

# 精确求解与 $\Lambda$ 型原子作用二项式光场的量子特性

丛红璐<sup>1</sup>, 任学藻<sup>2</sup>

<sup>1</sup>北京交通大学海滨学院, 河北 黄骅 061199;

<sup>2</sup>西南科技大学理学院, 四川 绵阳 621010

**摘要** 在非旋波近似下, 对二项式光场与  $\Lambda$  型三能级原子相互作用的量子特性进行了精确求解。讨论了二项式光场系数以及初始时刻原子能级的叠加对二阶相干度和光场压缩特性的影响。数值计算的结果表明, 随着光场系数的增大, 反聚束效应持续时间逐渐增大, 初始时刻原子能级的叠加导致光场聚束效应持续时间增大。无论初始时刻原子能级是否叠加, 随着光场系数的增大, 光场压缩效应持续时间均先增大后减小。由于非旋波项产生的虚光子效应, 二阶相干度和光场压缩效应演化曲线出现小锯齿状振荡。

**关键词** 量子光学;  $\Lambda$  型三能级原子; 非旋波近似; 二阶相干度; 光场压缩效应

**中图分类号** O431.2 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201737.0227001

## Exact Solution for Quantum Properties of the Binomial States Field Interacting with the $\Lambda$ -Type Atom

Cong Honglu<sup>1</sup>, Ren Xuezhao<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Haibin College, Beijing Jiaotong University, Huanghua, Hebei 061199, China;

<sup>2</sup>School of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang, Sichuan 621010, China

**Abstract** The quantum properties of a binomial state field interacting with a  $\Lambda$ -type three-level atom are calculated accurately under non-rotating wave approximation. The influences of the binomial state field parameter and the superposition of atomic energy level at the initial time on the second-order coherence degree and the field squeezing effect are discussed. The numerical results indicate that the duration of the anti-bunching effect and the duration of the bunching effect due to the superposition of atomic energy level at the initial time becomes longer, with the increase of binomial state field parameter. Increasing the field parameter, the duration of the squeezing effect increases at first and then decreases whether the atomic energy level has a superposition or not. The little indentation oscillation appears in the evolution curves of the second-order coherence degree and the field squeezing effect, because of the virtual photon effect induced by non-rotating wave approximation.

**Key words** quantum optics;  $\Lambda$ -type three-level atom; non-rotating wave approximation; second-order coherence degree; field squeezing effect

**OCIS codes** 270.5565; 270.5585; 270.5580

## 1 引 言

光场与原子的相互作用是量子光学热点问题之一, 通过研究人们发现了许多量子效应并进行了深入探讨, 如量子纠缠<sup>[1]</sup>、原子布居塌缩回复<sup>[2]</sup>、光场的压缩效应<sup>[3-4]</sup>及二阶相干度<sup>[5]</sup>等, 这些非经典效应在光通讯、信号检测、高精光谱测量、量子通讯以及超低噪声通信等方面都有着广泛的应用前景, 因此该方面的研究一直受到人们的关注。

研究发现与 Jaynes-Cummings 模型<sup>[6]</sup>相比, 三能级原子系统能够显示出更为全面的量子效应<sup>[7-9]</sup>, 因此人们将二能级原子的研究推广到三能级甚至更高能级<sup>[10-14]</sup>。1985 年, Stoler 等<sup>[15]</sup>提出了介于相干态和数态

**收稿日期:** 2016-09-08; **收到修改稿日期:** 2016-10-10

**基金项目:** 教育部高等学校物理类专业教学指导委员会力学教学改革项目(JZW-16-LX-07)、河北省高等学校科学技术研究青年基金项目、河北省实验教学示范中心建设项目、北京交通大学海滨学院教研项目(HBJY16004)

**作者简介:** 丛红璐(1984—), 男, 硕士, 讲师, 主要从事量子光学方面的研究。E-mail: conghonglu@163.com

之间的二项式光场概念。1987年, Datton 等<sup>[16]</sup>发现在自由电子激光中可以产生二项式态光场。近年 Franco 等<sup>[17-18]</sup>在实验中利用不同的方法制备了二项式态光场,这就使得二项式光场的研究不仅仅具有理论意义,而且具有实验应用价值。

