

无衍射光束成像系统携带信息的研究

何艳林, 徐浩博, 吴逢铁

福建省光传输与变换重点实验室, 华侨大学信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021

摘要 研究了无衍射光束成像系统对图像信息的携带情况。在入射的平面波中加入图像信息, 基于基尔霍夫衍射公式和非涅耳衍射公式的角谱理论, 使用离散傅里叶方法描述图像经轴棱锥后在观察面的光强分布, 对图像面进行数据抽样并引入色散公式; 将离散傅里叶公式导入 Matlab 并设置参数模拟, 得到不同位置处的光强图。实验中, 利用蓝光 LED 发出光束经扩束后入射到含有信息的菲林片和轴棱锥上, 实验参数与数值模拟一致, 利用 CCD 观察结果, 对比模拟结果可知: 菲林片上的图像经轴棱锥后, 在传输 100 mm 内, 可以完整观察到图像信息, 图像大小会随距离的增加而减小。实验结果与数值模拟十分吻合。

关键词 成像系统; 无衍射光束; 离散傅里叶变换; 图像信息

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.0611002

Study on the Image Information Carried by the Non-Diffraction Beam Imaging System

He Yanlin, Xu Haobo, Wu Fengtie

Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China

Abstract The status of image information carried by the non-diffraction beam imaging system is proposed. Based on the Kirchhoff diffraction formula and Fresnel diffraction formula's angular spectrum theory, the intensity distribution of receiving screen is described using the discrete Fourier method, with image information in the incident plane wave. After adding the dispersion formula and data sampling, a discrete Fourier formula is derived, the related parameters are set and simulated with Matlab software, and the light intensity figures at different positions are obtained. In the experiment, the blue LED is incident on information film and axicon after expanding, and consistent with the numerical simulations. The results observed by CCD and compared to simulation show that the image can be observed completely when the transmission distance within 100 mm and becomes smaller as the distance increases. The experimental results are in fair agreement with the numerical simulation.

Key words imaging systems; non-diffraction beam; discrete Fourier transform; image information

OCIS codes 110.3055; 110.2960; 330.6300

1 引 言

贝塞尔光束^[1-2]是自由空间标量波动方程在圆柱坐标系下的一组特殊解, 通过贝塞尔函数描述, 是一种在自由空间传播过程中横向光场分布不随传播距离的增加而发生变化、中心光斑半径在微米量级且中心光强极大, 能量被高度集中到中心光斑上的光束。由于这种特殊光束具有在一定传播距离内的强度及光斑尺寸保持不变, 遇到障碍物会自重现^[3-4]等特性, 在精密测量^[5], 激光打孔, 空间光通信^[6], 粒子捕获^[7]和光学相干断层扫描(OCT)^[8]等方面得到了广泛应用。但是, 这些应用大多针对光束信息的传输与变换, 关于图像信息在无衍射光束系统的传输情况尚未见过报道, 而且研究信息携带对光学成像是非常有意义的。

收稿日期: 2017-01-04; **收到修改稿日期:** 2017-01-27

基金项目: 国家自然科学基金(61178015)、国家自然科学基金青年基金(61605049)、福建省科技重大项目(2016H6016)

作者简介: 何艳林(1991—), 女, 硕士研究生, 主要从事光束传输与变换方面的研究。E-mail: 1066546728@qq.com

导师简介: 吴逢铁(1958—), 男, 博士, 教授, 主要从事光束传输与变换, 短脉冲技术及非线性光学等方面的研究。

E-mail: fengtie@hqu.edu.cn(通信联系人)

2013年, Snoeyink^[9]利用轴棱锥^[10]产生的贝塞尔光束改变系统的数值孔径,将显微镜的成像分辨率提高了约三分之一,将无衍射贝塞尔光束的应用推广到了新的领域。相比于普通的凸透镜成像只能在与物面共轭的像面上成清晰的像,无衍射成像系统很好地弥补了这一缺点,它的线聚焦特性可以使物体在一段距离内成清晰的像,减少调焦、增大景深^[11]。本文在实验室有关无衍射光束成像系统提高成像分辨率^[12]研究的基础上,将蓝光LED光源经聚光筒会聚和准直扩束后成为平面波,在平面波中加入一个2 mm×2 mm大小的图像信息,然后入射到轴棱锥上,研究图像通过轴棱锥后的信息传输情况,在轴棱锥后观察并拍摄图片,通过模拟和实验对比得出结论:在传输100 mm内,图像成像清晰,信息较为完整,在100 mm之后,受色散的影响,线条发散严重,图像几乎无法辨认;随距离的增大,图像尺寸变小。

