

非傍轴 LG_{00} 模与 LG_{10} 模高斯光束的远场分布特性

朱志绿, 李连煌, 郭福源, 李维弦

福建师范大学激光与光电子技术研究所光子技术福建省重点实验室
医学光电科学与技术教育部重点实验室, 福建 福州 350007

摘要 基于扁椭球面坐标系下非傍轴高斯光束的电场分布表达式, 给出非傍轴 LG_{10} 模高斯光束的远场电场振幅分布表达式; 分析了非傍轴 LG_{00} 模和 LG_{10} 模高斯光束的远场电场振幅分布特性; 计算了非傍轴与傍轴高斯光束远场电场振幅分布的匹配效率和二阶矩参量的相对计算误差。分析表明, 当扁椭球坐标系的半焦距远大于波长时, 非傍轴 LG_{00} 模和 LG_{10} 模高斯光束的远场电场振幅分布趋近于傍轴 LG_{00} 模和 LG_{10} 模高斯光束的远场电场振幅分布。
关键词 物理光学; 非傍轴高斯光束; 匹配效率; 远场; 振幅分布; 二阶矩

中图分类号 O436.1 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201737.0526002

Characteristics of Far-Field Distributions of Gaussian Beams with Non-Paraxial LG_{00} Mode and LG_{10} Mode

Zhu Zhilü, Li Lianhuang, Guo Fuyuan, Li Weixian

Key Laboratory of Optoelectronic Science and Technology for Medicine of Ministry of Education,
Fujian Provincial Key Laboratory of Photonic Technology, Institute of Laser and Optoelectronics Technology,
Fujian Normal University, Fuzhou, Fujian 350007, China

Abstract Based on the expressions of electric field distributions of non-paraxial Gaussian beams in the oblate ellipsoid coordinate system, an expression of far-field electric field amplitude distribution of the non-paraxial LG_{10} mode Gaussian beam is given. The characteristics of far-field electric field amplitude distributions of the Gaussian beams with non-paraxial LG_{00} mode and non-paraxial LG_{10} mode are analyzed. The matching efficiencies of the far-field electric field amplitude distributions and the relative calculation errors of the second-order moment parameters of the electric field intensity distributions of the non-paraxial and paraxial Gaussian beams are calculated. It is shown that the far-field electric field amplitude distributions of the non-paraxial LG_{00} mode and LG_{10} mode Gaussian beams tend to coincide with the far-field electric field amplitude distributions of the paraxial LG_{00} mode and LG_{10} mode Gaussian beams when the half of focal length of the oblate ellipsoid coordinate system is much larger than the wavelength.

Key words physical optics; non-paraxial Gaussian beams; matching efficiency; far-field; amplitude distribution; second-order moment

OCIS codes 260.1960; 070.7345

1 引 言

经典的拉盖尔-高斯(LG)光束的电场分布表达式为亥姆霍兹方程在振幅缓变近似情况下的特解^[1-3], 利用该表达式可以得到束腰光斑半径远大于波长的傍轴高斯光束的电场分布^[4-5]。对于束腰光斑半径为波长数量级的非傍轴高斯光束的电场分布, 如由强聚焦所获得的高斯光束, 通常需采用基于柱面坐标系下的亥姆霍兹方程在振幅缓变近似情况下的特解并结合角谱法^[4-7]、微扰级数法^[8-9]和基于扁椭球面坐标系下的亥姆

收稿日期: 2016-11-02; 收到修改稿日期: 2017-01-09

基金项目: 福建省自然科学基金(2015J01007)、长江学者和创新团队发展计划(IRT_15R10)

作者简介: 朱志绿(1991—), 男, 硕士研究生, 主要从事光束传输理论及其应用方面的研究。E-mail: zhuzhifjnu@163.com

导师简介: 郭福源(1965—), 男, 博士, 教授, 主要从事光波导理论和光束传输理论及其应用等方面的研究。

E-mail: guofy@fjnu.edu.cn(通信联系人)

霍兹方程精确解的虚设点源法^[10-15]得到。

Agrawal等^[4-5]根据角谱法给出非傍轴高斯光束电场分布的积分表达式。Jia等^[6]根据矢量角谱法给出非傍轴径向偏振LG光束束腰角谱的表达式。Lax等^[8]根据微扰级数法给出对傍轴高斯光束电场表达式修正后的非傍轴高斯光束电场分布的级数表达式。Takenaka等^[9]根据微扰级数法给出了复宗量LG光束非傍轴电场分布的级数表达式。段开棕等^[16]研究了非傍轴高斯光束级数表达式的有效性,并对非傍轴高斯光束级数表达式和积分表达式进行了比较分析。

