

# 局部超图拉普拉斯约束的高光谱影像 低秩表示去噪方法

薛志祥<sup>1,2</sup>, 余旭初<sup>1</sup>, 谭 熊<sup>1,2</sup>, 付琼莹<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>解放军信息工程大学地理空间信息学院, 河南 郑州 450001;

<sup>2</sup>国家地理信息工程国家重点实验室, 陕西 西安 710054

**摘要** 针对传统高光谱影像低秩表示去噪方法无法保持影像多元几何结构信息的问题, 提出一种基于局部超图拉普拉斯约束的高光谱影像低秩表示去噪方法。在低秩表示模型中增加超图拉普拉斯正则项, 保持数据间多元几何流形结构; 并对低秩模型系数矩阵增加稀疏和非负约束条件, 进一步提高模型对影像局部信息的保持能力, 使得模型不仅能够恢复具有低秩性质的影像信号分量, 而且可以很好地保持影像的多元几何流形结构。在 AVIRIS 影像和 ProSpecTIR-VS 影像上的对比实验表明, 所提方法更好地保持了影像的空间和光谱信息, 有效地改善了高光谱影像去噪效果。

**关键词** 图像处理; 影像去噪; 超图拉普拉斯; 高光谱影像; 流形正则项; 低秩表示模型

**中图分类号** TP751.1 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201737.0510001

## Local Hypergraph Laplacian Regularized Low-Rank Representation for Noise Reduction of Hyperspectral Images

Xue Zhixiang<sup>1,2</sup>, Yu Xuchu<sup>1</sup>, Tan Xiong<sup>1,2</sup>, Fu Qiongying<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Geography and Space Information, PLA Information Engineering University,  
Zhengzhou, Henan 450001, China;*

<sup>2</sup>*State Key Laboratory of Geo-Information Engineering, Xi'an, Shaanxi 710054, China*

**Abstract** Low-rank representation is one of the state-of-art hyperspectral image denoising algorithms, but it suffers from ignoring the high-order relations between data points in images. We propose a hypergraph Laplacian regularized low-rank representation algorithm for noise reduction of hyperspectral images, which can represent the high-order relations between data points by using the hypergraph Laplacian regularization. The ability of maintaining the local information is improved, and the sparse and non-negative constraints are added to the model coefficient matrix. The proposed method not only resumes the low-rank signal components, but also represents the high-order relations of the image data. Experimental results on AVIRIS and ProSpecTIR-VS images show that the proposed approach can maintain the spatial and spectral information of images better, which improves the denoising results of hyperspectral images effectively.

**Key words** image processing; image denoising; hypergraph Laplacian; hyperspectral images; manifold regularization; low-rank representation

**OCIS codes** 100.4145; 280.4788; 100.4993; 110.4234

**收稿日期:** 2016-11-22; **收到修改稿日期:** 2016-12-20

**基金项目:** 卫星测绘技术与应用国家测绘地理信息局重点实验室经费项目(KLSMTA-201603)、地理信息工程国家重点实验室开放研究基金(SKLGIE2015-M-3-1, SKLGIE2015-M-3-2)

**作者简介:** 薛志祥(1992—), 男, 硕士研究生, 主要从事高光谱影像处理与机器学习方面的研究。

E-mail: zhixiang\_xue@126.com

**导师简介:** 余旭初(1963—), 男, 博士, 教授, 主要从事摄影测量与遥感理论方面的研究。E-mail: xuchu\_yu@sina.com

## 1 引 言

高光谱遥感技术是 20 世纪 80 年代以来综合对地观测的重要组成部分,其优势在于将地理空间几何信息和属性信息进行有机结合,实现对观测对象的透彻理解和认知,达到对地面目标精细探测识别的目的<sup>[1-2]</sup>。高光谱遥感技术已被广泛应用于农业生产、矿物填图、目标识别与探测、灾害预警、军事侦察及城市规划等领域<sup>[3]</sup>。然而,高光谱影像在采集、转换、压缩和传输过程中,常因成像设备与外部环境等因素的影响而被引入不同程度的噪声,导致影像质量下降,严重限制了高光谱影像的应用范围<sup>[4-5]</sup>。

近年来国内外学者提出了诸多有效的高光谱影像去噪方法,Acito 等<sup>[6]</sup>将子空间技术引入高光谱影像条带噪声去除中,使用正交子空间方法,将信号分量和噪声分量进行分离。Zhao 等<sup>[7]</sup>将低秩约束正则项引入稀疏表示(SR)模型中,稀疏表示模型能够利用高光谱影像空间维的全局冗余与相关(RAC)和光谱维的局部 RAC,利用低秩约束来挖掘光谱维的全局 RAC 从而消除光谱畸变效应。Yang 等<sup>[8]</sup>分析高光谱影像稀疏去噪和稀疏解混之间的互补性和约束性,利用引入低秩约束项的稀疏表示模型来交替进行高光谱影像去噪和解混。低秩表示(LRR)是继稀疏表示之后稳健高效地处理高维数据的新工具,通过对系数矩阵的低秩约束来达到对高维信号的有效表示,不仅能够有效地提取多个低维的线性子空间,而且可以刻画子空间中的精细结构<sup>[9-10]</sup>。高光谱影像的高维特性和波段间强相关性使其具有显著的低秩特点,低秩表示模型已被成功应用于高光谱影像多角度配准<sup>[11]</sup>,多特征嵌入<sup>[12]</sup>等领域。在高光谱影像去噪方面,Golbabaee 等<sup>[13]</sup>、Li 等<sup>[14]</sup>提出将具有低秩特性的信号分量和具有稀疏特性的噪声分量进行分离,Li 等<sup>[15]</sup>首先利用波段间强相关性进行初次分离,对初次分离出的噪声部分利用全变差正则项作为空间特性补偿的凸松弛约束,来进一步提取信号分量。