2 理论推导及公式的离散化

设计光路如图1所示,设图像的振幅透过率为 $t_1(x_1, y_1)$,平行光经过图像后的复振幅为 $U_1(x_1, y_1) = t_1(x_1, y_1)$,由基尔霍夫衍射公式的角谱理论知,光束在空间传播 z_1 距离后,复振幅 $U_2(x_2, y_2)$ 在频域内表示为^[13]

$$A_2(u, v) = A_1(u, v) \cdot H(u, v) = T_1(u, v) \cdot \exp[ikz_1 \cdot \sqrt{1 - (\lambda u)^2 - (\lambda v)^2}], \quad (1)$$

式中 $A_1(u, v)$ 、 $A_2(u, v)$ 分别复振幅 $U_1(x_1, y_1)$ 、 $U_2(x_2, y_2)$ 的角谱, $H(u, v)$ 为光学传递函数, $T_1(u, v)$ 为 $t_1(x_1, y_1)$ 的傅里叶变换, i 为虚数单位, λ 为波长, k 为波矢, $\mathcal{F}\{\}$ 表示傅里叶变换, $\mathcal{F}^{-1}\{\}$ 表示傅里叶逆变换,则轴棱锥入射面上的复振幅分布为

$$U_2(x_2, y_2) = \mathcal{F}^{-1}\{A_2(u, v)\} = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{t_1(x_1, y_1)\} \cdot \exp[ikz_1 \cdot \sqrt{1 - (\lambda u)^2 - (\lambda v)^2}]\}. \quad (2)$$

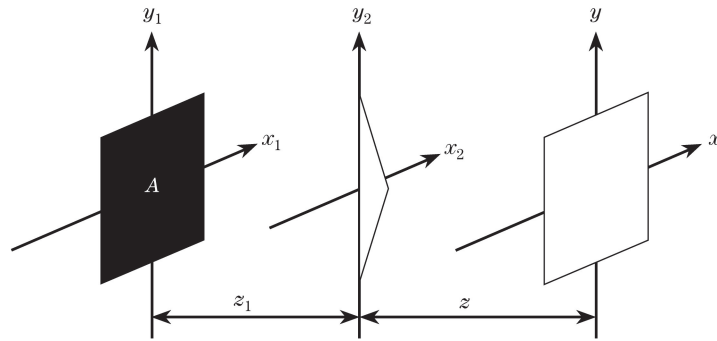


图1 信息携带光路图

Fig. 1 Optical path carrying information

已知轴棱锥的振幅透过率为 $t_2(x_2, y_2) = \exp[-ik\gamma(n-1)\sqrt{x_2^2 + y_2^2}]$,那么其出射面振幅 $U_3(x_2, y_2) = U_2(x_2, y_2) \cdot t_2(x_2, y_2)$,由菲涅耳衍射公式的角谱理论知,从轴棱锥出射的光束传播 z 距离后:

$$U_4(x, y) = \frac{1}{i\lambda z} \cdot \exp\left[ik\left(z + \frac{x^2 + y^2}{2z}\right)\right] \cdot \mathcal{F}\left\{U_3(x_2, y_2) \cdot \exp\left[ik\frac{x_2^2 + y_2^2}{2z}\right]\right\}_{\substack{u = \frac{x}{\lambda z} \\ v = \frac{y}{\lambda z}}} \quad (3)$$

将(3)式代入光强分布公式 $I(x, y) = |U(x, y)|^2$,整理得到观察面上的光强分布为

$$I_4(x, y) = |U_4(x, y)|^2 = \frac{1}{(\lambda z)^2} \cdot \left| \mathcal{F}\left\{ \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{t_1(x_1, y_1)\} \cdot \exp[ikz_1 \sqrt{1 - (\lambda u)^2 - (\lambda v)^2}]\} \cdot \exp\left[ik\frac{x_2^2 + y_2^2}{2z} - ik\gamma(n-1)\sqrt{x_2^2 + y_2^2}\right]\right\} \right|_{\substack{u = \frac{x}{\lambda z} \\ v = \frac{y}{\lambda z}}}^2 \quad (4)$$