本文利用相干态正交化展开方法<sup>[19-22]</sup>,在非旋波近似下对  $\Lambda$  型三能级原子与二项式光场相互作用的光场压缩效应和二阶相干度进行了精确求解,研究了二项式光场系数  $\eta$  以及初始时刻原子能级的叠加对光场压缩效应和光场二阶相干度的影响,讨论了虚光子效应对光场反聚束效应和压缩效应的影响。

## 2 模型及求解

研究图 1 所示的  $\Lambda$  型三能级原子,原子三个能级从下到上分别用  $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ 、 $|3\rangle$  表示,其中能级  $|1\rangle$  与  $|2\rangle$  之间的跃迁是禁戒的,描述光场与原子相互作用的哈密顿量在非旋波近似下可表示为<sup>[23]</sup>

$$H' = H_f + H_a + H_1, \quad (1)$$

$$H_f = \omega_0 a^+ a, \quad (2)$$

$$H_a = \omega_1 |1\rangle\langle 1| + \omega_2 |2\rangle\langle 2| + \omega_3 |3\rangle\langle 3|, \quad (3)$$

$$H_1 = u(a + a^+)(|1\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 1|) + v(a + a^+)(|2\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 2|), \quad (4)$$

式中取  $\hbar = 1$ ,  $H_f$ 、 $H_a$  和  $H_1$  分别为场、原子及其相互作用的哈密顿量,  $a^+$  ( $a$ ) 为光场的产生(湮没)算符,  $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 、 $\omega_3$  为原子各能级的本征频率,  $\omega_0$  为光子的频率,  $\Delta = \omega_0 - (\omega_3 - \omega_2) = (\omega_3 - \omega_1) - \omega_0$  为光子跃迁失谐量,  $u = g \sin \theta$ ,  $v = g \cos \theta$  为光场与原子的耦合强度,作  $SO(3)$  旋转变换可得对角化的哈密顿量,  $\theta$  是旋转变换的角度,取  $\theta = 45^\circ$ , 则

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} + P_1 & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} + P_2 & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} + P_3 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

式中  $P_1 = \omega_0 a^+ a + g(a + a^+)$ ,  $P_2 = \omega_0 a^+ a - g(a + a^+)$ ,  $P_3 = \omega_0 a^+ a$ ,  $h_{11} = h_{22} = (2\omega_3 + \omega_2 + \omega_1)/4$ ,  $h_{12} = h_{21} = (-2\omega_3 + \omega_2 + \omega_1)/4$ ,  $h_{33} = (\omega_2 + \omega_1)/2$ ,  $h_{13} = h_{31} = h_{23} = h_{32} = -\sqrt{2}(\omega_2 - \omega_1)/4$ 。

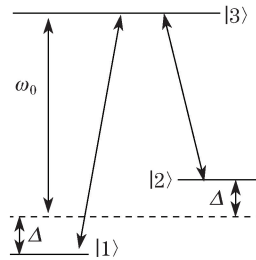


图 1  $\Lambda$  型三能级原子

Fig. 1  $\Lambda$  type three-level atom

令系统的波函数为<sup>[21-22]</sup>

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_{n=0}^N c_n |n\rangle_A |3\rangle + \sum_{n=0}^N d_n |n\rangle_B |2\rangle + \sum_{n=0}^N f_n |n\rangle |1\rangle = \\ &= \sum_{n=0}^N c_n \frac{(A^+)^n}{\sqrt{n!}} \exp\left(-\frac{g}{\omega_0} a^+ - \frac{g^2}{2\omega_0^2}\right) |0\rangle |3\rangle + \sum_{n=0}^N d_n \frac{(B^+)^n}{\sqrt{n!}} \exp\left(\frac{g}{\omega_0} a^+ - \frac{g^2}{2\omega_0^2}\right) |0\rangle |2\rangle + \\ &= \sum_{n=0}^N f_n \frac{(a^+)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle |1\rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $|n\rangle$  是 Fock 态,  $|n\rangle_A$ 、 $|n\rangle_B$  是对应新波色算符  $A = a + g/\omega_0$  和  $B = a - g/\omega_0$  的 Fock 态,将(5)和(6)式代入薛定谔方程  $H|\psi\rangle = E|\psi\rangle$  后,分别左乘  $\langle m|_A$ 、 $\langle m|_B$  和  $\langle m|$  得

$$\left(h_{11} + \omega_0 m - \frac{g^2}{\omega_0}\right) c_m + h_{12} \sum_{n=0}^N d_n \langle m|n\rangle_B + h_{13} \sum_{n=0}^N f_n \langle m|n\rangle = E c_m, \quad (7)$$

