之间,即在阵列长度缩短为满阵长度的 40% 时, $L_1$ -CS 方法可以获得与满阵成像接近的成像质量;而在阵列长度缩短为满阵长度的 25% 时, $L_{1/2}$ -CS 方法可以获得与满阵成像接近的成像质量,这也与图 6 中的成像结果相符合。在保证成像质量满足要求的条件下,固定其他参数不变,使用  $L_p$  正则化的 CS 方法进行 DL-3D-SAR 成像,可以将实际阵列长度减少到原长度的 1/4,以 ARTINO 系统的参数为例,在实际阵列长度缩减为 0.44 m 时仍能保证高的成像质量,适用于大部分小型无人机平台。

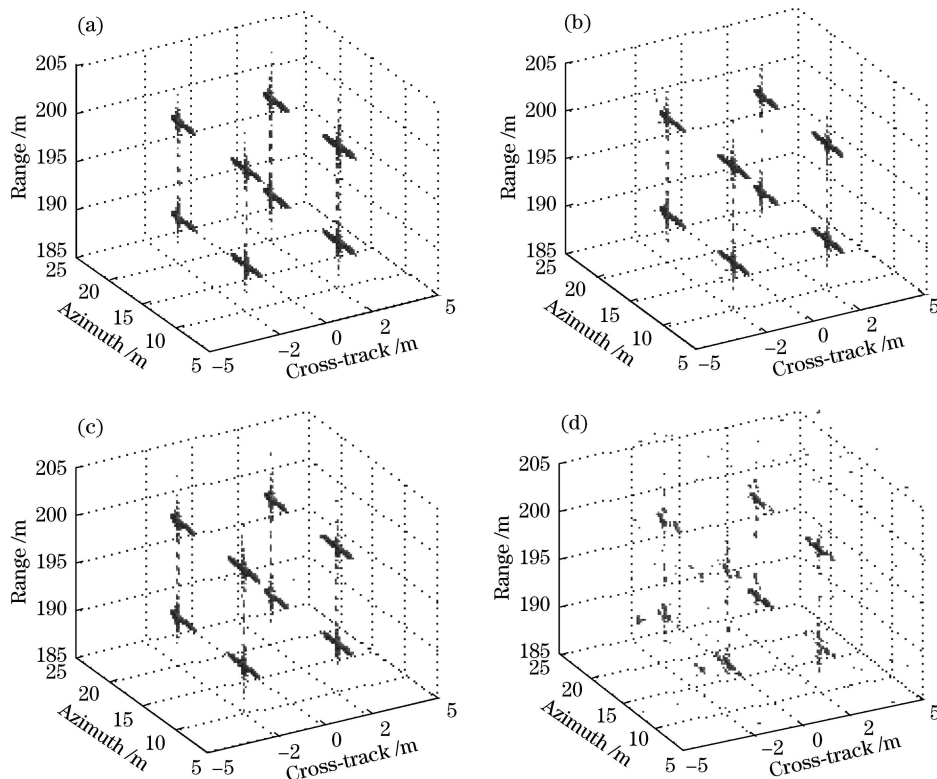


图 6 不同阵列长度情况下的三维成像结果。(a) 1.68 m; (b) 0.96 m; (c) 0.44 m; (d) 0.168 m

Fig. 6 Imaging results of the 3D scene versus length of the array. (a) 1.68 m; (b) 0.96 m; (c) 0.44 m; (d) 0.168 m



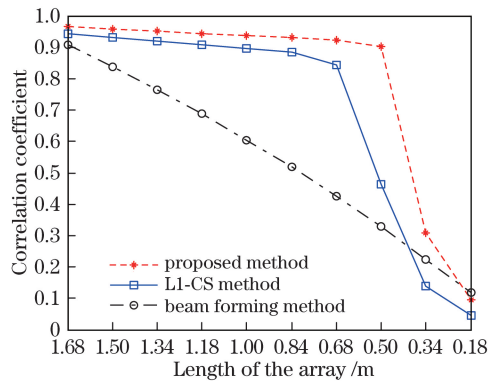


图 7 幅度一致性与采样阵列长度关系曲线

Fig. 7 Correlation coefficient versus length of the array

## 5 结 论

提出了一种基于稀疏贝叶斯学习的 DL-3D-SAR 成像方法。该方法比传统基于波束形成的下视三维成像方法在跨航向分辨率上有较大提高,比基于  $L_1$  范数最小化的成像方法所需的天线阵元数目更少。在全采样的情况下,能够消除俯仰向的旁瓣,至少提高一倍俯仰向分辨能力,提高成像质量。在保证一定成像质量的前提下,能够减少发射阵元个数,缩减所需阵列天线长度至传统成像需求的  $1/4$ ,这使得该方法能够应用于小型化无人机平台。

应指出,基于 CS 理论的成像方法所得图像为场景中亮点目标的图像,因此如何构造优化函数,使之能够体现场景的细小纹理信息,并在缩短阵列长度情况下,与小型化无人机微动引起的天线阵列畸变相结合的诸多问题尚需进一步研究。