低秩表示模型是全局模型,对全局信息恢复能力较强,但是在保持数据局部几何信息方面略有不足<sup>[16-17]</sup>,对于高光谱影像,影像的局部几何信息在图像理解和分析中是非常重要的信息,可以在低秩表示模型中引入流形正则项来保留高光谱数据的局部流形结构。Lu 等<sup>[18]</sup>将图正则约束引入低秩表示方法中,用于去除高光谱影像条带噪声,使得系数空间中较好地保持了原始数据空间中的局部流形结构。Zhang 等<sup>[19]</sup>利用高光谱影像波段之间以及局部块光谱之间的高相关性建立低秩先验,对局部块的影像信号以及稀疏噪声施加低秩和稀疏约束,实现影像信号与噪声的有效分离,较好地保持原有影像的局部空间信息。He 等<sup>[20]</sup>进一步分析不同波段影像的噪声强度,在分块低秩矩阵恢复中设置不同的迭代次数来对不同波段进行不同强度的去噪。现有的低秩表示去噪方法中,通过影像分块和图正则约束来保持影像局部流形结构,以上方法保持的是简单二元流形结构,对于复杂的多元流形结构信息保持仍有不足。

基于以上分析,为了在去噪过程中充分地保留影像的多元流形结构,本文提出局部超图拉普拉斯约束的高光谱影像低秩表示去噪方法。首先根据高光谱影像空域-谱域约束条件构造超图拉普拉斯矩阵,将超图拉普拉斯约束项增加到低秩表示模型中,在提取数据全局信息的同时更多地保留数据的多元几何流形结构,同时对系数矩阵增加稀疏、非负约束条件,进一步提高模型对影像局部信息的保持能力,并使用线性化交错方向法进行模型解算。实验结果表明,与图正则低秩表示和低秩矩阵恢复模型相比,本文算法在有效提取影像信号分量的同时,充分地保留了影像的多元流形结构,改善了高光谱影像低秩表示的去噪效果。

## 2 高光谱影像超图结构

图是刻画数据对象之间特定关系的重要工具,简单图假设数据对象之间的关系是一对一的二元关系,然而,在实际问题中,对象之间的关系往往不是简单的一对一的二元关系,而是更为复杂的一对多甚至是多对多的多元关系。如果简单地将多元连接关系视为二元关系来处理,势必会损失数据之间的多元几何关系信息,超图是普通图在处理多元数据关系上的推广,超边可以包含多个顶点,同时每个顶点可以包含在多个超边中,这使得超图可以精确地描绘复杂的多元几何流形结构,基于超图的学习算法能够确保在数据关系描述上的完整性和准确性<sup>[21]</sup>。高光谱影像具有图谱合一的特点,在空间域和光谱域都具有复杂的多元几何关系,若将这种复杂的多元关系简单地视为二元关系,势必会损失大量的多元几何流形信息。

目前,已有学者将超图学习算法引入高光谱影像处理领域,Guo 等<sup>[22]</sup>和 Yuan 等<sup>[23]</sup>将基于超图的半监督学习算法用于高光谱影像波段选择和特征提取,Gao 等<sup>[24]</sup>和 Ji 等<sup>[25]</sup>分别在空间域和光谱域构建超图用

于高光谱影像半监督分类。为了有效地保持高光谱影像去噪过程中的多元几何流形信息,提出了综合考虑空域-谱域约束关系的高光谱影像超图的结构用于高光谱影像去噪,高光谱影像超图结构如图 1 所示。

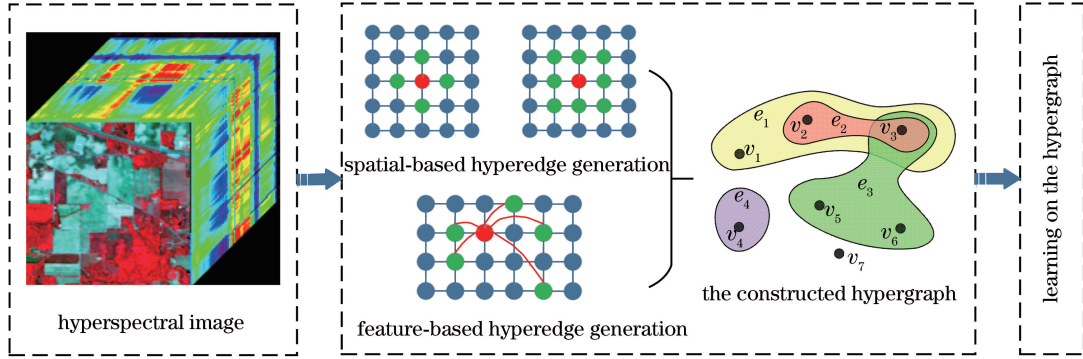


图 1 空域-谱域约束的高光谱影像超图结构

Fig. 1 Spectral-spatial constraint hypergraph for hyperspectral image

构建的高光谱影像超图  $G = (V, S, W)$  中,  $V$  为顶点集,  $S$  为超边集,  $W$  为超边权重矩阵, 高光谱影像  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  中的每个像元被看做一个顶点  $v \in V$ , 对于顶点集中的每个顶点, 构造一个超边  $e \in S$  来表示其他像元与该像元的连接关系, 超图的结构可以通过一个  $|V| \times |S|$  维的点边关联矩阵  $H$  来进行描述。高光谱影像中, 在某个中心像元邻域范围内的像元与该中心像元具有相同类别的概率很大, 因此, 对于选择的  $L$  邻域范围内的像元, 对应的关联矩阵  $H(v, e)$  的值为 1, 对于其他不在  $L$  邻域的像元, 根据其特征空间的光谱相似度对关联矩阵进行赋值, 即

$$H(v, e) = \begin{cases} 1, & v \in N_L(v_c) \\ \exp\left[-\frac{d^2(v, v_c)}{\sigma^2}\right], & v \notin N_L(v_c) \end{cases}, \quad (1)$$