Landesman等^[10-13]根据分离变量法和虚设点源法,给出了由第一类汉克尔函数、勒让德函数和角向函数所组成的扁椭球面坐标系下非傍轴高斯光束的电场表达式,提出了在扁椭球面坐标下非傍轴基模高斯光束双曲面传输和椭球波面的几何模型。Kraus^[14]将扁椭球面坐标下的非傍轴基模高斯光束的电场表达式转换为柱面坐标系下的非傍轴基模高斯光束的电场表达式,将其与傍轴基模(LG₀₀模)光束的电场表达式进行比较,并指出非傍轴与傍轴基模高斯光束电场表达式在形式上基本相同。Gustavo等^[15]对非傍轴和傍轴基模高斯光束轴上的光强进行了比较,发现当扁椭球面坐标系的半焦距大于一定值时,非傍轴基模高斯光束轴上的光强趋于傍轴情况。

由文献[14]可知,扁椭球面坐标系下非傍轴高斯光束的电场表达式经柱面坐标转换后可得到与傍轴LG光束相对应的电场表达式。本文将基于扁椭球面坐标系下亥姆霍兹方程精确解的虚设点源法得到的非傍轴高斯光束表示为非傍轴LG_{mn}(*m*、*n*分别为角向和径向阶数)模高斯光束。为了阐明非傍轴LG₀₀模和LG₁₀模高斯光束的远场电场振幅分布特性,本文采用文献[10]提出的非傍轴LG₀₀模高斯光束电场表达式时利用的分离变量法和虚设点源法,给出了非傍轴LG₁₀模高斯光束的电场表达式和非傍轴LG₀₀模及LG₁₀模高斯光束的远场电场振幅分布表达式,分析了非傍轴LG₀₀模和LG₁₀模高斯光束远场电场振幅分布特性,并计算了低阶非傍轴与傍轴高斯光束远场电场振幅分布的匹配效率和电场强度分布二阶矩参量的相对计算误差。

2 非傍轴LG₀₀模与LG₁₀模高斯光束的远场电场振幅分布

非傍轴高斯光束的电场表达式可以由扁椭球面坐标系下标量亥姆霍兹方程的精确解表示^[10-13]。扁椭球面坐标系^[17-18]由关于*z*轴旋转对称的一簇扁椭球面和一簇单叶双曲面构成,这些扁椭球面与单叶双曲面具有共同的焦线,在包含*z*轴的平面上表现为共同的焦点*F*和*F'*,且半焦距为*d*,如图1所示。在扁椭球面坐标系中,*P*点坐标可表示为*P*(*η*,*ξ*,*φ*),其中*η*为双曲面常数,*ξ*为扁椭球面常数,*φ*为角向坐标。图中*θ*为倾斜角,*R*为球面半径,在柱面坐标系中,*P*点坐标可表示为*P*(*r*,*z*,*φ*),*r*为径向坐标,*θ*₀为等效远场发散半角,*ψ*₀₀(*θ*)为傍轴基模高斯光束的远场电场振幅分布,

在扁椭球面坐标系下,非傍轴高斯光束在*P*点的电场*E*(*η*,*ξ*,*φ*)满足的标量亥姆霍兹方程可表示为^[10,13]

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left[(1 - \eta^2) \frac{\partial E(\eta, \xi, \varphi)}{\partial \eta} \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(\xi^2 + 1) \frac{\partial E(\eta, \xi, \varphi)}{\partial \xi} \right] + \frac{\eta^2 + \xi^2}{(1 - \eta^2)(\xi^2 + 1)} \frac{\partial^2 E(\eta, \xi, \varphi)}{\partial \varphi^2} + k^2 d^2 (\eta^2 + \xi^2) E(\eta, \xi, \varphi) = 0, \quad (1)$$