$$h_{21} \sum_{n=0}^N c_n \langle m|n \rangle_A + \left( h_{22} + \omega_0 m - \frac{g^2}{\omega_0} \right) d_m + h_{23} \sum_{n=0}^N f_n \langle m|n \rangle = E d_m, \quad (8)$$

$$h_{31} \sum_{n=0}^N c_n \langle m|n \rangle_A + h_{32} \sum_{n=0}^N d_n \langle m|n \rangle_B + (h_{33} + \omega_0 m) f_m = E f_m, \quad (9)$$

若定义

$$D_{mn} = \sum_{i=0}^{\min(m,n)} \frac{\sqrt{m! n!} (-1)^{-i} (g/\omega_0)^{m+n-2i}}{i! (m-i)! (n-i)!} \exp\left(-\frac{g^2}{2\omega_0^2}\right), \quad (10)$$

则有

$$\begin{cases} \langle m|n \rangle_B = (-1)^n D_{mn} \left(\frac{2g}{\omega_0}\right) \\ \langle m|n \rangle_A = (-1)^n D_{mn} \left(\frac{g}{\omega_0}\right) \end{cases}, \quad (11)$$

$$\begin{cases} \langle m|n \rangle_A = (-1)^m D_{mn} \left(\frac{2g}{\omega_0}\right) \\ \langle m|n \rangle_B = (-1)^m D_{mn} \left(\frac{g}{\omega_0}\right) \end{cases}, \quad (12)$$

$$\begin{cases} \langle m|n \rangle_A = (-1)^m D_{mn} \left(\frac{g}{\omega_0}\right) \\ \langle m|n \rangle_B = (-1)^n D_{mn} \left(\frac{g}{\omega_0}\right) \end{cases}, \quad (13)$$

通过求解(7)、(8)和(9)式可以得到系统波函数  $\{c_n^{(i)}\}$ 、 $\{d_n^{(i)}\}$  和  $\{f_n^{(i)}\}$ 。

单模二项式态光场在数态中可以定义为<sup>[3-4]</sup>

$$|\eta M\rangle = \sum_{n=0}^M \beta_n^M |n\rangle, \quad 0 < \eta < 1, M > 0, \quad (14)$$

式中  $\beta_n^M = \left[ \frac{M! \eta^n (1-\eta)^{M-n}}{n! (M-n)!} \right]^{1/2}$  是二项式光场的分布函数,  $M$  为二项式光场的最大光子数,  $\eta$  为二项式态光场的光场系数。当  $\eta$  分别为 0 和 1 时,  $|\eta M\rangle$  分别约化为真空态和 Fock 态, 通过连续改变  $\eta$ , 可以取得介于相干态 ( $\eta \rightarrow 0, M \rightarrow \infty$  且  $\eta M = \alpha^2 = \bar{n}$ ,  $\bar{n}$  是平均光子数) 和 Fock 态之间的中间态。

假设初始时刻原子处于叠加态  $C_a |1\rangle + C_b |2\rangle + C_c |3\rangle$  ( $C_a$ 、 $C_b$  和  $C_c$  分别为各个能级的叠加系数), 光场处于二项式态。如果原子初始时刻处于  $|3\rangle$  能级 ( $C_a = C_b = 0, C_c = 1$ ), 系统初始时刻波函数为

$$|\psi(0)\rangle = |\eta M\rangle |3\rangle = \sum_{n=0}^M \beta_n^M |n\rangle (U_{11} |3'\rangle + U_{21} |2'\rangle + U_{31} |1'\rangle) = \sum_{i=0}^{3N} k_i \left\{ \sum_{n=0}^N [c_n^{(i)} |n\rangle_A |3'\rangle + d_n^{(i)} |n\rangle_B |2'\rangle + f_n^{(i)} |n\rangle |1'\rangle] \right\}, \quad (15)$$

将(15)式两边分别左乘  $\langle m|_A$ 、 $\langle m|_B$  和  $\langle m|$  可以得到

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i c_m^{(i)} = U_{11} \sum_{n=0}^M \beta_n^M \langle m|n\rangle, \quad (16)$$

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i d_m^{(i)} = U_{21} \sum_{n=0}^M \beta_n^M \langle m|n\rangle, \quad (17)$$

