

X 光傅里叶变换关联成像赝热光源研究

赵 鑫^{1,2}, 喻 虹², 陆荣华², 谈志杰², 韩申生², 曹 清¹

¹上海大学理学院, 上海 200444;

²中国科学院上海光学精密机械研究所量子光学重点实验室, 上海 201800

摘要 高质量赝热光源是实现 X 光关联成像技术在显微领域应用的关键。X 光傅里叶变换关联成像的赝热光源通过随机孔屏调制 X 光获得,在此基于统计光学分析了调制后 X 光散斑场的统计特性,并通过数值模拟分析了随机孔屏参数对散斑场特性及成像质量的影响。结果表明,随机孔屏引入的相位差变化为 π 时,关联成像对比度达到最优值。对于振幅型随机孔屏,成像对比度随着占空比的减小而增大;对于相位型随机孔屏,成像对比度随着占空比的减小而减小。实际 X 光傅里叶变换关联成像系统中使用的复振幅型随机分布金属孔屏,通过选择合适的透过率和占空比可以实现高对比度关联成像。

关键词 成像系统; 关联成像; X 光成像; 赝热光源; 散斑场

中图分类号 O434.19 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201737.0511001

Research on Pseudo-Thermal Source of X-Ray Fourier-Transform Ghost Imaging

Zhao Xin^{1,2}, Yu Hong², Lu Ronghua², Tan Zhijie², Han Shensheng², Cao Qing¹

¹College of Sciences, Shanghai University, Shanghai 200444, China;

²Key Laboratory for Quantum Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

Abstract High quality pseudo-thermal sources are essential in X-ray ghost imaging microscopic applications. The pseudo-thermal source used in X-ray Fourier-transform ghost imaging is obtained by modulating X-ray with a screen full of randomly distributed holes. The statistical properties of the X-ray speckle fields are analyzed based on the statistical optics, and the influence of the screen parameters is explored by numerical simulations. Results show that the optimum contrast for ghost imaging can be achieved when the phase difference introduced by the screen is π . For random amplitude screens, the imaging contrast increases with the decrease of the duty cycle, while for random phase screens, the imaging contrast decreases with the decrease of the duty cycle. In practical X-ray Fourier-transform ghost imaging systems, the screen made of metal can be treated as a complex amplitude screen, and the high-contrast ghost imaging can be realized by choosing appropriate transmittance and duty cycle of the screen.

Key words imaging systems; ghost imaging; X-ray imaging; pseudo-thermal source; speckle field

OCIS codes 110.6820; 340.7440; 030.6600; 030.6140

1 引 言

X 光波长短、极限分辨率高,且具有高穿透性,无需复杂制样就可观测样品内部结构,可以弥补扫描电镜、原子力显微镜等显微技术的不足,使得 X 光成像技术成为医学、生物学、材料学等领域中重要的诊断工具^[1-3]。对于非晶态样品,现有的 X 光成像方法从成像原理上可以分为 X 光吸收成像、X 光相衬成像以及相

收稿日期: 2016-11-30; 收到修改稿日期: 2016-12-23

基金项目: 国家自然科学基金重大项目(11627811)

作者简介: 赵 鑫(1991—),男,硕士研究生,主要从事关联成像方面的研究。E-mail: zhaoxin86@siom.ac.cn

导师简介: 喻 虹(1978—),女,博士,副研究员,主要从事关联成像方面的研究。

E-mail: yuhong@siom.ac.cn(通信联系人)

干 X 光衍射成像(CDI)等^[4-5]。其中,CDI 是一种以相干 X 光为光源的无透镜成像技术,其成像分辨率仅受限于波长,理论上来说可以达到原子水平^[6-7]。然而,相干 X 光衍射成像需要同步辐射、自由电子激光等大型设备来提供相干 X 光。同步辐射提供的相干 X 光相干面积有限^[8],对大尺寸样品成像通常采用菲涅耳 CDI 和扫描 CDI 技术^[9-10],而短波长($<0.1 \text{ nm}$)菲涅耳波带片制作困难,扫描 CDI 技术则存在成像效率和成像质量之间的矛盾问题。自由电子激光产生的 X 光具有良好的空间相干性,但其波长范围有限,目前能达到的最短 X 光波长为 0.15 nm ^[11],限制了相干 X 光衍射成像技术的高分辨率显微应用。

关联成像又称为鬼成像,起源于量子成像领域,由于其全新的成像机理,近年来受到了越来越多的关注。1995 年,Pittman 等^[12]利用自发参量下转换过程产生具有量子纠缠特性的信号光和闲置光,通过光子符合计数得到了待测物体的空间分布信息,并把这种现象称为鬼成像。2002 年 Bennink 等^[13]实现了经典关联光源鬼成像,随后热光源关联成像得到理论证明和实验演示^[14-16]。2004 年,Cheng 等^[15]从统计光学出发,理论上证明了非相干光源可以实现关联成像,并且提出了一种适用于 X 光的无透镜傅里叶变换强度关联成像方法,从而为利用热 X 光实现原子级高分辨率成像提供了全新的途径。与传统成像方式不同,关联成像是通过测量光场的涨落及其关联来获取物体信息^[17]。但在关联成像热光场涨落测量中,存在两个困难:1)热光场的相干时间短,用现有的探测器无法记录热光场的瞬时涨落;2)记录连续型热光源随时间变化的热涨落,受光电探测系统有限通频带的限制,严重影响热光涨落记录的真实性。Ferri 等^[18]提出用激光照射旋转的毛玻璃产生赝热光来进行关联成像,此后,可见光波段赝热光源关联成像技术在三维遥感、超分辨成像、多光谱相机、光刻等多领域得以广泛应用^[19-30]。当激光穿过旋转的毛玻璃时,毛玻璃中不规则分布的细小颗粒将会对激光进行相位调制,从而形成具有空间涨落的随机散斑场^[31],这种散斑场的统计特性与热光场的统计特性相同,其相干时间可通过毛玻璃的转速来进行调节^[32]。然而,在 X 光波段,由于 X 光极强的穿透性,无法通过毛玻璃来获取赝热 X 光。Yu 等^[33]利用随机分布金属孔屏调制 X 光,完成了 X 光傅里叶变换关联成像原理演示实验,但并未详述赝热 X 光散斑场特性,相关优化设计也未见报道。