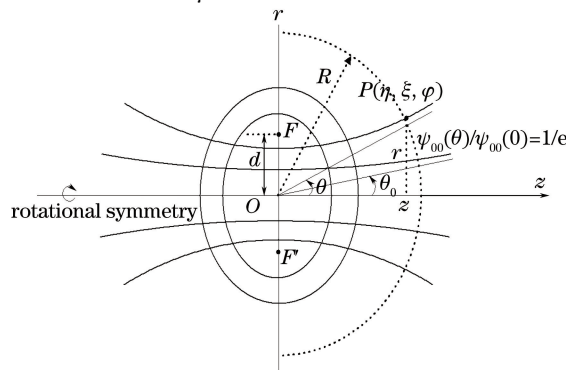


图1 扁椭球面坐标系

Fig. 1 Oblate ellipsoid coordinate system

式中 $k=2\pi/\lambda$ 为光波波数, λ 为真空中的光波波长。

Landesman 等^[10]利用分离变量法与虚设点源法求解(1)式的特解,给出了含有连带勒让德函数中 $P_n^m(\eta, \xi)$ 因数项的非傍轴 LG_{mn} 模高斯光束的电场表达式。当 $m > n$ 时, $P_n^m(\eta, \xi) = 0$, 因此该表达式适用于 $m \leq n$ 时的非傍轴 LG_{mn} 模高斯光束的电场表达式。可以证明, $P_0^m(\eta, \xi) = \{(1-\eta)(1-i\xi)/[(1+\eta)(1+i\xi)]\}^{m/2}$ 为文献[10]中(B11)式在 $n=0$ 时的特解,使用该特解替代文献[10]中的 $P_n^m(\eta, \xi)$ 因数项,即可得到与傍轴 LG_{00} 模和 LG_{10} 模高斯光束的电场表达式相对应的非傍轴 LG_{00} 模和 LG_{10} 模高斯光束的电场表达式,即

$$E_{m0}(\eta, \xi, \varphi) = C_{m0} \frac{1}{kd(\eta + i\xi)} \left[\frac{(1-\eta)(1-i\xi)}{(1+\eta)(1+i\xi)} \right]^{m/2} \exp[-kd(1-\eta-i\xi) + i(m+1)\pi/2] \exp(im\varphi), \quad (2)$$

式中 C_{m0} 为常数。当 $m=0$ 时, (2) 式为非傍轴 LG_{00} 模高斯光束的电场表达式^[10]; 当 $m=1$ 时, (2) 式为非傍轴 LG_{10} 模高斯光束的电场表达式。

根据(2)式, 当角向阶数 $m=0, 1$ 时, 所对应的非傍轴 LG_{00} 模和 LG_{10} 模高斯光束的电场振幅分布可表示为

$$\psi_{m0}(\eta, \xi) = C_{m0} \frac{1}{kd(\eta^2 + \xi^2)^{1/2}} \left(\frac{1-\eta}{1+\eta} \right)^{m/2} \exp[-kd(1-\eta)]. \quad (3)$$

在以坐标原点 O 为球心、 R 为半径的球面上, 球面半径 R 可由柱面坐标 (r, z, φ) 表示为 $R = (r^2 + z^2)^{1/2}$, 如图 1 所示。根据柱面坐标 (r, z, φ) 与扁椭球面坐标 (η, ξ, φ) 的坐标关系式 $r = d(1-\eta^2)^{1/2}(1+\xi^2)^{1/2}$ 和 $z = d\eta\xi$, 并根据远场处 ($z \gg d$) 的双曲面常数 $\eta = \cos \theta$ (其中 θ 为双曲面的渐近线与 z 轴的夹角)^[10-13], 得到远场处的扁椭球面常数 $\xi = [(R/d)^2 - \sin^2 \theta]^{1/2}$, 参量 $\eta^2 + \xi^2 = (R/d)^2 + \cos(2\theta)$, 再根据远场处球面半径 $R \gg d$, 得到参量 $(\eta^2 + \xi^2)^{1/2} \approx R/d$ 。由(3)式可知, 与角向阶数 $m=0, 1$ 时所对应的非傍轴 LG_{00} 模和 LG_{10} 模高斯光束的远场电场振幅分布 $\psi_{m0}(\theta, R)$ 可近似表示为

$$\psi_{m0}(\theta, R) = C_{m0} \frac{\tan^m(\theta/2)}{kR} \exp[-2kd \sin^2(\theta/2)]. \quad (4)$$

根据高斯光束等效远场发散半角的定义^[1-3], 当非傍轴 LG_{00} 模高斯光束的远场电场振幅下降至倾斜角 $\theta=0$ 处电场振幅的 $1/e$, 即 $\psi_{m0}(\theta, R)/\psi_{m0}(0, R) = 1/e$ 时, 倾斜角 θ 可记为等效远场发散半角 θ_0 。当 $kd < 1$ 时, 由(4)式可知, 非傍轴 LG_{00} 模高斯光束的远场电场振幅均大于倾斜角 $\theta=0$ 处电场振幅的 $1/e$, 因此不能将非傍轴 LG_{00} 模高斯光束的远场电场振幅下降至倾斜角 $\theta=0$ 处电场振幅的 $1/e$ 时的倾斜角定义为等效远场发散半角 θ_0 。当半焦距 d 满足 $d \geq 1/k$ 时, 等效远场发散半角 θ_0 可表示为

$$\theta_0 = 2\arcsin(1/\sqrt{2kd}). \quad (5)$$

(4)式可改写为

$$\psi_{m0}(\theta, R) = C_{m0} \frac{\tan^m(\theta/2)}{kR} \exp\left[-\frac{\sin^2(\theta/2)}{\sin^2(\theta_0/2)}\right]. \quad (6)$$