式中  $v_c$  为中心像元,  $N_L(v_c)$  表示中心像元  $v_c$  的  $L$  邻域范围,  $d(v, v_c)$  为像元  $v$  与中心像元  $v_c$  在特征空间中的欧式距离,  $\sigma$  为影像中所有像元之间欧式距离的平均值。

超图学习方法分为两类: 1) 在原来超图基础上构建一个普通图, 然后利用普通图的谱聚类方法对超图进行分割; 2) 用超图拉普拉斯矩阵来描述超图结构, 本文采用经典的周氏拉普拉斯矩阵来对构造的超图进行学习<sup>[26]</sup>。在超图学习中, 由关联矩阵可得到任意顶点的阶  $d(v)$  和超边的阶  $d(e)$  为

$$d(v) = \sum_{e \in E} H(v, e), \quad (2)$$

$$d(e) = \sum_{v \in V} H(v, e). \quad (3)$$

周氏超图拉普拉斯矩阵定义为

$$L = D_v - H W D_e^{-1} H^T, \quad (4)$$

式中  $D_v$  和  $D_e$  分别表示顶点阶和超边阶的对角矩阵, 超边权重矩阵  $W$  定义为单位矩阵。

### 3 局部超图拉普拉斯约束的低秩表示模型

#### 3.1 低秩表示模型

作为流形学习的基本假设, 真实数据存在于高维空间中非常低维的流形上, 而且可以用低维的子空间来近似。低秩表示模型将秩作为矩阵稀疏度的度量, 在给定合适的字典矩阵时, 找出数据矩阵关于字典矩阵秩最低表示。在带稀疏噪声的情形下, 低秩表示模型为

$$\min_{Z, E} \text{rank}(Z) + \gamma \|E\|_0, \text{ s.t. } Y = YZ + E, \quad (5)$$

式中  $Y$  为选定的字典矩阵即数据本身,  $Z$  为系数矩阵,  $E$  为误差项,  $\gamma$  为正则化参数。

上述低秩模型是 NP 难的组合优化问题, 可通过凸包络的方法将目标函数转换成某些凸函数, 得到相应的凸规划问题。秩函数在矩阵谱范数单位球  $B_2 = \{X \mid \|X\|_2 \leq 1\}$  上的凸包络是矩阵的核范数, 矩阵 0 范

数在无穷范数单位球  $B_\infty = \{\mathbf{X} \mid \|\mathbf{X}\|_\infty \leq 1\}$  上的凸包络是其 1 范数, 进行凸包络替换后, 得到如下凸规划问题:

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}} \|\mathbf{Z}\|_* + \gamma \|\mathbf{E}\|_1, \text{ s.t. } \mathbf{Y} = \mathbf{YZ} + \mathbf{E}. \quad (6)$$

如果噪声是稀疏的且随机分布的, 真实数据矩阵是低秩的, 则上述凸规划问题和原问题等价<sup>[10]</sup>。低秩表示模型是一种全局聚类方法, 能够有效地恢复数据的全局子空间结构, 但是未考虑原始数据的局部几何流形结构。这会使它在对数据进行恢复的时候, 破坏原始数据的流形结构, 从而丢失所恢复数据的局部几何信息。

### 3.2 局部超图拉普拉斯约束的低秩表示模型

低秩表示模型中数据本身  $\mathbf{Y}$  作为字典矩阵时, 系数矩阵  $\mathbf{Z}$  中的元素  $Z_{ij}$  能够刻画数据矩阵  $\mathbf{Y}$  中数据点  $y_i$  和  $y_j$  之间的相似性, 可通过对系数矩阵引入稀疏约束来保持数据点之间的局部相似性, 系数矩阵的非负约束条件可以保证系数矩阵的值具有明确的意义<sup>[27]</sup>, 对系数矩阵引入稀疏和非负约束条件后的模型为

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}} \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda \|\mathbf{Z}\|_1 + \gamma \|\mathbf{E}\|_1, \text{ s.t. } \mathbf{Y} = \mathbf{YZ} + \mathbf{E}, \mathbf{Z} \geq 0. \quad (7)$$

在流形学习的图嵌入中, 如果流形中任意两个数据点  $x_i$  和  $x_j$  距离比较近, 那么它们在表示空间中对应的点  $z_i$  和  $z_j$  也应该比较接近。表示空间中的两个点  $z_i$  和  $z_j$  之间的距离可以作为原数据空间中  $x_i$  和  $x_j$  之间的相异性度量, 为保证原始数据空间中距离比较近的数据点在表示空间中的表示系数向量仍然比较接近, 可将约束项  $\sum_{i,j} \|z_i - z_j\|^2 W_{ij}$  加入到低秩表示模型中,  $W_{ij}$  为两数据点之间权重系数。在超图结构中, 超边连接多个顶点, 每两个顶点之间的平均权重为  $W(e)/d(e)$ , 其中  $d(e)$  为超边包含的顶点个数即超边的阶, 从而超图约束正则项为  $\sum_{(i,j) \subseteq e \in E} \|z_i - z_j\|^2 W(e)/d(e)$ , 引入超图正则项后得到局部超图拉普拉斯约束的非负稀疏低秩表示模型:

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}} \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda \|\mathbf{Z}\|_1 + \beta \sum_{(i,j) \subseteq e \in E} \|z_i - z_j\|^2 \frac{W(e)}{d(e)} + \gamma \|\mathbf{E}\|_1, \text{ s.t. } \mathbf{Y} = \mathbf{YZ} + \mathbf{E}, \mathbf{Z} \geq 0. \quad (8)$$

对上述模型进行代数运算, 得到如下模型:

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}} \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda \|\mathbf{Z}\|_1 + \beta \text{tr}(\mathbf{ZLZ}^T) + \gamma \|\mathbf{E}\|_1, \text{ s.t. } \mathbf{Y} = \mathbf{YZ} + \mathbf{E}, \mathbf{Z} \geq 0, \quad (9)$$

式中  $\mathbf{L}$  为超图拉普拉斯矩阵,  $\lambda$ ,  $\beta$  和  $\gamma$  为模型规则化系数, 分别表示系数矩阵稀疏度约束项、超图流形正则项以及稀疏噪声约束项与具有低秩性质的信号分量之间的平衡度。通过同时引入稀疏、非负和超图流形正则项到低秩模型中, 保证处于同一超边上的点表示空间中的连接关系, 以及对于数据局部结构的保持能力。

### 3.3 数值优化算法

低秩表示模型数值优化算法主要包括加速近邻梯度法 (APG) 和交错方向法 (ADM), ADM 来源于增广拉格朗日乘子法, 将目标函数分解为多个子目标函数, 通过固定其他变量来分别求解子目标函数。对于更一般的问题, Lin 等<sup>[28]</sup> 提出线性化的 ADM (LADM), 将优化问题进行一阶泰勒展开并加上一个近邻项来近似求解。

本文采用 LADM 来进行模型解算, 为使模型具有可分性, 引入辅助变量  $\mathbf{J}$ , 从而模型转换为

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{J}, \mathbf{E}} \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda \|\mathbf{J}\|_1 + \beta \text{tr}(\mathbf{ZLZ}^T) + \gamma \|\mathbf{E}\|_1, \text{ s.t. } \mathbf{Y} = \mathbf{YZ} + \mathbf{E}, \mathbf{Z} = \mathbf{J}, \mathbf{Z} \geq 0. \quad (10)$$

对于约束条件中的两个等式, 引入两个拉格朗日乘子  $\mathbf{Y}_1$  和  $\mathbf{Y}_2$ , 优化模型转化为

$$\min_{\mathbf{J}, \mathbf{E}, \mathbf{Z}} \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda \|\mathbf{J}\|_1 + \beta \text{tr}(\mathbf{ZLZ}^T) + \gamma \|\mathbf{E}\|_1 + \langle \mathbf{Y}_1, \mathbf{Y} - \mathbf{YZ} - \mathbf{E} \rangle + \langle \mathbf{Y}_2, \mathbf{Z} - \mathbf{J} \rangle + \frac{\mu}{2} (\|\mathbf{Y} - \mathbf{YZ} - \mathbf{E}\|_F^2 + \|\mathbf{Z} - \mathbf{J}\|_F^2), \quad (11)$$

式中  $\mu$  为 LADM 模型中自适应更新的惩罚系数,  $\|\cdot\|_F$  为矩阵的弗罗贝尼乌斯范数, 该优化问题通过固定其他变量依次优化某一个变量, 直到整个优化过程达到收敛为止。

算法 1: LADM 算法求解超图拉普拉斯约束的低秩表示模型

1) 输入已有的数据  $\mathbf{Y}$ , 超图拉普拉斯矩阵  $\mathbf{L}$  以及规则化参数  $\lambda$ ,  $\beta$  和  $\gamma$ 。

2) 初始化,  $\mathbf{Z}_0 = \mathbf{E}_0 = \mathbf{J}_0 = \mathbf{Y}_1^0 = \mathbf{Y}_2^0 = 0$ ,  $\rho_0 = 2.5$ ,  $\mu_0 = 10^{-6}$ ,  $\mu_{\max} = 10^6$ ,  $\epsilon_1 = 10^{-6}$ ,  $\epsilon_2 = 10^{-2}$ ,  $\eta_1 = 1.25 \times \|\mathbf{Y}\|^2$ ,  $\Theta(\cdot)$  代表奇异值阈值算子。

3) 迭代, ( $k=0, 1, \dots$ )

① 固定其他变量, 更新  $\mathbf{Z}_{k+1}$ :

$$\min_{\mathbf{Z}} \|\mathbf{Z}\|_* + \langle \nabla_{\mathbf{Z}_{kq}}, \mathbf{Z} - \mathbf{Z}_k \rangle + \frac{\eta_1 \mu_k}{2} \|\mathbf{Z} - \mathbf{Z}_k\|^2$$

$$\text{其中, } \nabla_{\mathbf{Z}_{kq}} = \beta(\mathbf{Z}_k \mathbf{L}^T + \mathbf{Z}_k \mathbf{L}) + \mu_k \left( \mathbf{Z}_k - \mathbf{J}_k + \frac{\mathbf{Y}_2^k}{\mu_k} \right) + \mu_k \mathbf{Y}^T \left( \mathbf{Y} \mathbf{Z}_k - \mathbf{Y} + \mathbf{E}_k - \frac{\mathbf{Y}_1^k}{\mu_k} \right)$$

$$\text{从而 } \mathbf{Z}_{k+1} = \Theta_{(\eta_1 \mu_k)^{-1}} (\mathbf{Z}_k - \nabla_{\mathbf{Z}_{kq}} / \eta_1);$$

② 固定其他变量, 更新  $\mathbf{J}_{k+1}$ :

$$\mathbf{J}_{k+1} = \max \left[ \mathbf{S}_{\mu_k}^{\lambda} \left( \mathbf{Z}_{k+1} + \frac{1}{\mu_k} \mathbf{Y}_2^k \right), 0 \right], \text{ 其中 } \mathbf{S}_{\mu_k}^{\lambda}(\cdot) \text{ 代表收缩算子}^{[28]};$$