本文分析说明了在 X 光傅里叶变换关联成像中,随机孔屏调制后 X 光的相幅矢量和是一个圆复高斯随机变量,即调制后形成的 X 光散斑场在空间上与赝热 X 光具有相同的统计特性。模拟分析了随机分布金属孔屏的参数对散斑特性和成像质量的影响,以及如何设计随机分布金属孔屏来获取较高的成像对比度,这将有利于实现 X 光关联成像技术在高分辨率显微方面的应用。

2 理论模型与分析

赝热光无透镜傅里叶变换强度关联成像是利用光场强度涨落之间的关联特性来获得物体的傅里叶变换谱,其成像原理如图 1 所示。赝热光被分为两束,一束穿过物体后由点探测器 D_t 进行探测,称为探测光;另一束由面探测器 D_r 直接进行探测,称为参考光。

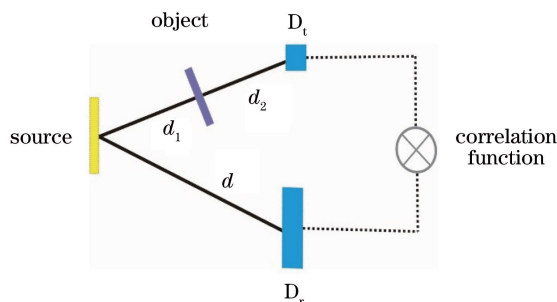


图 1 赝热光傅里叶变换关联成像原理图

Fig. 1 Schematic for Fourier-trans form ghost imaging with a pseudo-thermal source

对于满足零均值复值圆域高斯随机过程的赝热光场,当满足 $d_1 + d_2 = d_3$ 且 $d_2 \neq 0$ 时,有^[15]

$$\langle \Delta I_r(x_r) \Delta I_t(x_t) \rangle = \frac{I_0^2}{\lambda^4 d_2^4} \left| T \left[\frac{-2\pi(x_t - x_r)}{\lambda d_2} \right] \right|^2, \quad (1)$$

式中 $T(\dots)$ 为物体透射率函数的傅里叶变换, d_1 和 d_2 分别为探测光路中光源到物体的距离和物体到探测

器的距离, d_3 为参考光路中光源到探测器的距离, I_0 为初始光强, λ 为波长 x_t 为探测面上任意一点的坐标, x_r 为参考面上任意一点的坐标。通过探测两路光的强度关联可以获取物体的傅里叶变换谱。

2.1 赝热 X 光光源模型

采用随机孔屏产生 X 光散斑场, 随机孔屏为分布有大量小孔的金属屏, 小孔的位置在屏上随机分布, 如图 2(a) 所示。

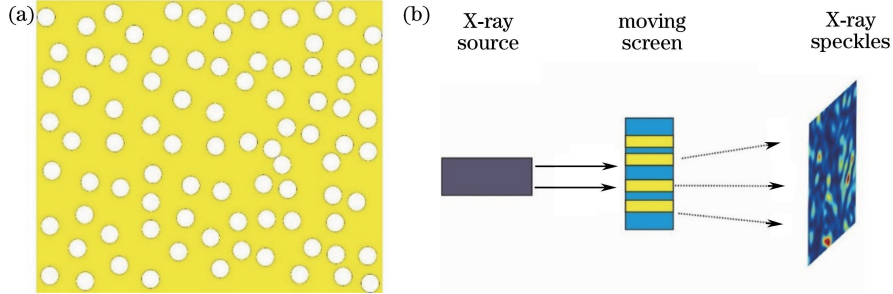


图 2 (a) 随机孔屏示意图; (b) X 光散斑场产生示意图

Fig. 2 (a) Schematic of randomly distributed holes; (b) schematic for the generation of X-ray speckles

随机分布金属孔屏调制形成 X 光散斑场, 如图 2(b) 所示, 当 X 光经过随机孔屏后, 其相位受到调制, 在金属孔屏后方将形成 X 光散斑场。当随机孔屏横向移动时, X 光将辐照随机孔屏的不同部位, 即辐照随机分布的随机孔, 从而在随机孔屏后方产生的散斑场分布也不同。因此, 通过旋转或横向移动随机孔屏, 将形成动态 X 光散斑场。