当 $m=0$ 时, (6) 式为非傍轴 LG_{00} 模高斯光束的远场电场振幅分布表达式; 当 $m=1$ 时, (6) 式为非傍轴 LG_{10} 模高斯光束的远场电场振幅分布表达式。

根据文献[19-22]给出的傍轴高斯光束无受限衍射远场的电场分量表达式, 傍轴 LG_{00} 模和 LG_{10} 模高斯光束的远场电场振幅分布可表示为

$$\psi'_{m0}(\theta, R) = C'_{m0} \frac{\cos \theta}{kR} \left(\frac{\sin \theta}{\sin \theta_0} \right)^m \exp\left(-\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0}\right), \quad (7)$$

式中 C'_{m0} 为常数。

在非傍轴条件下, 比较(6)、(7)式可得, 由(6)式所表达的非傍轴 LG_{00} 模和 LG_{10} 模高斯光束的远场电场振幅分布与由(7)式所表达的傍轴 LG_{00} 模和 LG_{10} 模高斯光束的远场电场振幅分布存在一定的偏差。

在傍轴条件下, 参量 $\cos \theta \approx 1$, $\tan(\theta/2) \approx \sin \theta/2$, $\sin(\theta/2) \approx \sin \theta/2$, 等效远场发散半角 $\theta_0 \ll 1$, $\sin(\theta_0/2) \approx \sin \theta_0/2$, 则由(5)式可知, 半焦距 $d \gg \lambda$ 。当常数 C'_{m0} 与 C_{m0} 满足 $C'_{m0} = C_{m0} 2^{-m} \sin^m \theta_0$ 时, 由(6)式所表示的非傍轴 LG_{00} 模和 LG_{10} 模高斯光束的远场电场振幅分布趋近于由(7)式所表示的傍轴 LG_{00} 模和

LG₁₀ 模高斯光束的远场电场振幅分布。

3 非傍轴 LG₀₀ 模与 LG₁₀ 模高斯光束的远场电场振幅分布特性

在非傍轴条件下,根据(6)、(7)式并以半焦距 $d = \lambda$ 为例进行分析。对于角向阶数 $m = 0$,当 $C_{00} = C'_{00} = kR$ 时,非傍轴与傍轴 LG₀₀ 模高斯光束远场电场振幅的最大值为 1,非傍轴与傍轴 LG₀₀ 模高斯光束远场电场振幅的分布特性曲线分别如图 2 中实线和虚线所示。对于角向阶数 $m = 1$,当 $C_{10} = 8.0958kR$ 、 $C'_{10} = 2.5076kR$ 时,非傍轴与傍轴 LG₁₀ 模高斯光束远场电场振幅的最大值为 1,非傍轴与傍轴 LG₁₀ 模高斯光束远场电场振幅的分布曲线分别如图 2 中点实线和点虚线所示。

由图 2 可知,非傍轴与傍轴 LG₀₀ 模高斯光束的远场电场振幅分布在倾斜角 $\theta \in [0, 0.5\pi]$ 区间内均为单调递减,但存在一定的偏差;非傍轴与傍轴 LG₁₀ 模高斯光束的远场电场振幅分布分别在倾斜角 $\theta = 0.1306\pi$ 和 $\theta = 0.1153\pi$ 处出现极大值,在达到极大值前单调递增,在达到极大值后单调递减,且非傍轴与傍轴 LG₁₀ 模高斯光束的远场电场振幅分布也存在一定的偏差。

在傍轴条件下,根据(6)、(7)式,以半焦距 $d = 10\lambda$ 为例作图。对于角向阶数 $m = 0$,当 $C_{00} = C'_{00} = kR$ 时,非傍轴与傍轴 LG₀₀ 模高斯光束的远场电场振幅最大值为 1,非傍轴与傍轴 LG₀₀ 模高斯光束的远场电场振幅分布曲线分别如图 3 中实线和虚线所示。对于角向阶数 $m = 1$,当 $C_{10} = 26.0855kR$ 和 $C'_{10} = 2.3501kR$ 时,非傍轴与傍轴 LG₁₀ 模高斯光束远场电场振幅最大值为 1,非傍轴与傍轴 LG₁₀ 模高斯光束远场电场振幅分布特性曲线分别如图 3 中点实线和点虚线所示。