③ 固定其他变量, 更新  $\mathbf{E}_{k+1}$ :

$$\mathbf{E}_{k+1} = \mathbf{S}_{\mu_k}^{\lambda} \left( \mathbf{Y} - \mathbf{Y} \mathbf{Z}_{k+1} + \frac{1}{\mu_k} \mathbf{Y}_1^k \right);$$

④ 拉格朗日乘子  $\mathbf{Y}_1$  和  $\mathbf{Y}_2$  的更新:

$$\mathbf{Y}_1^{k+1} = \mathbf{Y}_1^k + \mu_k (\mathbf{Y} - \mathbf{Y} \mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{E}_{k+1}), \mathbf{Y}_2^{k+1} = \mathbf{Y}_2^k + \mu_k (\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{J}_{k+1});$$

⑤ 惩罚系数  $\mu_{k+1}$  的更新:

$$\mu_{k+1} = \min(\mu_{\max}, \rho_k \mu_k),$$

$$\text{其中 } \rho_k = \begin{cases} \rho_0, & \mu_k \cdot \max\{\eta_1 \|\mathbf{Z}_k - \mathbf{Z}_{k-1}\|, \|\mathbf{J}_k - \mathbf{J}_{k-1}\|, \|\mathbf{E}_k - \mathbf{E}_{k-1}\|\} \leq \epsilon_2; \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases};$$

⑥ 判断迭代结束条件:

$$\|\mathbf{Y} - \mathbf{Y} \mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{E}_{k+1}\| / \|\mathbf{Y}\| < \epsilon_1 \text{ 或 } \mu_{k+1} \cdot \max\{\eta_1 \|\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{Z}_k\|, \|\mathbf{J}_{k+1} - \mathbf{J}_k\|, \|\mathbf{E}_{k+1} - \mathbf{E}_k\|\} < \epsilon_2.$$

4) 迭代结束, 输出  $\mathbf{Z}^*$  和  $\mathbf{E}^*$ 。

## 4 实验与分析

为验证本文方法的正确性和有效性, 使用 2 组高光谱影像数据进行对比实验。第 1 组实验数据为 AVIRIS 传感器获取的美国印第安纳州高光谱影像, 影像大小为  $145 \text{ pixel} \times 145 \text{ pixel}$ , 光谱覆盖范围为  $400 \sim 2500 \text{ nm}$ , 空间分辨率约为  $20 \text{ m}$ , 去除原始数据中被水吸收的  $104 \sim 108$  波段、 $150 \sim 163$  波段及  $220$  波段, 余下  $200$  个波段作为实验数据。第 2 组实验数据为 ProSpecTIR-VS 成像光谱仪获取的美国内华达州里诺城区的高光谱影像, 光谱范围为  $395 \sim 2450 \text{ nm}$ , 光谱分辨率为  $5 \text{ nm}$ , 空间分辨率为  $2 \text{ m}$ , 选取  $313 \text{ pixel} \times 349 \text{ pixel}$ ,  $170$  个波段进行实验。

选用平均峰值信噪比(MPSNR)<sup>[5]</sup>和平均结构相似性指数(MSSIM)<sup>[5]</sup>定量以及目视效果定性评价去噪效果, 同时利用光谱差值曲线来评价不同去噪方法产生的光谱畸变。选用的对比方法有低秩表示模型(LRR)<sup>[10]</sup>、图正则低秩表示模型(GRLR)<sup>[18]</sup>、低秩矩阵恢复模型(LRMR)<sup>[19]</sup>和引入低秩约束的稀疏表示模型(Spa+Lr)<sup>[7]</sup>, 同时为评价系数矩阵稀疏性约束项的作用, 利用不添加稀疏正则项的模型(HLRLRR)和添加稀疏正则项的模型(SHLRLRR)进行实验。利用本文算法进行去噪实验时, 首先根据高光谱影像的空域-谱域约束构建超图拉普拉斯矩阵, 再将影像按照波段排列为二维矩阵并将影像进行归一化处理, 利用增加超图拉普拉斯约束项的低秩表示模型进行去噪实验。

### 4.1 实验 1

高光谱影像中主要包含具有稀疏性质的条带噪声和椒盐噪声以及高斯噪声, 为比较不同方法对不同类型噪声的去噪效果, 对 AVIRIS 影像添加模拟噪声得到模拟噪声数据, 噪声类型包括 5% 的椒盐噪声、信噪比为 20 的高斯噪声以及波段 20、27、50 上 3 条垂直方向和 3 条水平方向的条带噪声。

在 4 种对比去噪方法中, 分别选取其最优的模型参数, 其中 LRR 模型中  $\beta=0.1$ ; GRLR 模型中  $k=25$ ,  $\beta=0.03$ ; LRMR 模型中分块大小为  $20 \times 20$ ,  $r_{\text{rank}}=2$ , 稀疏度为 4000; Spa+Lr 模型中  $\gamma=1.5$ ,  $\mu=44615$ ,  $\lambda=100$ 。在所提的非负稀疏超图拉普拉斯约束的低秩表示模型(SHLRLRR)中, 设置  $\lambda=0$  可以得到非负超图

拉普拉斯约束的低秩表示模型(HLRLRR),在两个模型的实验中,依照文献[25]设置高光谱影像超图空间邻域为 8 邻域,在 SHLRLRR 模型中依照文献[17]设置  $\lambda = 0.01, \beta = 0.001$ ,HLRLRR 模型中设置  $\lambda = 0, \beta = 0.001$ ,实验中设置这三个参数时能够取得较好的去噪效果,去噪效果主要受超图正则项系数的影响。统计分析 SHLRLRR 模型中 MPSNR 和 MSSIM 随  $\gamma$  值的变化情况,实验中当  $\gamma$  值在 0.01 附近时能取得优秀的去噪效果,故在[0.005,0.015]范围内以 0.001 为步长统计其去噪效果,结果如图 2 所示,可见当  $\gamma = 0.01$  时可取得最好的去噪效果。