由(4)式可以看出,随 z 的增加光强变小。使用 Matlab 进行数值模拟前需要对(4)式进行离散化,首先进行变量代换,由(3)式可知:

$$\begin{cases} x = u \cdot \lambda \cdot z \\ y = v \cdot \lambda \cdot z \end{cases} \quad (5)$$

假设图像面在 x, y 方向的抽样数据为 $M \times N$,抽样间隔为 $\delta x, \delta y$,在频域 u, v 方向上的抽样间隔为 $\Delta u, \Delta v$,由抽样定理可知:

$$\begin{cases} \delta x \cdot \Delta u = \frac{1}{M} \\ \delta y \cdot \Delta v = \frac{1}{N} \end{cases} \quad (6)$$

将(5)、(6)式代入(4)式,经过变量代换与整理得到观察面光强分布的离散化公式:

$$I_4(m_t, n_t) = \frac{1}{(i\lambda z)^2} \text{DFT} \left\{ \text{IDFT} \left\{ \text{DFT} \{ t_1(m_f, n_f) \} \cdot \exp \left[ikz_1 \sqrt{1 - \left(\lambda \cdot m_f \frac{1}{M\Delta x} \right)^2 - \left(\lambda \cdot n_f \frac{1}{N\Delta y} \right)^2} \right] \right\} \cdot \exp \left[ik \frac{\left(\lambda \cdot z_1 \cdot m_f \frac{1}{M\Delta x} \right)^2 + \left(\lambda \cdot z_1 \cdot n_f \frac{1}{N\Delta y} \right)^2}{2z} \right] \right\} \cdot \left[ik\gamma(n-1) \cdot \sqrt{\left(\lambda \cdot z_1 \cdot m_f \frac{1}{M\Delta x} \right)^2 + \left(\lambda \cdot z_1 \cdot n_f \frac{1}{N\Delta y} \right)^2} \right] \right\} \Bigg|_{\substack{u=\frac{x}{\lambda z} \\ v=\frac{y}{\lambda z}}}^2, \quad (7)$$

式中 m_f, m_t 为 $0, 1, 2, 3, \dots, M-1$; n_f, n_t 为 $0, 1, 2, 3, \dots, N-1$; $\text{DFT}\{ \}$ 表示快速傅里叶变换, $\text{IDFT}\{ \}$ 表示快速傅里叶逆变换。

3 抽样分析

在 Matlab 数值模拟之前,根据惠特克-香农抽样定理^[14]对图像面进行抽样,为了完美复原原来的函数,沿 x 方向抽样间隔 δx 需满足: $\delta x \leq \frac{1}{2B_x}$, $2B_x$ 与 $2B_y$ 为带限函数在频率平面上不为 0 的最小矩形区域, δx 越小,那么各个频谱区域的间隔 $1/\delta x$ 就会越大,以保证相邻的区域不重叠。

根据线性叠加原理,抽样面可以看作是许多周期性函数的累加,其频谱分布可视为相应函数频谱的叠加,那么最小周期(即抽样面上的最小尺寸, x_{\min})就决定了频域内的频谱分布范围。对于正弦函数,想要完美复原至少要抽样两次,则有 $2B_x = \frac{2}{x_{\min}}$, 代入 $\delta x \leq \frac{1}{2B_x}$, 得 $\delta x \leq \frac{x_{\min}}{2}$, 又知 $\delta x = \frac{X}{M}$, X 为抽样面 x 方向取值范围, M 为 x 方向取样次数,经过整理,得到 M 的最小值为

$$M \geq \frac{2X}{x_{\min}} \quad (8)$$

y 方向的取样条件与 x 方向相同,抽样面使用 $2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ 的字母 A, 最小缝宽为 0.2 mm , 衍射面范围 $20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$ (图 2), 依据判定条件(8)式, 抽样次数要满足 $M \geq 200, N \geq 200$; 取 $M = N = 1024$, 则沿 x, y 方向的抽样间隔均为 0.0195 mm 。