经过随机孔屏调制后的 X 光的相位 ϕ 由两部分构成, 其中一部分由入射 X 光决定, 记为 ϕ_0 , 另一部分由随机分布金属孔屏决定, 记为 $\phi_s(x, y, t)$ 。 $\phi_s(x, y, t)$ 取值为两个固定的值, 在 X 光传播过程中, 当受到随机孔屏上小孔调制时, 记 $\phi_s(x, y, t) = \phi_{s1}$, 当受到随机孔屏上屏调制时, 记 $\phi_s(x, y, t) = \phi_{s2}$ 。

X 光经过随机孔屏后, 空间中任意一点 $P(x, y)$ 在某一时刻 t 的 X 光散斑场记为 $\mathbf{V}_p(x, y, t)$, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_p(x, y, t) = & \iint_{x, y} dx dy A_0 \exp(i\phi_0) A_s(x, y, t) \exp[i\phi_s(x, y, t)] \exp[i\phi_h(x, y)] = \\ & \iint_{x, y} dx dy A_0 A_s(x, y, t) \exp\{i[\phi_0 + \phi_s(x, y, t) + \phi_h(x, y)]\}, \end{aligned} \quad (2)$$

式中 A_0 和 ϕ_0 分别为入射 X 光的初始振幅和相位, $A_s(x, y, t)$ 和 $\phi_s(x, y, t)$ 分别为 X 光经过随机孔屏调制后的振幅改变和相位改变, $\phi_h(x, y)$ 为经过随机孔屏后自由空间传播引入的相位变化。

2.2 X 光散斑场的统计特性

基于统计光学原理, 对散斑场 $\mathbf{V}_p(x, y, t)$ 进行统计分析。散斑场实部和虚部的一阶矩分别为 $E\{R[\mathbf{V}_p(x, y, t)]\}$ 和 $E\{I[\mathbf{V}_p(x, y, t)]\}$, 根据欧拉公式, 展开(2)式, 并分别求散斑场实部和虚部的一阶矩, 可以得到

$$\begin{aligned} E\{R[\mathbf{V}_p(x, y, t)]\} = & \frac{1}{T} \int_0^T dt \iint_{x, y} dx dy A_0 A_s(x, y, t) \cos[\phi_s(x, y, t) + \phi_0 + \phi_h(x, y)] = \\ & \iint_{x, y} dx dy \frac{1}{T} \int_0^T dt A_0 A_s(x, y, t) \cos[\phi_s(x, y, t) + \phi_0 + \phi_h(x, y)], \end{aligned} \quad (3)$$

设 $A_s(x, y, t) \exp[i\phi_s(x, y, t)]$ 取值为 $A_{s1} \exp(i\phi_{s1})$ 和 $A_{s2} \exp(i\phi_{s2})$ 的概率分别为 α 和 $1-\alpha$, A_{s1} 与 A_{s2} 之比为 β , 若 $\phi_{s2} - \phi_{s1} = \pi$, 当 T 足够大时, (3) 式可化为

$$\begin{aligned} E\{R[\mathbf{V}_p(x, y, t)]\} = & \iint_{x, y} dx dy \{\alpha A_0 \beta A_{s2} \cos[\phi_{s1} + \phi_0 + \phi_h(x, y)] + (1-\alpha) A_0 A_{s2} \cos[\phi_{s2} + \phi_0 + \phi_h(x, y)]\} = \\ & \iint_{x, y} dx dy [\alpha\beta - (1-\alpha)] A_0 A_{s2} \cos[\phi_{s1} + \phi_0 + \phi_h(x, y)], \end{aligned} \quad (4)$$

所以当满足 $\alpha\beta - (1-\alpha) = 0$, 即 $\alpha(\beta+1) = 1$ 时, 有

$$E \{R [\mathbf{V}_p(x, y, t)]\} = 0, \quad (5)$$

类似地, 可以得到 $\mathbf{V}_p(x, y, t)$ 虚部的一阶统计性质也为零, 即

$$E \{I [\mathbf{V}_p(x, y, t)]\} = \frac{1}{T} \int_0^T dt \iint_{x,y} dx dy A_0 A_s(x, y, t) \sin[\phi_s(x, y, t) + \phi_0 + \phi_h(x, y)] = 0. \quad (6)$$

记 δ_R^2 和 δ_I^2 为 $\mathbf{V}_p(x, y, t)$ 实部和虚部的方差, 由于 $\mathbf{V}_p(x, y, t)$ 的实部和虚部的一阶矩均为零, 所以实部和虚部的方差和二阶矩相等, 即

$$\begin{aligned} \delta_R^2 &= E \{R^2 [\mathbf{V}_p(x, y, t)]\} - \{E \{R [\mathbf{V}_p(x, y, t)]\}\}^2 = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \left\{ \iint_{x,y} A_0 A_s(x, y, t) \cos[\Phi_s(x, y, t) + \phi_0 + \phi_h(x, y)] dx dy \right\}^2, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \delta_I^2 &= E \{I^2 [\mathbf{V}_p(x, y, t)]\} - \{E \{I [\mathbf{V}_p(x, y, t)]\}\}^2 = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \left\{ \iint_{x,y} A_0 A_s(x, y, t) \sin[\Phi_s(x, y, t) + \phi_0 + \phi_h(x, y)] dx dy \right\}^2, \end{aligned} \quad (8)$$