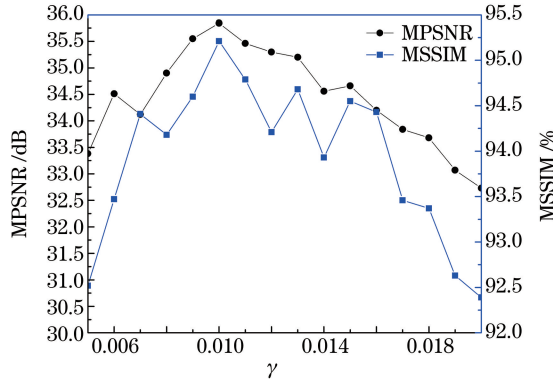


图 2 SHLRLRR 在不同  $\gamma$  值下的 MPSNR 和 MSSIM

Fig. 2 MPSNR and MSSIM of SHLRLRR with different  $\gamma$  values

在 6 种去噪方法选取最优参数的情况下,不同类型噪声情况下不同去噪方法对应的 MPSNR 和 MSSIM 如表 1 所示。

表 1 AVIRIS 影像不同去噪方法对应的 MPSNR 和 MSSIM

Table 1 MPSNR and MSSIM by different noise reduction algorithms for AVIRIS image

| Mixed noise                                       | Noisy image | LRR    | GRLR   | LRMR   | Spa+Lr | HLRLRR | SHLRLRR |
|---|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Salt-and-pepper noise                             | MPSNR /dB   | 18.23  | 29.95  | 32.25  | 33.88  | 35.64  | 37.74   |
|   | MSSIM /%    | 0.6563 | 0.8951 | 0.9269 | 0.9583 | 0.9587 | 0.9704  |
| Gaussian noise                                    | MPSNR /dB   | 28.38  | 30.02  | 33.18  | 35.57  | 36.90  | 37.11   |
|   | MSSIM /%    | 0.7597 | 0.9096 | 0.9310 | 0.9503 | 0.9698 | 0.9647  |
| Stripe noise                                      | MPSNR/dB    | 31.38  | 33.69  | 33.80  | 34.67  | 35.48  | 37.95   |
|   | MSSIM/%     | 0.9023 | 0.9108 | 0.9396 | 0.9492 | 0.9567 | 0.9720  |
| Salt-and-pepper noise+stripe noise                | MPSNR/dB    | 18.19  | 28.34  | 31.21  | 33.87  | 35.46  | 36.79   |
|   | MSSIM/%     | 0.5546 | 0.9027 | 0.9359 | 0.9556 | 0.9621 | 0.9703  |
| Salt-and-pepper noise+stripe noise+Gaussian noise | MPSNR/dB    | 17.72  | 28.24  | 30.76  | 32.18  | 34.79  | 35.84   |
|   | MSSIM/%     | 0.4282 | 0.9085 | 0.9293 | 0.9473 | 94.82  | 0.9502  |

在同时添加 3 种噪声情况下,6 种方法对 AVIRIS 影像去噪声后第 27 波段如图 3 所示。

为分析不同去噪方法对高光谱影像去噪后光谱畸变的影响,统计了 3 种混合噪声情况下 6 种不同方法去噪后的影像与原始影像在像素点(48,77)的光谱差值曲线,如图 4 所示。由图 4 可知,所提去噪方法得到的光谱差值曲线接近于 0,统计各方法在像素点(48,77)的光谱差值绝对值之和分别为 LRR(6.2268)、GRLR(4.2450)、LRMR(4.6927)、Spa+Lr(3.9976)、HLRLRR(2.0012)和 SHLRLRR(1.1835)。

#### 4.2 实验 2

ProSpecTIR-VS 高光谱影像中多个波段含有噪声,其中第 120 个波段含有混合类型的噪声,选取前 170 个波段进行实验来比较不同算法的去噪效果。在各种去噪方法中,参照实验 1 中参数选取方法分别选取各模型的最优参数,其中 LRR 模型中  $\beta = 0.03$ ;GRLR 模型中  $k = 5, \beta = 0.1$ ;LRMR 模型中分块大小为  $20 \times 20, r_{rank} = 2$ ,稀疏度为 3000;Spa+Lr 模型中  $\gamma = 3, \mu = 50923, \lambda = 100$ ;所提的 HLRLRR 模型中,设置  $\lambda = 0, \gamma = 0.02, \beta = 0.001$ ;SHLRLRR 模型中,相应的参数为  $\lambda = 0.01, \gamma = 0.02, \beta = 0.001$ 。6 种去噪方法对 ProSpecTIR-VS 影像去噪声后第 120 波段如图 5 所示。

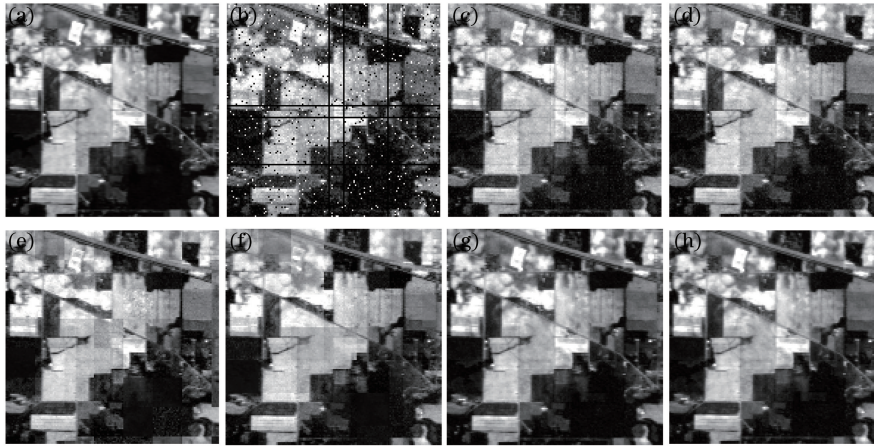


图 3 AVIRIS 影像第 27 波段去噪结果。(a)原始影像;(b)噪声影像;(c) LRR 方法;(d) GRLR 方法;(e) LRMR 方法;  
(f) Spa+Lr 方法;(g) HLRLRR 方法;(h) SHLRLRR 方法