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i f_m^{(i)} = U_{31} \beta_m^M, \quad (18)$$

通过求解(16)、(17)和(18)式, 可得系统任意时刻波函数, 即

$$|t\rangle = \sum_{i=0}^{3N} k_i \exp(-iE_it) \sum_{n=0}^N [c_n^{(i)} |n\rangle_A |3'\rangle + d_n^{(i)} |n\rangle_B |2'\rangle + f_n^{(i)} |n\rangle |1'\rangle]. \quad (19)$$

## 2.1 二阶相干度

光场的聚束效应与反聚束效应由光场的二阶相干度  $G^2(t)$  来表示,  $G^2(t)$  定义为<sup>[5]</sup>

$$G^2(t) = \frac{\langle a^{+2} a^2 \rangle}{\langle a^+ a \rangle^2}, \quad (20)$$

当  $G^2(t)=1$  时, 光场强度起伏呈现零关联, 光场是二阶相干的, 属于经典光场与非经典光场之间的临近状态;  $G^2(t)>1$  时, 光场强度起伏呈现正关联, 光场呈现聚束效应且满足超泊松分布, 此时属于经典光场;  $G^2(t)<1$  时, 光场强度起伏呈现负关联, 光场呈现反聚束效应且满足亚泊松光子分布, 这是光场的纯量子效应。通过(19)式可得

$$\begin{aligned} \langle a^+ a \rangle &= \sum_{i,j=0}^{3N} k_j^* k_i \exp[i(E_j - E_i)t] \left\{ \sum_{m=0}^N \left[ c_m^{(j)*} c_m^{(i)} m - c_m^{(j)*} c_{m-1}^{(i)} \frac{g}{\omega_0} \sqrt{m} - c_m^{(j)*} c_{m+1}^{(i)} \frac{g}{\omega_0} \sqrt{m+1} + c_m^{(j)*} c_m^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2} \right] + \right. \\ &\quad \left. \sum_{m=0}^N \left[ d_m^{(j)*} d_m^{(i)} m + d_m^{(j)*} d_{m-1}^{(i)} \frac{g}{\omega_0} \sqrt{m} + d_m^{(j)*} d_{m+1}^{(i)} \frac{g}{\omega_0} \sqrt{m+1} + d_m^{(j)*} d_m^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2} \right] + \sum_{m=0}^N f_m^{(j)*} f_m^{(i)} m \right\}, \quad (21) \\ \langle a^{+2} a^2 \rangle &= \sum_{i,j=0}^{3N} k_j^* k_i \exp[i(E_j - E_i)t] \left\{ \sum_{m=0}^N \left\{ c_m^{(j)*} c_m^{(i)} \left[ (m-1)m + \frac{4g^2}{\omega_0^2} m + \frac{g^4}{\omega_0^4} \right] - \right. \right. \\ &\quad c_m^{(j)*} c_{m-1}^{(i)} \left[ \frac{2g}{\omega_0} (m-1) \cdot \sqrt{m} + \frac{2g^3}{\omega_0^3} \sqrt{m} \right] - c_m^{(j)*} c_{m+1}^{(i)} \left( \frac{2g}{\omega_0} m \sqrt{m+1} + \frac{2g^3}{\omega_0^3} \sqrt{m+1} \right) + \\ &\quad c_m^{(j)*} c_{m-2}^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2} \sqrt{m(m-1)} + c_m^{(j)*} \cdot c_{m+2}^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2} \sqrt{(m+1)(m+2)} \left. \right\} + \\ &\quad \sum_{m=0}^N \left\{ d_m^{(j)*} d_m^{(i)} \left[ (m-1)m + \frac{4g^2}{\omega_0^2} m + \frac{g^4}{\omega_0^4} \right] + d_m^{(j)*} d_{m-1}^{(i)} \left[ \frac{2g}{\omega_0} \sqrt{m} \cdot (m-1) + \frac{2g^3}{\omega_0^3} \sqrt{m} \right] + \right. \\ &\quad d_m^{(j)*} d_{m+1}^{(i)} \left( \frac{2g}{\omega_0} m \sqrt{m+1} + \frac{2g^3}{\omega_0^3} \sqrt{m+1} \right) + d_m^{(j)*} d_{m-2}^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2} \sqrt{m(m-1)} + \\ &\quad \left. d_m^{(j)*} d_{m+2}^{(i)} \frac{g^2}{\omega_0^2} \sqrt{(m+1)(m+2)} \right\} + \sum_{m=0}^N f_m^{(j)*} f_m^{(i)} m(m-1) \left. \right\}. \quad (22) \end{aligned}$$