对(7)式与(8)式作差可得:

$$\begin{aligned} \delta_R^2 - \delta_I^2 &= \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \left\{ \iint_{x,y} A_0 A_s(x, y, t) \cos[\phi_s(x, y, t) + \phi_0 + \phi_h(x, y)] dx dy \right\}^2 - \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \left\{ \iint_{x,y} A_0 A_s(x, y, t) \sin[\phi_s(x, y, t) + \phi_0 + \phi_h(x, y)] dx dy \right\}^2 = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \left\{ \left(\iint_{x_1 y_1} A_0^2 A_s(x_1, y_1, t) A_s(x_2, y_2, t) \cos[\phi_s(x_1, y_1, t) + \phi_0 + \phi_h(x_1, y_1)] \cdot \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cos[\phi_s(x_2, y_2, t) + \phi_0 + \phi_h(x_2, y_2)] dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \right) - \right. \\ &\quad \left. \left(\iint_{x_1 y_1} A_0^2 A_s(x_1, y_1, t) A_s(x_2, y_2, t) \sin[\phi_s(x_1, y_1, t) + \phi_0 + \phi_h(x_1, y_1)] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \sin[\phi_s(x_2, y_2, t) + \phi_0 + \phi_h(x_2, y_2)] dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \right) \right\} = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \iiint_{x,y,x,y} A_0^2 A_s(x_1, y_1, t) A_s(x_2, y_2, t) \\ &\quad \{ \cos[\phi_s(x_1, y_1, t) + \phi_0 + \phi_h(x_1, y_1)] + \phi_s(x_2, y_2, t) + \phi_0 + \phi_h(x_2, y_2) \} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 = \\ &= \iiint_{x,y,x,y} \frac{1}{T} dt A_0^2 A_s(x_1, y_1, t) A_s(x_2, y_2, t) \cos \left[\phi_s(x_1, y_1, t) + \phi_s(x_2, y_2, t) + \right. \\ &\quad \left. 2\phi_0 + \phi_h(x_1, y_1) + \phi_h(x_2, y_2) \right] dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 = \\ &= \iiint_{x,y,x,y} \left\{ \begin{aligned} &(A_0 A_{s1})^2 \alpha^2 \cos[2\phi_{s1} + 2\phi_0 + \phi_h(x_1, y_1) + \phi_h(x_2, y_2)] + \\ &(A_0 A_{s2})^2 (1-\alpha)^2 \cos[2\phi_{s2} + 2\phi_0 + \phi_h(x_1, y_1) + \phi_h(x_2, y_2)] + \\ &2A_0^2 A_{s1} A_{s2} \alpha(1-\alpha) \cos[\phi_{s1} + \phi_{s2} + 2\phi_0 + \phi_h(x_1, y_1) + \phi_h(x_2, y_2)] \end{aligned} \right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 = \\ &= \iiint_{x,y,x,y} \left\{ \begin{aligned} &(\alpha\beta)^2 (A_0 A_{s2})^2 \cos[2\phi_{s1} + 2\phi_0 + \phi_h(x_1, y_1) + \phi_h(x_2, y_2)] + \\ &(1-\alpha)^2 (A_0 A_{s2})^2 \cos[2\phi_{s1} + 2\phi_0 + \phi_h(x_1, y_1) + \phi_h(x_2, y_2)] - \\ &2\alpha(1-\alpha)\beta (A_0 A_{s2})^2 \cos[2\phi_{s1} + 2\phi_0 + \phi_h(x_1, y_1) + \phi_h(x_2, y_2)] \end{aligned} \right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 = \\ &= \iiint_{x,y,x,y} \{ [\alpha\beta - (1-\alpha)]^2 (A_0 A_{s2})^2 \cos[2\phi_{s1} + 2\phi_0 + \phi_h(x_1, y_1) + \phi_h(x_2, y_2)] \} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 = 0, \quad (9) \end{aligned}$$

所以, 在满足 $\phi_{s2} - \phi_{s1} = \pi$ 和 $\alpha(\beta+1) = 1$ 时, 有

$$\delta_R^2 = \delta_I^2. \quad (10)$$

记 $\Gamma_{R,I}$ 为实部和虚部的关联性, 与前面推导类似, 有

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{R,I} &= E \{ R [V_p(x,y,t)] I [V_p(x,y,t)] \} = \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \left\{ \iint_{x,y} A_0 A_s(x,y,t) \cos [\phi_s(x,y,t) + \phi_0 + \phi_h(x,y)] dx dy \right\} \cdot \\
 &= \left\{ \iint_{x,y} A_0 A_s(x,y,t) \sin [\phi_s(x,y,t) + \phi_0 + \phi_h(x,y)] dx dy \right\} = \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \left\{ \iiint_{x,y,x,y} A_0^2 A_s(x_1,y_1,t) A_s(x_2,y_2,t) \cos [\phi_s(x_1,y_1,t) + \phi_0 + \phi_h(x_1,y_1)] \cdot \right. \\
 &\quad \left. \left[\sin [\phi_s(x_2,y_2,t) + \phi_0 + \phi_h(x_2,y_2)] dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \right. \right\} = \\
 &= \iiint_{x,y,x,y} \frac{1}{T} \int_0^T dt \frac{1}{2} A_0^2 A_s(x_1,y_1,t) A_s(x_2,y_2,t) \cdot \\
 &\quad \left. \left\{ \begin{aligned} & \sin [\phi_s(x_1,y_1,t) + \phi_s(x_2,y_2,t) + 2\phi_0 + \phi_h(x_1,y_1) + \phi_h(x_2,y_2)] \\ & \sin [\phi_s(x_1,y_1,t) - \phi_s(x_2,y_2,t) + \phi_h(x_1,y_1) - \phi_h(x_2,y_2)] \end{aligned} \right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 = 0. \quad (11)
 \end{aligned}$$