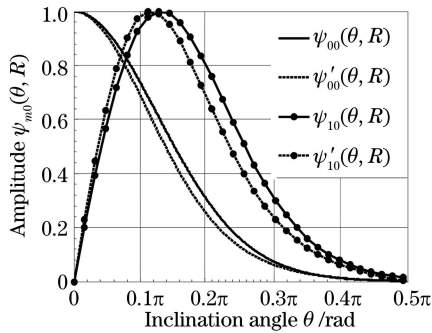


图 2 $d = \lambda$ 时远场电场振幅分布曲线

Fig. 2 Curves of far-field electric field amplitude distribution when $d = \lambda$

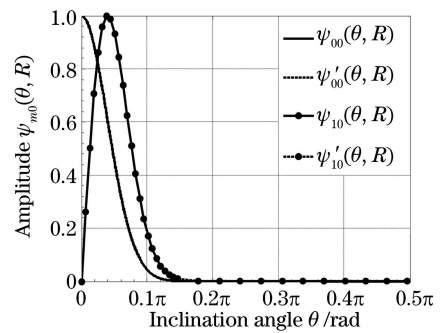


图 3 $d = 10\lambda$ 时远场电场振幅分布曲线

Fig. 3 Curves of far-field electric field amplitude distribution when $d = 10\lambda$

由图 3 可知,非傍轴与傍轴 LG₀₀ 模高斯光束的远场电场振幅分布在倾斜角 $\theta \in [0, 0.5\pi]$ 区间内均单调递减且基本重合;非傍轴与傍轴 LG₁₀ 模高斯光束的远场电场振幅分布曲线分别在倾斜角 $\theta = 0.0402\pi$ 和 $\theta = 0.0398\pi$ 处出现极大值,在达到极大值前单调递增,在达到极大值后单调递减,且非傍轴与傍轴 LG₁₀ 模高斯光束的远场电场振幅分布在 $\theta \in [0, 0.5\pi]$ 区间内也基本重合。

为了进一步分析低阶非傍轴与傍轴高斯光束的远场电场振幅分布的相关程度,计算当角向阶数 $m = 0, 1$ 时低阶非傍轴与傍轴高斯光束远场电场振幅分布的匹配效率 $\eta_{00}(\theta, R)$ 和 $\eta_{10}(\theta, R)$,其计算公式可由 $\psi_{m0}(\theta, R)$ 与 $\psi'_{m0}(\theta, R)$ 的重叠积统一表示为^[23-26]

$$\eta_{m0}(\theta, R) = \frac{\left| \int_0^{\pi/2} \psi_{m0}(\theta, R) \psi'_{m0}(\theta, R) \sin \theta \cos \theta d\theta \right|^2}{\int_0^{\pi/2} \psi_{m0}^2(\theta, R) \sin \theta \cos \theta d\theta \int_0^{\pi/2} \psi'^2_{m0}(\theta, R) \sin \theta \cos \theta d\theta} \quad (8)$$

将(6)、(7)式代入(8)式,得到 $d \geq 1/k$ 时的非傍轴与傍轴 LG₀₀ 模高斯光束的远场电场振幅分布的匹配效率 $\eta_{00}(\theta, R)$ 随半焦距 d 变化的特性曲线如图 4 中实线部分所示,非傍轴与傍轴 LG₁₀ 模高斯光束的远场电场振幅分布的匹配效率 $\eta_{10}(\theta, R)$ 随半焦距 d 变化的特性曲线如图 4 中虚线部分所示。

由图 4 可知,非傍轴与傍轴 LG₀₀ 模高斯光束远场电场振幅分布的匹配效率 $\eta_{m0}(\theta, R)$ 在 $d \geq 0.4495\lambda$ 范

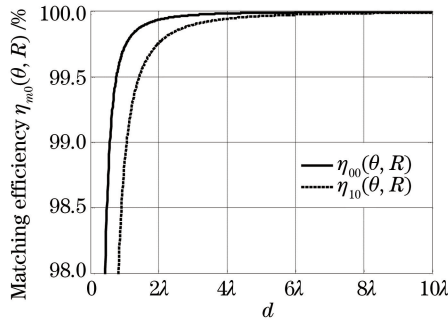


图 4 匹配效率 $\eta_{m0}(\theta, R)$ 随半焦距 d 的变化线

Fig. 4 Variation in matching efficiency $\eta_{m0}(\theta, R)$ with half of focal length d