图 2 为初始时刻原子处于激发态 ( $C_a=C_b=0, C_c=1$ ), 原子相对失谐量  $r=\Delta/g=1, M=50, \eta$  取不同值时, 二阶相干度的演化规律。从图 2 中可以看到, 当  $\eta=0.04$  时, 光场处于相干态, 二阶相干度演化曲线振

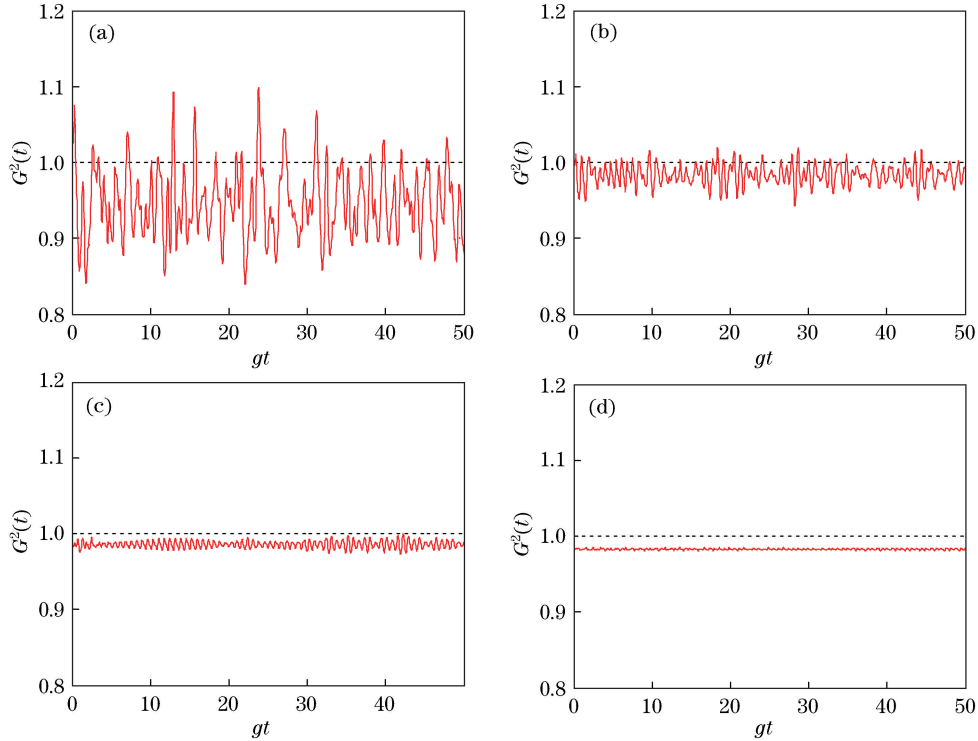


图 2 光场初始时刻处于激发态,  $\eta$  取不同值时, 二阶相干度的演化。(a)  $\eta=0.04$ ; (b)  $\eta=0.1$ ; (c)  $\eta=0.3$ ; (d)  $\eta=0.8$

Fig. 2 Evolution of degree of second order coherence for different  $\eta$ , when the atom is initially in excited state.

(a)  $\eta=0.04$ ; (b)  $\eta=0.1$ ; (c)  $\eta=0.3$ ; (d)  $\eta=0.8$

幅很大,聚束效应和反聚束效应交替出现,聚束效应的持续时间远小于反聚束效应的持续时间。如图 2(b)所示,随着  $\eta$  的增大,光场处于中间态,二阶相干度的振幅逐渐减小,聚束效应持续时间逐渐减小,反聚束效应持续时间逐渐增加。继续增加  $\eta$ ,当  $\eta=0.3$  时,如图 2(c)所示,二阶相干度演化曲线的振荡十分微弱,光场聚束效应消失。如图 2(d)所示,当  $\eta=0.8$  时,光场二阶相干度的振荡几乎变成一条直线,且光场呈现持续的反聚束效应。