至此,证明了当相干 X 光传播受到随机分布金属孔屏的调制后相位改变量为 π 时,调制后的 X 光散斑场的统计特性与真实热光源的统计特性相同,即调制后的 X 光形成的散斑场为圆型复高斯变量,可以利用这种动态散斑场模拟真实的热光场,即赝热 X 光。

以上推导中,假设 X 光经过随机分布金属孔屏的相位改变为 $\varphi_{s2} - \varphi_{s1} = \pi$,若 $\varphi_{s2} - \varphi_{s1} \neq \pi$,根据参考文献[34], R 和 I 的联合密度函数取以下一般形式:

$$p_{R,I}(R,I) = \frac{1}{2\pi\delta_R\delta_I\sqrt{1-\rho_{R,I}^2}} \times \exp \left[-\frac{\left(\frac{R-\bar{R}}{\delta_R}\right)^2 + \left(\frac{I-\bar{I}}{\delta_I}\right)^2 - 2\rho_{R,I}\left(\frac{R-\bar{R}}{\delta_R}\right)\left(\frac{I-\bar{I}}{\delta_I}\right)}{2(1-\rho_{R,I}^2)} \right], \quad (12)$$

式中允许平均值 R, I , 方差 δ_R^2, δ_I^2 , 相关系数 $\rho_{R,I}$ 取一切可能值^[34]。此时,随机孔屏调制后的 X 光的统计特性为非圆复高斯随机过程,在后面的模拟分析中,通过数值模拟对比了调制后的 X 光的统计特性为非圆复高斯型随机变量时对二阶关联函数和成像质量的影响。

3 数值模拟结果

光场的特性可以由关联函数来描述^[35],对于时空点 (\mathbf{r}_1, t_1) 和 (\mathbf{r}_2, t_2) , 归一化二阶关联函数定义为

$$g^{(2)}(\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2; t_1 = t_2) = \frac{\langle I_1(\mathbf{r}_1 t_1) I_2(\mathbf{r}_2 t_2) \rangle}{\langle I_1(\mathbf{r}_1 t_1) \rangle \langle I_2(\mathbf{r}_2 t_2) \rangle} = 1 + \frac{\langle \Delta I \rangle^2}{I^2}, \quad (13)$$

式中 $I_1(\mathbf{r}_1 t_1)$ 为散斑场位置为 \mathbf{r}_1 , 时刻为 t_1 的光强, $I_2(\mathbf{r}_2 t_2)$ 表示散斑场位置为 \mathbf{r}_2 , 时刻为 t_2 的光强, I_1, I_2 的光场的涨落分别为 $\Delta I_1 = I_1 \langle I_1 \rangle$ 和 $\Delta I_2 = I_2 \langle I_2 \rangle$, $t_2 = t_1, \mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ 时,光场的均值为 $\langle I_1 \rangle = \langle I_2 \rangle = I$, 光场的涨落为 $\langle \Delta I_1 \rangle = \langle \Delta I_2 \rangle = \langle \Delta I \rangle$ 。它反映了光场涨落无规性的统计特性, $g^{(2)}$ 峰值越大,成像对比度越高, $g^{(2)}$ 半峰全宽越窄,分辨率越高,成像质量越好。在实际的热光场或赝热光场的探测中,可以令 $t_1 = t_2$, 在光场中选择不同的空间位置 \mathbf{r}_1 与 \mathbf{r}_2 , 取二者之差 $\Delta \mathbf{r}$ 为自变量计算 $g^{(2)}(\Delta \mathbf{r})$ 来衡量热光场的性质,也可以利用 $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$, 在光场中选择不同的时间位置 t_1 和 t_2 , 取二者之差 Δt 为自变量计算 $g^{(2)}(\Delta t)$ 来衡量热光场的性质。在此采用前者来进行模拟分析。当光场的相复矢量为圆型复高斯随机变量时,可以根据参考文献[15]模拟赝热 X 光散斑场的传播,计算赝热光场的归一化二阶关联函数,分析随机孔屏的参数对赝热 X 光场统计特性的影响。

3.1 随机孔屏相位差对关联成像的影响

在前面的分析中,已经论述了当随机分布金属孔屏对 X 光调制的相位变化为 π 时,随机孔屏调制后的 X 光的统计特性满足相复矢量且为一个圆型复随机变量,这种光源可以作为赝热光源应用于关联成像中,下面分析随机孔屏引入的相位变化不为 π 时,对归一化二阶关联函数的影响。

模拟中取 X 光波长为 0.1 nm, 光源尺寸为 50 μm , 在传播距离 1 m 处进行探测,探测器像素尺寸为 250 nm, 当随机孔屏相位变化分别为 $1.0\pi, 0.8\pi, 0.6\pi, 0.4\pi, 0.2\pi$ 时,赝热场的归一化二阶关联函数如图 3 所

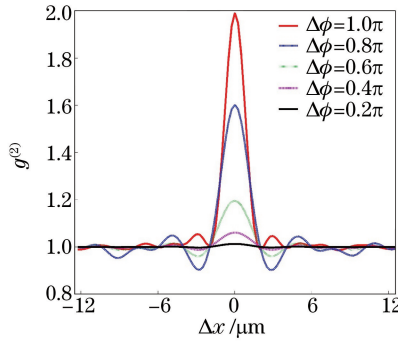


图 3 随机孔屏相位变化对二阶关联函数的影响

Fig. 3 Influence of phase difference of randomly distributed holes on the second-order correlation function