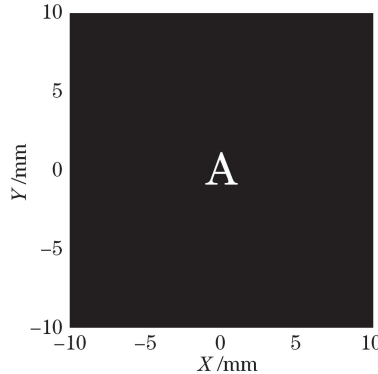


图 2 图像
Fig. 2 Image

4 Matlab 模拟

模拟中使用的光源是蓝光 LED,具有色散效应,不同波长的光波相位会发生偏移,因此需要引入 Sellmeier 色散公式^[15-16]:

$$n(\lambda) = \sqrt{1 + \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3}}, \quad (9)$$

式中 B_1, B_2, B_3, C_1, C_2 和 C_3 为色散公式的材料系数,实验中所用透镜材料为 Fused Silica,其材料系数为

$$\begin{cases} B_1 = 0.6961633, & C_1 = 4.67914826 \times 10^{-3} \\ B_2 = 0.4079426, & C_2 = 1.3512063 \times 10^{-2} \\ B_3 = 0.8974900, & C_3 = 9.7934002 \times 10^1 \end{cases} \quad (10)$$

将(9)式代入(8)式整理得到单一波长的接收面图像信息的光强分布:

$$I_4(m_t, n_t, \lambda) = \frac{1}{(i\lambda z)^2} \text{DFT} \left\{ \text{IDFT} \left\{ \text{DFT} \{ t_1(m_t, n_t) \} \cdot \exp \left[ikz_1 \sqrt{1 - \left(\lambda \cdot m_t \frac{1}{M\Delta x} \right)^2 - \left(\lambda \cdot n_t \frac{1}{N\Delta y} \right)^2} \right] \right\} \cdot \exp \left[ik \frac{\left(\lambda z_1 m_t \frac{1}{M\Delta x} \right)^2 + \left(\lambda z_1 n_t \frac{1}{N\Delta y} \right)^2}{2z} - ik\gamma [n(\lambda) - 1] \cdot \sqrt{\left(\lambda z_1 m_t \frac{1}{M\Delta x} \right)^2 + \left(\lambda z_1 n_t \frac{1}{N\Delta y} \right)^2} \right] \right\} \right\}^2 \quad (11)$$

多波长光源经过信息携带系统后的光束强度分布可由单一波长光强相互叠加得到,即:

$$I(m_t, n_t) = \sum_{i=1}^K C_i \cdot I'(m_t, n_t, \lambda_i), \quad (12)$$

式中 K 表示光源中单一波长的数量, λ_i 表示相应的波长值, C_i 表示相应波长所占权重。

选取功率为 3 W 的 Cree XLAMP 蓝光 LED 作为光源,其主波长为 458.5 nm,频谱半峰全宽为 24.5 nm。令 $z_1 = 20$ mm,将相关参数及 LED 光谱数据代入 (11)、(12) 式,用 Matlab 软件模拟轴棱锥之后的光强分布,取在 z 为 20、40、60、80、100、110 mm 处的模拟图,如图 3(a)~(f) 所示,频谱分布如图 3(g) 所示。