图 3 为初始时刻原子处于  $|1\rangle$  和  $|2\rangle$  能级的等权叠加态 ( $C_a = C_b = \sqrt{2}/2, C_c = 0$ ),原子相对失谐量  $r = \Delta/g = 1, M = 50$ ,光场参数  $\eta$  取不同值时,二阶相干度的演化曲线。从图 3(a)中可以看到,  $\eta=0.04$  时,光场处于相干态,二阶相干度的振荡幅度较大,聚束效应的持续时间明显大于反聚束效应的持续时间。随着  $\eta$  的增大,光场处于中间态,二阶相干度的振幅以及聚束效应持续的时间都逐渐减小,反聚束效应持续时间逐渐增加。如图 3(c)所示,当  $\eta=0.3$  时,光场完全呈现出反聚束效应,并且演化曲线的振荡已经十分的微弱。如图 3(d)所示,当  $\eta=0.8$  时,二阶相干度的演化曲线几乎变成了一条直线。通过对比图 2 和 3 可以发现,  $\eta$  较小时,初始时刻原子能级的叠加使光场反聚束效应持续时间明显减小,随着  $\eta$  的增大,无论能级叠加与否光场最终都会呈现反聚束效应。

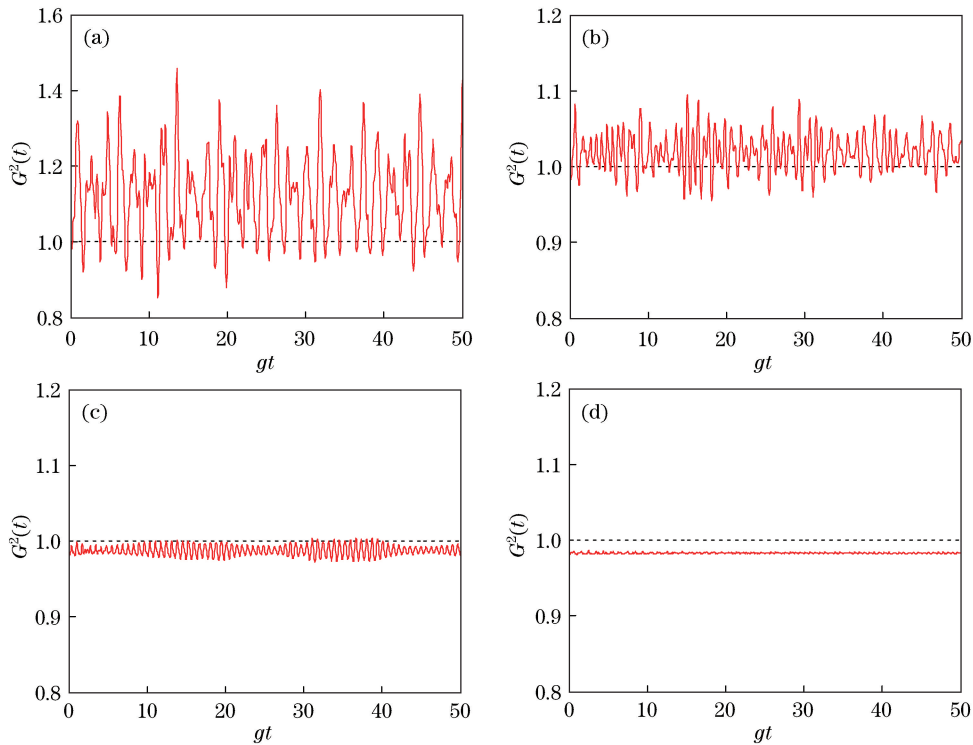


图 3 原子初始时刻处于  $|1\rangle$  和  $|2\rangle$  能级的叠加态,  $\eta$  取不同值时,二阶相干度的演化。

(a)  $\eta=0.04$ ; (b)  $\eta=0.1$ ; (c)  $\eta=0.3$ ; (d)  $\eta=0.8$

Fig. 3 Evolution of degree of second order coherence for different  $\eta$ , when the atom is initially in superposition state of  $|1\rangle$  and  $|2\rangle$ . (a)  $\eta=0.04$ ; (b)  $\eta=0.1$ ; (c)  $\eta=0.3$ ; (d)  $\eta=0.8$