示。从图 3 可以看到,当相位差变化为 1.0π 时, $g^{(2)}$ 峰值达到理论值 2,这与可见光波段激光照射旋转毛玻璃得到的赝热场归一化二阶关联函数理论值相同。随着相位差变化减小,二阶关联函数的最大值依次减小,即关联成像可见度降低。因此,在实际的关联成像系统中,应该调节随机孔屏的材质和厚度来实现 π 相差,从而提高关联成像可见度。

3.2 随机孔屏占空比和孔径对关联成像的影响

随机孔屏的占空比和孔径大小均会对生成的 X 光散斑场的二阶关联函数产生影响,定义随机孔屏的占空比为

$$\tau = \frac{A_{\text{hole}}}{A_{\text{total}}}, \quad (14)$$

式中 A_{hole} 、 A_{total} 分别为小孔面积和总面积。模拟分析随机孔屏的占空比和孔径大小对 $g^{(2)}$ 最大值的影响,结果如图 4 所示。随机孔屏占空比变化范围为 5%~45%,孔径大小变化范围为 300~800 nm,图 4(a)和图 4(b)分别是振幅型随机孔屏和相位型随机孔屏的二阶关联函数峰值分布图,横坐标表示占空比,纵坐标表示孔径大小。

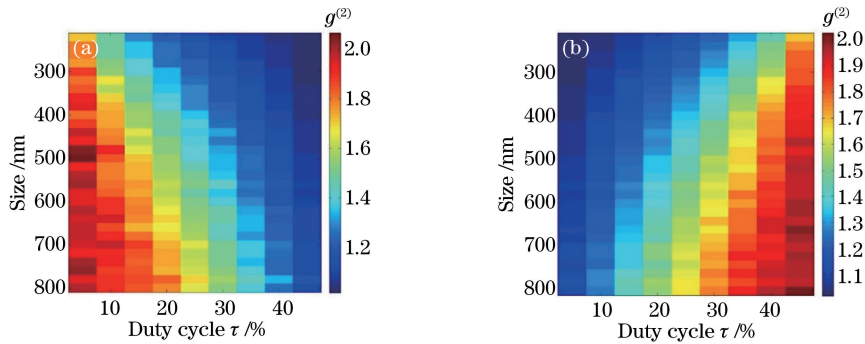


图 4 孔径大小和占空比对 $g^{(2)}$ 峰值的影响。(a) 振幅型随机孔屏; (b) 相位型随机孔屏

Fig. 4 Influence of hole size and duty cycle on the peak value of $g^{(2)}$. (a) Amplitude screen; (b) phase screen

从图 4(a)和图 4(b)可以看出,无论是振幅型随机孔屏还是相位型随机孔屏,当占空比确定时, $g^{(2)}$ 值都随着孔径增大而增大,即成像对比度随孔径增大而提高。而在孔径大小确定时,从图 4(a)可以看出,对于振幅型随机孔屏, $g^{(2)}$ 峰值随着占空比的减小而增大,从图 4(b)可以看出,对于相位型随机孔屏, $g^{(2)}$ 峰值随着占空比的减小而减小。因此,振幅型随机孔屏和相位型随机孔屏的成像对比度随占空比的变化趋势是相反的。根据前面的理论推导,对于透过率为 $1/0$ 分布的振幅型随机孔屏,其 β 值趋于无穷,要想获得理想赝热光,概率 α 趋于 0,即要求占空比趋于零,与模拟结果相符,但这种情况下系统光通量会显著降低。而对于相位型随机孔屏,其 β 值为 1,概率 α 为 0.5,即占空比为 50%时,可以获得理想赝热光,与模拟结果一致。

在实际 X 光关联成像系统中,采用的随机分布金属孔屏既有振幅型又有相位型,二者将同时对 $g^{(2)}$ 峰值产生影响,因此,需要同时考虑二者对关联成像的作用,通过选择恰当的占空比使得 $g^{(2)}$ 峰值达到理论值 2。

3.3 随机孔屏占空比对双缝样品傅里叶变换关联成像的影响

模拟分析不同类型随机孔屏的占空比对 $g^{(2)}$ 峰值的影响以及复振幅型随机孔屏的占空比对双缝样品傅里叶变换关联成像的影响,结果如图 5 所示。模拟计算中取 X 光波长为 0.1 nm,光源尺寸 50 μm ,在传播距离 1 m 处进行探测,探测器像素尺寸 250 nm,随机孔屏孔径 0.5 μm ,图 5(a)~(c)分别为振幅型随机孔屏、相位型随机孔屏、复振幅型随机孔屏的二阶关联函数峰值随占空比变化曲线。其中,复振幅型随机孔屏的透过率为 50%,相位变化为 1.0π 。