## 参 考 文 献

- [1] Klare J, Cerutti-Maori D, Brenner A, *et al.* Image quality analysis of the vibrating sparse MIMO antenna array of the airborne 3D imaging radar ARTINO [C]. 2007 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), 2007: 5310-5314.
- [2] Xie W C, Zhang X L, Shi J. MIMO antenna array design for airborne down-looking 3D imaging SAR[C]. 2010 IEEE 2<sup>nd</sup> International Conference on Signal Processing Systems (ICSPS), 2010, 2: 452-456.
- [3] Du Jianbo, Li Daojing, Ma Meng, *et al.* Vibration estimation and imaging of airborne synthetic aperture radar based on interferometry processing[J]. Chinese J Lasers, 2016, 43(9): 0910003.  
杜剑波, 李道京, 马 萌, 等. 基于干涉处理的机载合成孔径激光雷达振动估计和成像[J]. 中国激光, 2016, 43(9): 0910003.
- [4] Nex F, Remondino F. UAV for 3D mapping applications: a review[J]. Applied Geomatics, 2014, 6(1): 1-15.
- [5] Nouvel J F, Jeuland H, Bonin G, *et al.* A Ka band imaging radar: DRIVE on board ONERA motorglider[C]. IEEE International Geoscience & Remote Sensing Symposium (IGARSS), 2006: 134-136.
- [6] Weib M, Ender J H G. A 3D imaging radar for small unmanned airplanes-ARTINO[C]. 2005 IEEE European Radar Conference (EURAD), 2005: 209-212.
- [7] Klare J, Brenner A, Ender J. Impact of platform attitude disturbances on the 3D imaging quality of the UAV ARTINO[C]. 2008 7<sup>th</sup> European Conference on Synthetic Aperture Radar (EUSAR), 2008: 1-4.
- [8] Zhang D H, Zhang X L. Downward-Looking 3-D linear array SAR imaging based on Chirp Scaling algorithm[C]. 2009 IEEE 2<sup>nd</sup> Asian-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar (APSAR), 2009: 1043-1046.
- [9] Han K Y, Wang Y P, Tan W X, *et al.* Efficient pseudopolar format algorithm for down-looking linear-array SAR 3-D imaging[J]. IEEE Geoscience & Remote Sensing Letters, 2015, 12(3): 572-576.
- [10] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [11] Wang Qi, Ma Lingling, Li Chuanrong, *et al.* Improved method of dictionary atom selection in compressive sensing spectral reconstruction[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(9): 0930002.

- 汪 琪, 马灵玲, 李传荣, 等. 压缩感知光谱重构中的字典原子选取优化方法[J]. 光学学报, 2016, 36(9): 0930002.
- [12] Huang Zhijuan, Tang Chaoying, Chen Yueting, *et al.* Remote sensing image reconstruction method based on non-local similarity and low rank matrix[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(6): 0611002.  
黄芝娟, 唐超影, 陈跃庭, 等. 基于非局部相似性和低秩矩阵的遥感图像重构方法[J]. 光学学报, 2016, 36(6): 0611002.
- [13] Ren X Z, Chen L N, Yang J. 3D imaging algorithm for down-looking MIMO array SAR based on Bayesian compressive sensing[J]. *International Journal of Antennas & Propagation*, 2014(7): 1-9.
- [14] Zhang S Q, Zhu Y T, Dong G G, *et al.* Truncated SVD-based compressive sensing for downward-looking three-dimensional SAR imaging with uniform/nonuniform linear array[J]. *IEEE Geoscience & Remote Sensing Letters*, 2015, 12(9): 1853-1857.
- [15] Zhang S Q, Zhu Y T, Kuang G Y, *et al.* Analytic estimation performance bounds of downward-looking linear array 3-D SAR imaging based on compressive sensing[C]. 2015 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), 2015: 3179-3182.
- [16] Xu Z B, Chang X Y, Xu F M, *et al.*  $L_{1/2}$  regularization: a thresholding representation theory and a fast solver[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems*, 2012, 23(7): 1013-1027.
- [17] Jabbarian-Jahromi M, Shahbazi N, Kahaei M H, *et al.* Fast two-dimensional sparse Bayesian learning with application to pulse Doppler multiple-input—multiple-output radars[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2016, 10(5): 966-975.
- [18] Wang Libao, Xu Jia, Huangfu Kan, *et al.* Analysis and compensation of equivalent phase center error in MIMO-SAR[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(12): 2688-2693.  
王力宝, 许 稼, 皇甫堪, 等. MIMO-SAR 等效相位中心误差分析与补偿[J]. 电子学报, 2009, 37(12): 2688-2693.
- [19] Hou Haiping, Qu Changwen, Zhou Qiang, *et al.* Research on equivalent-phase-center analysis approach of airborne downward-looking array SAR[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2010, 31(9): 2154-2160.  
侯海平, 曲长文, 周 强, 等. 机载下视阵列 SAR 等效相位中心分析方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(9): 2154-2160.
- [20] Tikhonov A N. Regularization of incorrectly posed problems[J]. *Soviet Mathematica Doklady*, 1963, 4(1): 1624-1627.
- [21] Lustig M, Donoho D, Pauly J M. Sparse MRI: the application of compressed sensing for rapid MR imaging[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2007, 58(6): 1182-1195.
- [22] Wang Weiwei, Liao Guisheng, Zhang Lei, *et al.* An imaging method based on compressive sensing for sparse aperture of SAR[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(12): 2487-2494.  
王伟伟, 廖桂生, 张 磊, 等. 一种基于压缩感知的稀疏孔径 SAR 成像方法[J]. 电子学报, 2012, 40(12): 2487-2494.