围内大于 98% 且单调递增;非傍轴与傍轴 LG₁₀ 模高斯光束远场电场振幅分布的匹配效率 $\eta_{10}(\theta, R)$ 在 $d \geq 0.7853\lambda$ 范围内大于 98% 且单调递增;当 $d = \lambda$ 时,非傍轴与傍轴 LG₀₀ 模和 LG₁₀ 模高斯光束远场电场振幅分布的匹配效率分别为 $\eta_{00}(\theta, R) = 99.6508\%$ 和 $\eta_{10}(\theta, R) = 98.9174\%$;当 $d = 10\lambda$ 时,非傍轴与傍轴 LG₀₀ 模和 LG₁₀ 模高斯光束远场电场振幅分布的匹配效率分别为 $\eta_{00}(\theta, R) = 99.9968\%$ 和 $\eta_{10}(\theta, R) = 99.9919\%$;当 $d \gg 10\lambda$ 时,低阶非傍轴与傍轴高斯光束远场电场振幅分布的匹配效率 η 将趋于 100%。

4 低阶非傍轴与傍轴高斯光束电场强度分布的二阶矩参量

借鉴 Petermann 基于二阶矩算法定义的模场半径概念^[27],高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量(远场发散半角的正弦值) $(\sin \theta_0)_{m0, SM}$ 的计算公式可写为^[19, 28-30]

$$(\sin \theta_0)_{m0, SM} = \left[\frac{2 \int_0^{\pi/2} \psi_{m0}^2(\theta, R) \sin^3 \theta \cos \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} \psi_{m0}^2(\theta, R) \sin \theta \cos \theta d\theta} \right]^{1/2} \quad (9)$$

将(6)、(7)式分别代入(9)式,计算得到低阶非傍轴与傍轴高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量分别为 $(\sin \theta_0)_{m0, SM}$ 和 $(\sin \theta_0)'_{m0, SM}$ 。当 $d \geq 1/k$ 时,非傍轴与傍轴 LG₀₀ 模高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量随半焦距 d 的变化分别如图 5 中实线和虚线部分所示;非傍轴与傍轴 LG₁₀ 模高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量随半焦距 d 的变化分别如图 5 中点实线和点虚线部分所示。

由图 5 可知,低阶非傍轴与傍轴高斯光束的远场电场强度分布的二阶矩参量在半焦距 $d \geq 1/k$ 范围内单调递减;当半焦距 d 为波长数量级时,低阶非傍轴与傍轴高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量存在一定的偏差;当半焦距 $d \gg \lambda$ 时,非傍轴与傍轴 LG₀₀ 模高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量均趋近于 $\sin[2\arcsin(1/\sqrt{2kd})]$,非傍轴与傍轴 LG₁₀ 模高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量均趋近于 $\sqrt{2} \sin[2\arcsin(1/\sqrt{2kd})]$ 。

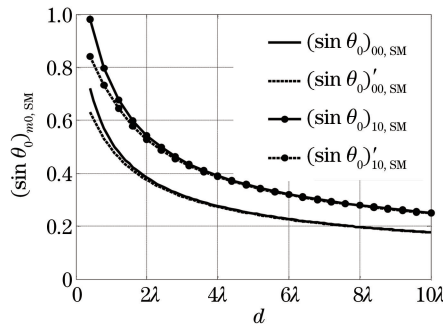


图 5 二阶矩参量 $(\sin \theta_0)_{m0, SM}$ 随半焦距 d 的变化

Fig. 5 Variation in second-order moment parameter $(\sin \theta_0)_{m0, SM}$ with half of focal length d

为了进一步分析低阶非傍轴与傍轴高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量的异同,将傍轴高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量作为标准,得到低阶非傍轴与傍轴高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量的相对计算误差为

$$\delta_{m0} = \frac{(\sin \theta_0)_{m0,SM} - (\sin \theta_0)'_{m0,SM}}{(\sin \theta_0)'_{m0,SM}}, \quad (10)$$

式中 $(\sin \theta_0)'_{m0,SM}$ 为傍轴 LG₀₀模和 LG₁₀模高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量。

由(10)式可得,当 $d \geq 1/k$ 时,非傍轴与傍轴 LG₀₀模高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量的相对计算误差 δ_{00} 随半焦距 d 的变化如图6中实线部分所示,非傍轴与傍轴 LG₁₀模高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量的相对计算误差 δ_{10} 随半焦距 d 的变化如图6中虚线部分所示。