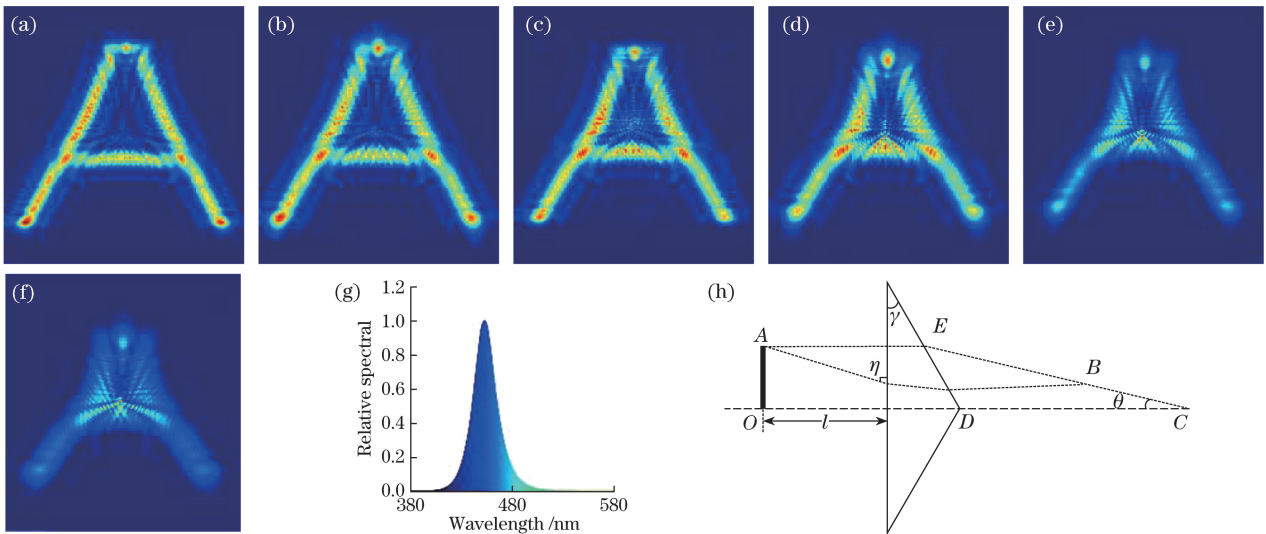


图 3 模拟图样与 LED 频谱分布图。(a) $z=20$ mm; (b) $z=40$ mm; (c) $z=60$ mm; (d) $z=80$ mm; (e) $z=100$ mm; (f) $z=110$ mm; (g) LED 频谱分布; (h) 轴棱锥的物像关系

Fig. 3 Simulation patterns and spectrum chart of blue LED. (a) $z=20$ mm; (b) $z=40$ mm; (c) $z=60$ mm; (d) $z=80$ mm; (e) $z=100$ mm; (f) $z=110$ mm; (g) spectrum chart of blue LED; (h) object-image relation of axicon

观察图像经过轴棱锥后的传输情况,在 100 mm 内图像均能清晰显示,虽然图像边缘处受色散影响,没有清晰的边界,且字母 A 中心因为发散而略有粘连,但是仍然可以看出是字母 A,信息携带较为完整。由图 3(h)和几何光学可知,当角度 η 不同时, B 点可位于 EC 上的任意位置,所以图像尺寸随距离增加而变小。

5 实 验

在实验室光学平台上搭建如图 4 所示的光路图,选用图 3(g)所示的蓝光 LED 作为光源,经聚光筒增大聚光效果,同时提高空间相干性,然后过直径为 1 mm 的小孔光阑滤去杂光,扩束系统的焦距分别为 15 mm 和 300 mm,将光束扩束成为平行光,光阑 2 限制光束半径为 4 mm,轴棱锥底角为 0.5° 。

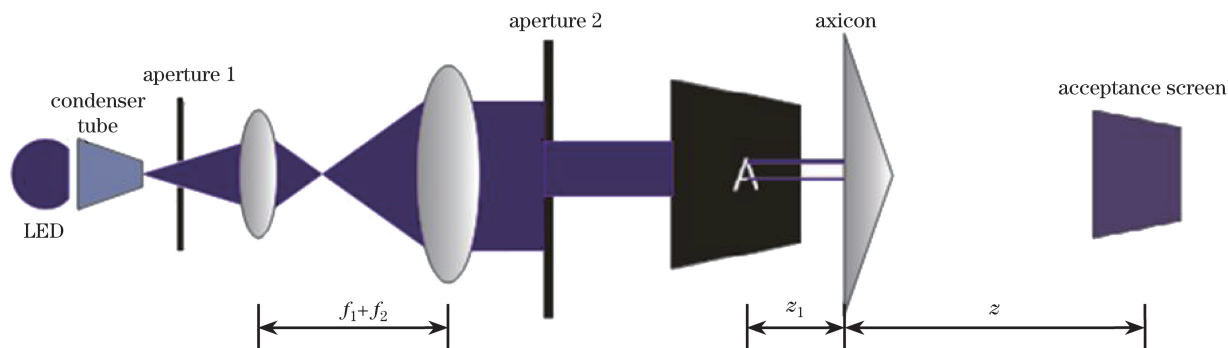


图 4 实验光路图

Fig. 4 Experimental optical path

避开轴棱锥的顶点,当 $z_1 = 20$ mm 时,在轴棱锥后 $z = 20、40、60、80、100、110$ mm 处拍摄图片如图 5(a)~(f)所示。