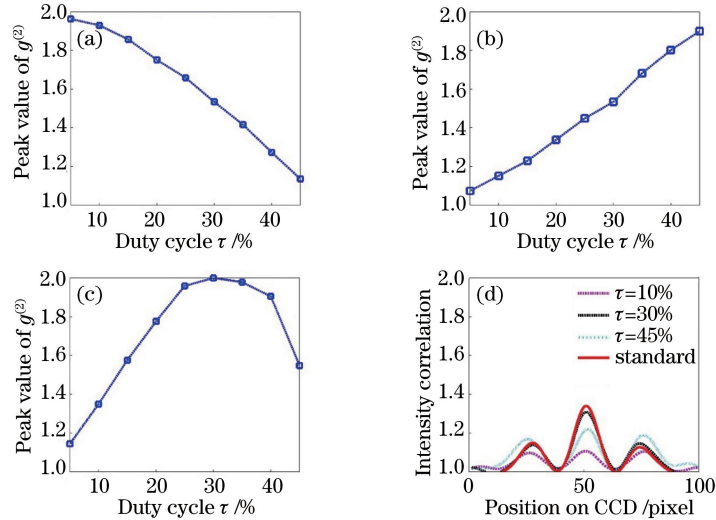


图 5 随机孔屏占空比对 $g^{(2)}$ 峰值和傅里叶变换关联成像的影响。

(a) 振幅型孔屏;(b) 相位型孔屏;(c) 复振幅型孔屏;(d) 不同占空比复振幅随机孔屏的双缝样品傅里叶变换谱

Fig. 5 Influence of duty cycle on the peak of $g^{(2)}$ and Fourier-transform ghost imaging.

(a) Amplitude screens; (b) phase screens; (c) complex amplitude screens; (d) Fourier-transform patterns of a double slit using the complex amplitude screens with different duty cycles

从图 5(a)和图 5(b)可以看出,振幅型随机孔屏的 $g^{(2)}$ 峰值随着占空比的减小而增大,相位型随机孔屏的 $g^{(2)}$ 峰值随着占空比的减小而减小,而对于复振幅型随机孔屏,如图 5(c)所示, $g^{(2)}$ 峰值随着占空比的减少呈现先增大后减小的趋势,且在占空比为 30%时,达到理论值 2。图 5(d)为采用不同占空比的复振幅型随机孔屏产生赝热 X 光,对双缝样品进行傅里叶变换关联成像的模拟结果。双缝样品的缝间距为 2.73 μm ,随机孔屏到双缝样品的距离为 0.85 m,双缝样品到探测器的距离为 0.15 m。图中紫色、黑色、青色三条曲线表示复振幅型随机孔屏占空比为 10%、30%、45%时的傅里叶变换关联成像结果,红色曲线为相同条件下理想赝热 X 光源傅里叶变换关联成像结果。与红色曲线对比可以看出,当占空比为 30%时,关联结果能够很好地得到双缝样品的傅里叶变换衍射图,而占空比为 10%和 45%时,曲线偏离标准曲线,即当占空比高于或低于 30%时,关联成像对比度均降低,成像质量变差。

因此,在实际 X 光傅里叶变换关联成像系统中,对于具有复振幅的随机分布金属孔屏,应该根据透过率选择恰当的占空比使得 $g^{(2)}$ 峰值达到理论值 2 来提高成像对比度。

4 结 论

结合已有 X 光关联成像实验,从统计光学角度出发,证明经过随机分布金属孔屏调制后的 X 光散斑场的幅相矢量和是一个圆复高斯随机变量,可视为 X 光赝热光源。通过设计随机孔屏的材质和厚度,使得随机孔屏引入的相位差变化为 π ,关联成像对比度可以达到理论最优值。对于振幅型随机孔屏,关联成像对比度随着占空比的减小而增大;而对于相位型随机孔屏,关联成像对比度随着占空比的减小而减小。在实际 X 光傅里叶变换关联成像系统中使用的金属孔屏是复振幅型随机孔屏,通过调节随机孔屏透过率和占空比,能够实现高对比度关联成像。以上结果对今后赝热 X 光关联成像系统中金属孔屏的设计具有借鉴意义。作为一种无透镜成像方法,X 光傅里叶变换关联成像系统的分辨率仅受到 X 光波长的限制,研究 X 光赝热光