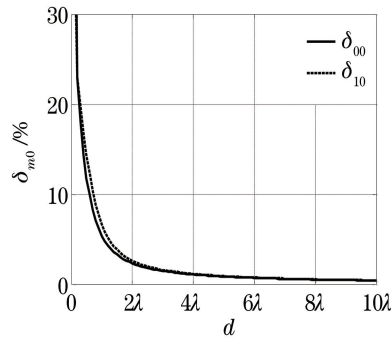


图6 相对计算误差 δ_{m0} 随半焦距 d 的变化

Fig. 6 Variation in relative calculation error δ_{m0} with half of focal length d

由图6可知,低阶非傍轴与傍轴高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量的相对计算误差 δ_{00} 在半焦距 $d \geq 1/k$ 范围内单调递减;当半焦距 $d = \lambda$ 时,非傍轴与傍轴 LG₀₀模和 LG₁₀模高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量的相对计算误差分别为 $\delta_{00} = 5.3496\%$ 和 $\delta_{10} = 6.6346\%$;当 $d = 10\lambda$ 时,非傍轴与傍轴 LG₀₀模和 LG₁₀模高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量的相对计算误差分别为 $\delta_{00} = 0.4099\%$ 和 $\delta_{10} = 0.41846\%$;当半焦距 $d \gg 10\lambda$ 时,低阶非傍轴与傍轴高斯光束远场电场强度分布的二阶矩参量的相对计算误差 δ 将趋于0。

5 结 论

根据扁椭球面坐标系下非傍轴高斯光束的电场表达式,给出非傍轴 LG₁₀模高斯光束远场的电场振幅分布表达式,分析了非傍轴 LG₀₀模和 LG₁₀模高斯光束的远场电场振幅分布特性,并计算了低阶非傍轴与傍轴高斯光束远场电场振幅分布的匹配效率和电场强度分布二阶矩参量的相对计算误差。结果表明,当半焦距 d 为波长数量级时,低阶非傍轴与傍轴高斯光束远场电场振幅分布特性曲线存在一定的偏差;当半焦距 $d = 10\lambda$ 时,非傍轴与傍轴 LG₀₀模高斯光束远场电场振幅分布的匹配效率 $\eta_{00}(\theta, R)$ 高达99.9968%,非傍轴与傍轴 LG₁₀模高斯光束远场电场振幅分布的匹配效率 $\eta_{10}(\theta, R)$ 高达99.9919%;当半焦距 $d \gg 10\lambda$ 时,低阶非傍轴与傍轴高斯光束远场电场振幅分布的匹配效率趋于100%,非傍轴 LG₀₀模和 LG₁₀模高斯光束的远场电场振幅分布趋近于傍轴 LG₀₀模和 LG₁₀模高斯光束的远场电场振幅分布。

参 考 文 献

- [1] Kogelnik H, Li T. Laser beams and resonators[J]. Applied Optics, 1966, 5(10): 1550-1567.
- [2] Siegman A E. Lasers[M]. California: University Science Books, 1986: 630-673.
- [3] Zhou Bingkun, Gao Yizhi, Chen Tirong, *et al.* Principle laser[M]. 4th ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2000: 53-57.
周炳琨, 高以智, 陈侗嵘, 等. 激光原理[M]. 第4版. 北京: 国防工业出版社, 2000: 53-75.
- [4] Agrawal G P, Pattanayak D N. Gaussian beam propagation beyond the paraxial approximation[J]. Journal of the Optical Society of America, 1979, 69(4): 575-578.
- [5] Chen C G, Konkola P T, Ferrera J, *et al.* Analyses of vector Gaussian beam propagation and the validity of paraxial