Fig. 3 Denoising results of AVIRIS image on band 27th. (a) Original image; (b) Noise image; (c) LRR-based method;  
(d) GRLR-based method ; (e)LRMR-based method; (f)Spa+Lr-based method;  
(g)HLRLRR-based method; (h)SHLRLRR-based method

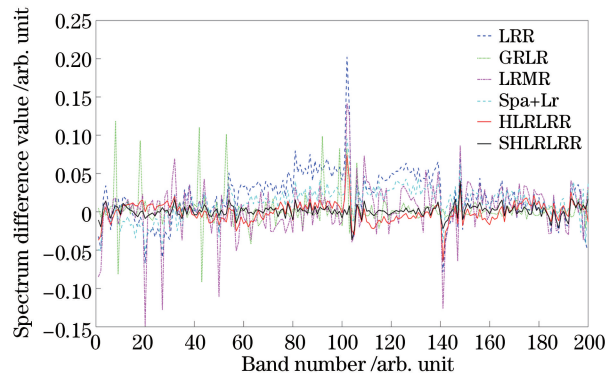


图 4 AVIRIS 影像在像素点(48,77)的光谱差值曲线

Fig. 4 Spectral difference values on pixel (48, 77) of AVIRIS image

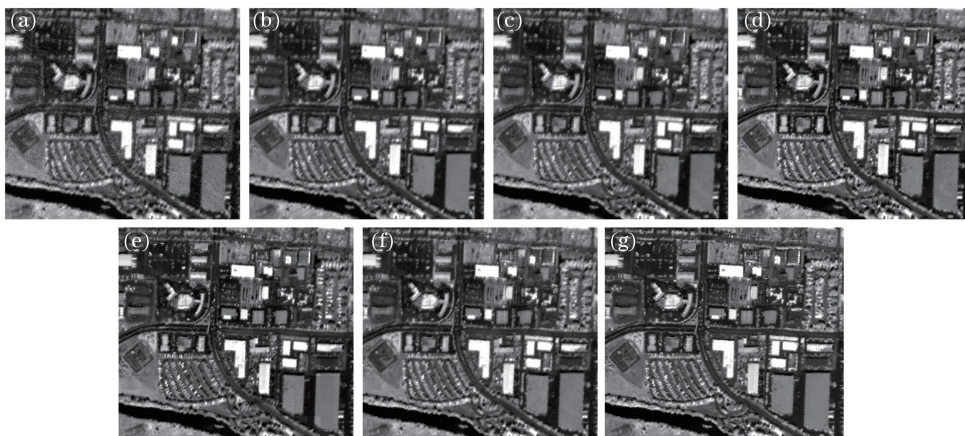


图 5 ProSpecTIR-VS 影像第 120 波段去噪结果。(a)原始影像;(b) LRR 方法;(c) GRLR 方法;(d) LRMR 方法;  
(e) Spa+Lr 方法;(f) HLRLRR 方法;(g) SHLRLRR 方法

Fig. 5 Denoising results of ProSpecTIR-VS image on band 120th. (a) Original image; (b) LRR-based method;  
(c) GRLR-based method; (d) LRMR-based method; (e) Spa+Lr-based method;  
(f) HLRLRR-based method; (g) SHLRLRR-based method

### 4.3 实验分析

目视比较两组不同光谱分辨率和空间分辨率的高光谱影像去噪结果,相比于低秩表示模型和图正则低秩表示模型,本文方法的去噪结果影像具有更加丰富的细节纹理信息,特别对于空间分辨率更高、地物更加复杂的 ProSpecTIR-VS 影像,能够保持更加丰富的影像空间信息;而低秩矩阵恢复模型将影像进行分块处理,由于各个子块影像的地物类型不同,容易导致结果影像中出现分块效应。

通过定量比较 LRR、GRLR、LRMR、Spa+Lr 和本文方法的去噪结果,还可以得出以下结论:

1) 6 种基于稀疏和低秩表示的去噪模型具有很强的信号恢复能力,对于特定的影像数据和各个模型对应的最优参数,在不同类型的噪声情况下,各个算法的 MPSNR 和 MSSIM 都比较稳定。

2) 比较不同去噪方法对高光谱影像去噪后的光谱畸变情况,基于低秩表示模型的去噪方法能够有效地消除光谱畸变,并且将非负、稀疏和超图流形正则项同时引入到低秩模型中,对应的光谱畸变最小。

3) 对于 6 种不同的去噪方法,在不同类型的模拟噪声情况下,本文方法具有更高的 MPSNR 和 MSSIM,其去噪结果影像与无噪声影像具有更高的空间相似性,因此,该方法更有助于保持高光谱影像的空间和光谱信息,并有效地改善了高光谱影像去噪效果。

## 5 结 论

在考虑多元流形结构信息对高光谱影像去噪重要性的基础上,提出了一种基于超图拉普拉斯约束的低秩表示去噪方法。该方法考虑高光谱影像图谱合一的特点,根据空域-域谱约束条件构建超图拉普拉斯矩阵,并将该正则项加入到低秩模型中,同时对模型系数矩阵增加稀疏和非负的约束条件,进一步提高模型对局部信息的保持能力。AVIRIS 影像和 ProSpecTIR-VS 影像去噪实验表明,该方法能够保留影像的细节纹理信息,有效地改善了高光谱影像的去噪效果。