源将有利于实现 X 光关联成像技术在生物、材料等显微领域的应用。

参 考 文 献

- [1] Martz H E, Logan C M, Schneberk D J, *et al.* X-ray imaging: fundamentals, industrial techniques, and applications [M]. Boca Raton: CRC Press, 2013.
- [2] Larabell C A, Nugent K A. Imaging cellular architecture with X-rays[J]. *Current Opinion in Structural Biology*, 2010, 20(5): 623-631.
- [3] Xiao Tiaoqiao, Xie Honglan, Deng Biao, *et al.* Advances in X-ray imaging of Shanghai Light Source and its applications [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34 (1): 0100001.
肖体乔, 谢红兰, 邓 彪, 等. 上海光源 X 射线成像及其应用研究进展[J]. *光学学报*, 2014, 34(1): 0100001.
- [4] Davis T J, Gao D, Gureyev T E, *et al.* Phase-contrast imaging of weakly absorbing materials using hard X-rays[J]. *Nature*, 1995, 373: 595-598.
- [5] Miao J, Charalambous P, Kirz J, *et al.* Extending the methodology of X-ray crystallography to allow imaging of micrometre-sized non-crystalline specimens[J]. *Nature*, 1999, 400(6742): 342-344.
- [6] Mancuso A P, Yefanov O M, Vartanyants I A. Coherent diffractive imaging of biological samples at synchrotron and free electron laser facilities[J]. *Journal of Biotechnology*, 2010, 149(4): 229-237.
- [7] Fan Jiadong, Jiang Huaidong. Coherent X-ray diffraction imaging technology and its applications in materials science and biology[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(21): 218702.
范家东, 江怀东. 相干 X 射线衍射成像技术及其在材料学和生物学中的应用[J]. *物理学报*, 2012, 61(21): 218702.
- [8] Tran C Q, Peele A G, Roberts A, *et al.* Synchrotron beam coherence: a spatially resolved measurement[J]. *Optics Letters*, 2005, 30(2): 204-206.
- [9] Williams G J, Quiney H M, Dhal B B, *et al.* Fresnel coherent diffractive imaging[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(2): 025506.
- [10] Rodenburg J M, Hurst A C, Cullis A G, *et al.* Hard-X-ray lensless imaging of extended objects[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 98(3): 034801.
- [11] McNeil B. Free electron lasers: first light from hard X-ray laser[J]. *Nature Photonics*, 2009, 3: 375-377.
- [12] Pittman T B, Shih Y H, Strekalov D V, *et al.* Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement[J]. *Physical Review A: Atomic, Molecular & Optical Physics*, 1995, 52(5): R3429.
- [13] Bennink R S, Bentley S J, Boyd R W. "Two-photon" coincidence imaging with a classical source[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 89(11): 113601.
- [14] Gatti A, Brambilla E, Bache M, *et al.* Ghost imaging with thermal light: comparing entanglement and classical correlation[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(9): 093602.
- [15] Cheng J, Han S. Incoherent coincidence imaging and its applicability in X-ray diffraction[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92(9): 093903.
- [16] Zhang D, Zhai Y H, Wu L A, *et al.* Correlated two-photon imaging with true thermal light[J]. *Optics Letters*, 2005, 30(18): 2354-2356.
- [17] Wang Kaige, Cao Dezhong, Xiong Jun. Progress in correlated optics[J]. *Physics*, 2008, 37(4): 223-232.
汪凯戈, 曹德忠, 熊 俊. 关联光学新进展[J]. *物理*, 2008, 37(4): 223-232.
- [18] Ferri F, Magatti D, Gatti A, *et al.* High-resolution ghost image and ghost diffraction experiments with thermal light [J]. *Physical Review Letters*, 2005, 5893(18): 183602.
- [19] Erkmen B I. Computational ghost imaging for remote sensing[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2012, 29(5): 782-789.
- [20] Hardy N D, Shapiro J H. Computational ghost imaging versus imaging laser radar for three-dimensional imaging[J]. *Physical Review A*, 2013, 87(2): 117-122.
- [21] Zhao C, Gong W, Chen M, *et al.* Ghost imaging lidar via sparsity constraints[J]. *Applied Physics Letters*, 2012, 101 (14): 141123.
- [22] Yu H, Li E, Gong W, *et al.* Structured image reconstruction for three-dimensional ghost imaging lidar[J]. *Optics Express*, 2015, 23(11): 14541-14551.
- [23] Gong W, Zhao C, Yu H, *et al.* Three-dimensional ghost imaging lidar via sparsity constraint[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 26133.
- [24] Shechtman Y, Gazit S, Szameit A, *et al.* Super-resolution and reconstruction of sparse images carried by incoherent

- light[J]. *Optics Letters*, 2010, 35(8): 1148-1150.
- [25] Gong W, Han S. High-resolution far-field ghost imaging via sparsity constraint[J]. *Scientific Reports*, 2015, 5: 9280.
- [26] Kittle D, Choi K, Wagadarikar A, *et al.* Multiframe image estimation for coded aperture snapshot spectral imagers[J]. *Applied Optics*, 2010, 49(36): 6824-6833.
- [27] Liu Z, Tan S, Wu J, *et al.* Spectral camera based on ghost imaging via sparsity constraints[J]. *Scientific Reports*, 2015, 6: 25718.
- [28] Liu R, Zhang P, Zhou Y, *et al.* Super sub-wavelength patterns in photon coincidence detection[J]. *Scientific Reports*, 2013, 4: 4068.
- [29] Wu Nan, Gong Wenlin, Han Shensheng. Pseudo-thermal photonghost imaging experimental research based on a random phase plate with adjustable trajectory[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35 (7): 0711005.
吴楠, 龚文林, 韩申生. 基于运动轨迹可调式随机相位板的赝热光鬼成像实验研究[J]. *光学学报*, 2015, 35(7): 0711005.
- [30] Cao Fei, Shi Jianhong, Yang Ying, *et al.* Correspondence ghost imaging via photon counting based on digital micromirror device[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(1): 0111004.
曹飞, 石剑虹, 杨莹, 等. 基于数字微镜器件的光子计数对应鬼成像[J]. *光学学报*, 2016, 36(1): 0111004.
- [31] Martienssen W, Spiller E. Coherence and fluctuations in light beams[J]. *American Journal of Physics*, 1964, 32(12): 919-926.
- [32] Liu H, Cheng J, Han S. Cross spectral purity and its influence on ghost imaging experiments [J]. *Optics Communications*, 2007, 273(1): 50-53.
- [33] Yu H, Lu R, Han S, *et al.* Fourier-transform ghost imaging with hard X-rays[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 117 (11): 113901.
- [34] Goodman J W. *Speckle phenomena in optics: theory and applications*[M]. Atlanta: Roberts & Company Publishers, 2009: 18-21.
- [35] Glauber R J. The quantum theory of optical coherence[J]. *Physical Review*, 1963, 130(6): 2529-2539.