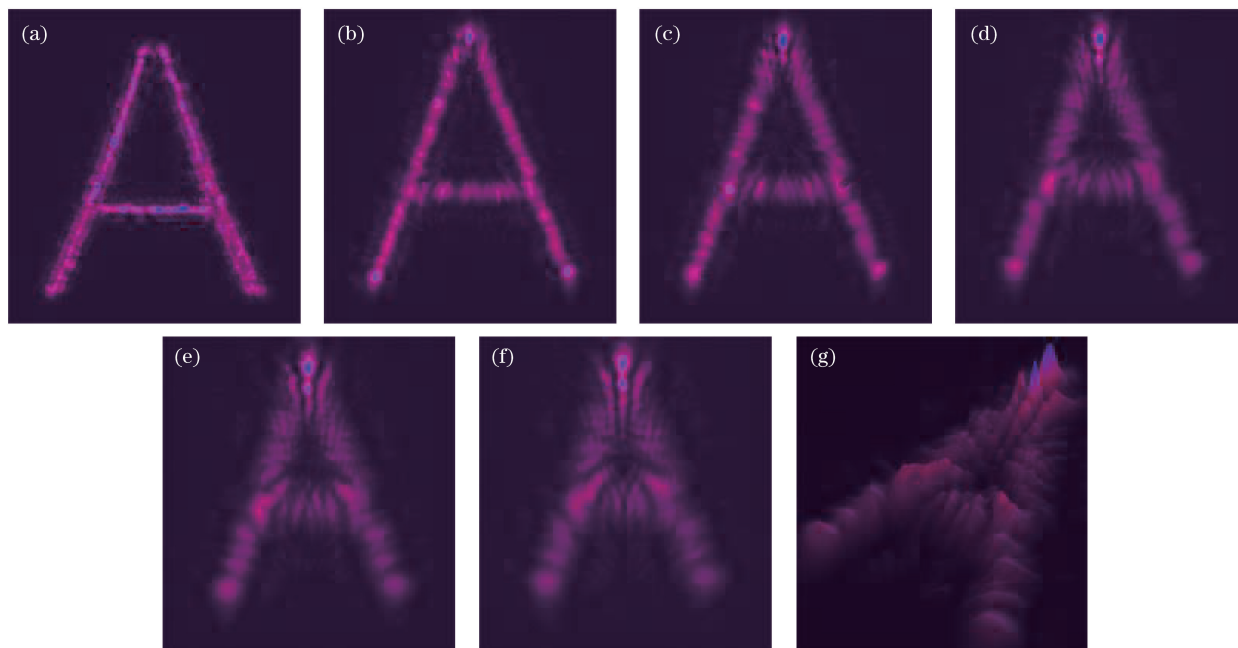


图 5 实验中不同轴上距离的图像信息。(a) $z = 20$ mm; (b) $z = 40$ mm; (c) $z = 60$ mm; (d) $z = 80$ mm; (e) $z = 100$ mm; (f) $z = 110$ mm; (g) 在 $z = 110$ mm 处的三维光强分布

Fig. 5 Image information in different distance. (a) $z = 20$ mm; (b) $z = 40$ mm; (c) $z = 60$ mm; (d) $z = 80$ mm; (e) $z = 100$ mm; (f) $z = 110$ mm; (g) three-dimensional light intensity distribution at $z = 110$ mm

从图 5 可以看出,图 5(a)~(f)图像显示均清晰,在 $z = 20$ mm 处[图 5(a)]受色散影响最小,信息最为精确。随距离增大图像整体变小,且线条开始发散,观察图 5(g)字母 A 中心粘连严重,边缘几乎无法辨别,但是在轴棱锥后 0~100 mm 内仍然可以判别出是字母 A,信息携带较为完整。

6 结 论

研究了无衍射光束成像系统中图像的传输情况,基于基尔霍夫衍射公式与非涅耳衍射公式的角谱理论和离散傅里叶方法,推导出图像经轴棱锥后在观察面光强分布的离散傅里叶公式,对图像面进行数据抽样并引入色散公式。将公式导入 Matlab 软件,设置参数分别模拟 z 为 20、40、60、80、100、110 mm 处的光强图,得出初步结论:图像经轴棱锥后,在 100 mm 内图像均能清晰显示,蓝光 LED 具有色散效应,不同波长的光波相位会发生偏移,使得字母 A 中心粘连,但仍然可以看出是字母 A,信息携带较为完整;根据轴棱锥的物像关系,图像大小随距离增加而变小。最后依照模拟条件进行实验验证,实验结果与仿真模拟基本一致。该研究结果对光学成像方面的研究具有指导意义。