### 参 考 文 献

- [1] Zhao Chunhui, You Wei, Qi Bin, *et al.* Real-time anomaly detection algorithm for hyperspectral remote sensing by using recursive polynomial kernel function[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(2): 0228002.  
赵春晖, 尤伟, 齐滨, 等. 采用多项式递归核的高光谱遥感异常实时检测算法[J]. *光学学报*, 2016, 36(2): 0228002.
- [2] Xue Peng, Wang Zhibin, Zhang Rui, *et al.* Highly efficient measurement technology based on hyperspectropolarimetric imaging[J]. *Chinese J Lasers*, 2016, 43(8): 0811001.  
薛鹏, 王志斌, 张瑞, 等. 高光谱全偏振成像快捷测量技术研究[J]. *中国激光*, 2016, 43(8): 0811001.
- [3] Bioucas-Dias J M, Plaza A, Camps-Valls G, *et al.* Hyperspectral remote sensing data analysis and future challenges [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, 2013, 1(2): 6-36.
- [4] Liu Yamei. Hyperspectral image destriping based on adaptive unidirectional variation[J]. *Laser and Optoelectronics Progress*, 2016, 53(9): 091002.  
刘亚梅. 基于自适应单向变分的高光谱图像去条带方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(9): 091002.
- [5] Yuan Q, Zhang L, Shen H. Hyperspectral image denoising employing a spectral-spatial adaptive total variation model [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2012, 50(10): 3660-3677.
- [6] Acito N, Diani M, Corsini G. Subspace-based striping noise reduction in hyperspectral images[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(4): 1325-1342.
- [7] Zhao Y Q, Yang J. Hyperspectral image denoising via sparse representation and low-rank constraint [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2015, 53(1): 296-308.
- [8] Yang J X, Zhao Y Q, Chan J C W, *et al.* Coupled sparse denoising and unmixing with low-rank constraint for hyperspectral image[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2016, 54(3): 1818-1833.
- [9] Liu G, Lin Z C, Yu Y. Robust subspace segmentation by low-rank representation [C]. *Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning*, 2010: 663-670.
- [10] Liu G, Lin Z, Yan S C, *et al.* Robust recovery of subspace structures by low-rank representation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013, 35(1): 171-184.
- [11] Hu T, Zhang H Y, Shen H F, *et al.* Robust registration by rank minimization for multiangle hyper/multispectral



- remotely sensed imagery[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2014, 7(6): 2443-2457.
- [12] Zhang L F, Zhang Q, Zhang L P, *et al.* Ensemble manifold regularized sparse low-rank approximation for multiview feature embedding[J]. Pattern Recognition, 2015, 48(10): 3102-3112.
- [13] Golbabaee M, Vandergheynst P. Hyperspectral image compressed sensing via low-rank and joint-sparse matrix recovery [C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2012: 2741-2744.
- [14] Li Q, Lu Z B, Lu Q B, *et al.* Noise reduction for hyperspectral images based on structural sparse and low-rank matrix decomposition[C]. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2013: 1075-1078.
- [15] Li Q, Li H Q, Lu Z B, *et al.* Denoising of hyperspectral images employing two-phase matrix decomposition[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2014, 7(9): 3742-3754.
- [16] Li Bo, Lu Chunyuan, Leng Chengcai, *et al.* Robust low rank subspace clustering based on local graph Laplace constraint[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(11): 1971-1980.  
李 波, 卢春园, 冷成财, 等. 基于局部图拉普拉斯约束的鲁棒低秩表示聚类方法[J]. 自动化学报, 2015, 41(11): 1971-1980.
- [17] Yin M, Gao J B, Lin Z C. Laplacian regularized low-rank representation and its applications[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2016, 38(3): 504-517.
- [18] Lu X Q, Wang Y L, Yuan Y. Graph-regularized low-rank representation for destriping of hyperspectral images[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(7): 4009-4018.
- [19] Zhang H Y, He W, Zhang L P, *et al.* Hyperspectral image restoration using low-rank matrix recovery[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(8): 4729-4743.
- [20] He W, Zhang H Y, Zhang L P, *et al.* Hyperspectral image denoising via noise-adjusted iterative low-rank matrix approximation[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2015, 8(6): 3050-3061.
- [21] Li Xue, Zhao Chunxia, Shu Zhenqiu, *et al.* Hyper-graph regularized concept factorization algorithm and its application to data representation[J]. Control and Decision, 2015, 30(8): 1399-1404.  
李 雪, 赵春霞, 舒振球, 等. 基于超图正则化的概念分解及在数据表示中的应用[J]. 控制与决策, 2015, 30(8): 1399-1404.
- [22] Guo Z X, Bai X, Zhang Z H, *et al.* A hypergraph based semi-supervised band selection method for hyperspectral image classification[C]. Proceedings of the 20th IEEE International Conference on Image Processing, 2013: 3137-3141.
- [23] Yuan H L, Tang Y Y. Learning with hypergraph for hyperspectral image feature extraction[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2015, 12(8): 1695-1699.
- [24] Gao Y, Chua T S. Hyperspectral image classification by using pixel spatial correlation[C]. International Conference on Multimedia Modeling, Springer Berlin Heidelberg, 2013: 141-151.
- [25] Ji R R, Gao Y, Hong R C, *et al.* Spectral-spatial constraint hyperspectral image classification[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(3): 1811-1824.
- [26] Zhou D Y, Huang J Y, Schölkopf B. Learning with hypergraphs: clustering, classification, and embedding [C]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2006: 1601-1608.
- [27] Zhuang L S, Gao H Y, Lin Z C, *et al.* Non-negative low rank and sparse graph for semi-supervised learning[C]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2012: 2328-2335.
- [28] Lin Z C, Liu R S, Su Z X. Linearized alternating direction method with adaptive penalty for low-rank representation [C]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2011: 612-620.