- and spherical approximations[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2002, 19(2): 404-412.
- [6] Jia X T, Li B, Wang Y Q. Analyses of a radially polarized vector beam in the source region[J]. *Journal of Modern Optics*, 2010, 57(1): 51-57.
- [7] Li Fang, Gong Ruiting, Liu Hui. Orbital angular momentum density of nonparaxial Laguerre-Gaussian beams[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(3): 032601.
黎 芳, 宫瑞婷, 刘 慧. 非傍轴拉盖尔-高斯光束的轨道角动量密度特性[J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(3): 032601.
- [8] Lax M, Louisell W H, McKnight W B. From Maxwell to paraxial wave optics[J]. *Physical Review A*, 1975, 11(4): 1365-1370.
- [9] Takenaka T, Yokota M, Fukumitsu O. Propagation of light beams beyond the paraxial approximation[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1985, 2(6): 826-829.
- [10] Landesman B T, Barrett H H. Gaussian amplitude functions that are exact solutions to the scalar Helmholtz equation [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1988, 5(10): 1610-1619.
- [11] Landesman B T. Geometrical representation of the fundamental mode of a Gaussian beam in oblate spheroidal coordinates[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1989, 6(1): 5-17.
- [12] Landesman B T. New mathematical model for Gaussian beams[C]. *SPIE*, 1993, 1869: 69-83.
- [13] Landesman B T. Comparison of paraxial and nonparaxial Spheroidal-Gaussian modes with Hermite-Gaussian and Laguerre-Gaussian[C]. *SPIE*, 1996, 2870: 163-172.
- [14] Kraus H G. Huygens-Fresnel-Kirchhoff wave-front diffraction formulation: Paraxial and exact Gaussian laser beams [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1990, 7(1): 47-65.
- [15] Gustavo R M, Sabino C C. Exact nonparaxial beams of the scalar Helmholtz equation[J]. *Optics Letters*, 2004, 29(5): 430-432.
- [16] Duan Kailiang, Lü Baida. Validity of series expansion corrections to the paraxial approximation of non-paraxial beams [J]. *Chinese J Lasers*, 2004, 30(4): 432-436.
段开惊, 吕百达. 非傍轴光束级数修正解的有效性[J]. *中国激光*, 2004, 31(4): 432-436.
- [17] Zhang Shanjie, Jin Jianming. Computation of special functions [M]. Nanjing: Nanjing University Press, 2011: 299-300.
张善杰, 金建铭. 特殊函数计算手册[M]. 南京: 南京大学出版社, 2011: 299-300.
- [18] Wang Zhuxi, Guo Dunren. Introduction to special function[M]. Beijing: Peking University Press, 2000: 659-660.
王竹溪, 郭敦仁. 特殊函数概论[M]. 北京: 北京大学出版社, 2000: 659-660.
- [19] Guo Fuyuan, Li Lianhuang, Zheng Hua, *et al.* Propagation characteristics of simple cylindrical polarized beam [J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(8): 0802003.
郭福源, 李连煌, 郑 华, 等. 简单柱面坐标偏振光束的传输特性[J]. *中国激光*, 2013, 40(8): 0802003.
- [20] Guo Fuyuan, Li Lianhuang. Comparison on the scalar diffraction integral formulae[J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 33(2): 0226001.
郭福源, 李连煌. 标量衍射积分公式比较分析[J]. *中国激光*, 2013, 33(2): 0226001.
- [21] Livanos A C, George N. Diffraction of Laguerre Gaussian beams by an aperture[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1972, 62(9): 1119-1120.
- [22] Saghafi S, Sheppard C J R. Near field and far field of elegant Hermite-Gaussian and Laguerre-Gaussian modes [J]. *Journal of Modern Optics*, 1998, 45(10): 1999-2009.
- [23] Li L H, Guo F Y. Discussion on divergence half-angle for two kinds of optical waveguides[J]. *Optik*, 2013, 124: 2998-3000.
- [24] Ye Peida, Wu Yizun. The basic theory of optical waveguide technology[M]. Beijing: Posts & Telecom Press, 1981: 391-400.
叶培大, 吴彝尊. 光波导技术基本理论[M]. 北京: 人民邮电出版社, 1981: 391-400.
- [25] Wu Xiaoming, Zhang Yanshen. Mode coupling between Gaussian beams and optical waveguide[J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2002, 13(2): 162-164.
伍晓明, 章燕申. 高斯光束-光波导的耦合[J]. *光电子 • 激光*, 2002, 13(2): 162-164.
- [26] Gao Jianqiu, Sun Jianfeng, Li Jiawei, *et al.* Coupling method for making space light into single-mode fiber based on laser nutation[J]. *Chinese J Lasers*, 2016, 43(8): 0801001.
高建秋, 孙建锋, 李佳蔚, 等. 基于激光章动的空间光到单模光纤的耦合方法[J]. *中国激光*, 2016, 43(8): 0801001.

-
- [27] Petermann K. Fundamental mode microbending loss in graded-index and W fibres [J]. *Optical and Quantum Electronics*, 1977, 9(2): 167-175.
- [28] Guo Fuyuan, Li Lianhuang. Propagation characteristics of non-paraxial diffraction beam [J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(1): 0102004.
郭福源, 李连煌. 非傍轴衍射光束的传输特性 [J]. *中国激光*, 2013, 40(1): 0102004.
- [29] Li Chunsheng, Li Linying, Yang Shixin, *et al.* Study on mode field diameter standard of single-mode optical fiber [J]. *Modern Transmission*, 2013, 2: 72-76.
李春生, 李琳莹, 杨世信, 等. 单模光纤模场直径标准研究 [J]. *现代传输*, 2013, 2: 72-76.
- [30] Young M. Mode-field diameter of single-mode optical fiber by far-field scanning [J]. *Applied Optics*, 1998, 37(36): 8361.