参 考 文 献

- [1] Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory[J]. J Opt Soc Am A, 1987, 4(4): 651-654.
- [2] Zheng Xiao, Yang Yanfang, He Ying, *et al.* Tight focusing of double-ring-shaped Bessel-Gaussian radially polarized beam through a dielectric interface[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(4): 0426001.
郑 晓, 杨艳芳, 何 英, 等. 双环贝塞尔-高斯径向偏振光束经介质分界面的强聚焦[J]. 光学学报, 2016, 36(4): 0426001.
- [3] He Xi, Wu Fengtie, Li Pan, *et al.* Self-reconstruction of high-order Bessel beams generated by green LED light source[J]. Science Sinica Physica, Mechanica & Astronomica, 2015, 45(1): 46-54.
何 西, 吴逢铁, 李 攀, 等. 绿光 LED 产生高阶 Bessel 光的自再现[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2015, 45(1): 46-54.
- [4] Fan Dandan, Wu Fengtie, Cheng Zhiming, *et al.* Reconstruction of incoherent source Bessel beam[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(10): 264-269.
范丹丹, 吴逢铁, 程治明, 等. 非相干光源无衍射光的自重建[J]. 物理学报, 2013, 62(10): 264-269.
- [5] Ma G L, Liu L X, Zhao B. Nondiffracting beam based technology for an attitude measurement system for automatic orientation of shield[J]. Optical Engineering, 2015, 54(11): 114106.
- [6] Gibson G, Courtial J, Padgett M J, *et al.* Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum[J]. Optics Express, 2004, 12(22): 5448-5456.
- [7] Leake K D, Hawkins A R, Schmidt H. All-optical particle trap using orthogonally intersecting beams[J]. Photonics Research, 2013, 1(1): 47-51.
- [8] Fahrback F O, Gurchenkov V, Alessandri K, *et al.* Self-reconstructing sectioned Bessel beams offer submicron optical sectioning for large fields of view in light-sheet microscopy[J]. Optics Express, 2013, 21(9): 11425-11440.
- [9] Snoeyink C. Imaging performance of Bessel beam microscopy[J]. Optics Letters, 2013, 38(14): 2550-2553.
- [10] Hu Run, Wu Fengtie. Influence of the vertex off axis machining error in an axicon on the Bessel beams[J]. Chinese J Lasers, 2016, 43(12): 1205002.
胡 润, 吴逢铁, 轴棱锥顶点离轴加工误差对 Bessel 光束的影响[J]. 中国激光, 2016, 43(12): 1205002.
- [11] Zhai Zhongsheng. Research on imaging technology of large depth of field based on nondiffracting beams[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2008.
翟中生. 基于无衍射光的大景深成像技术研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2008.
- [12] He Yanlin, Chen Ziyang, Wu Fengtie. Effects of coherent and incoherent light sources on resolution of Bessel beam imaging system[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(9): 090301.
何艳林, 陈姿言, 吴逢铁. 相干和非相干光源对贝塞尔光束成像系统分辨率的影响[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(9): 090301.
- [13] Lü Naiguang. Fourier optics[M]. Beijing: China Machine Press, 2006: 80-85.
吕乃光. 傅里叶光学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006: 80-85.
- [14] Goodman J W. Introduction to Fourier optics[M]. Qin Kecheng, Liu Peisen, Chen Jiabi, *et al.*, Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006: 57-61.
古德曼. 傅里叶光学导论[M]. 秦克诚, 刘培森, 陈家碧, 等, 译. 北京: 电子工业出版社, 2006: 57-61.
- [15] Malitson I H. Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica[J]. J Opt Soc Am, 1965, 55(10): 1205-1209.
- [16] Cheng Z M, Wu F T, Fan D D, *et al.* A precise method for analyzing Bessel-like beams generated by broadband waves[J]. Optics & Laser Technology, 2013, 52: 87-90.