与文献[3]对比发现,在非旋波近似下,光场二阶相干度演化曲线出现了小锯齿状的振荡,这主要是由于非旋波项跃迁产生寿命很短的光子,称为虚光子。根据海森堡能量-时间不确定关系,由于非旋波项的跃迁过程导致系统能量改变很大,因此在光场与原子相互作用系统中,虚光子对光场与原子相互作用系统有很大的影响,也就是图中的小锯齿状振荡,即量子噪音现象,说明非旋波项的贡献不可忽略<sup>[12]</sup>。

## 2.2 光场压缩效应

单模光场的两个缓变正交厄密算符定义为<sup>[3-5]</sup>

$$\begin{cases} X_1 = \frac{1}{2}[a \exp(i\omega t) + a^+ \exp(-i\omega t)] \\ X_2 = \frac{1}{2i}[a \exp(i\omega t) - a^+ \exp(-i\omega t)] \end{cases}, \quad (23)$$

其对易关系为 $[X_1, X_2] = i/2$ , 相应的测不准关系为 $\langle (\Delta X_1)^2 \rangle \langle (\Delta X_2)^2 \rangle \geq 1/16$ , 式中 $\langle (\Delta X_i)^2 \rangle = \langle X_i^2 \rangle - \langle X_i \rangle^2 (i=1, 2)$ , 对于给定的状态, 定义光场  $X_i (i=1, 2)$  分量的涨落函数为

$$F_i = 4\langle (\Delta X_i)^2 \rangle - 1 = 4(\langle X_i^2 \rangle - \langle X_i \rangle^2) - 1, \quad (24)$$

由于 $\langle a \rangle, \langle a^2 \rangle$ 是实数, 所以有

$$F_1 = \frac{1}{2}(\langle a^+ a \rangle + \langle a^2 \rangle + 2\langle a \rangle^2), \quad (25)$$

$$F_2 = \frac{1}{2}(\langle a^+ a \rangle - \langle a^2 \rangle), \quad (26)$$

若  $F_i < 0 (i=1, 2)$ , 则光场的第  $i$  正交分量被压缩, 其中,

$$\begin{aligned} \langle a^2 \rangle = & \sum_{i,j=0}^{3N} k_j^* k_i \exp[i(E_j - E_i)t] \left\{ \sum_{m=0}^N \left[ \sqrt{(m+2)(m+1)} c_m^{(j)*} c_{m+2}^{(i)} - \frac{2g}{\omega_0} \sqrt{m+1} c_m^{(j)*} c_{m+1}^{(i)} + \frac{g^2}{\omega_0^2} c_m^{(j)*} c_m^{(i)} \right] + \right. \\ & \sum_{m=0}^N \left[ \sqrt{(m+2)(m+1)} d_m^{(j)*} d_{m+2}^{(i)} + \frac{2g}{\omega_0} \sqrt{m+1} d_m^{(j)*} d_{m+1}^{(i)} + \frac{g^2}{\omega_0^2} d_m^{(j)*} d_m^{(i)} \right] + \\ & \left. \sum_{m=0}^N \sqrt{(m+2)(m+1)} \cdot f_m^{(j)*} f_{m+2}^{(i)} \right\}, \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle a \rangle = & \sum_{i,j=0}^{3N} k_j k_i \exp[i(E_j - E_i)t] \left\{ \sum_{m=0}^N \left[ \sqrt{(m+1)} c_m^{(j)*} c_{m+1}^{(i)} - \frac{g}{\omega_0} c_m^{(j)*} c_m^{(i)} \right] + \right. \\ & \left. \sum_{m=0}^N \left[ \sqrt{m+1} d_m^{(j)*} d_{m+1}^{(i)} + \frac{g}{\omega_0} \cdot d_m^{(j)*} d_m^{(i)} \right] + \sum_{m=0}^N \sqrt{m+1} f_m^{(j)*} f_{m+1}^{(i)} \right\}. \quad (28) \end{aligned}$$

图 4 为初始时刻原子处于激发态, 光场处于二项式态,  $r = \Delta/g = 1, M = 100, \eta$  取不同值时,  $F_1$  分量随时间变化的曲线。图 4(a) 中  $\eta = 0.04$ , 光场处于相干态, 光场  $F_1$  分量存在较短时间的压缩效应。随着  $\eta$  的增大, 光场过渡到中间态, 如图 4(b) 和 (c) 所示,  $F_1$  分量的压缩程度加深, 压缩效应持续时间明显增加。当  $\eta = 0.8$  时, 光场处于 Fock 态, 光场  $F_1$  分量压缩效应的持续时间明显减小。

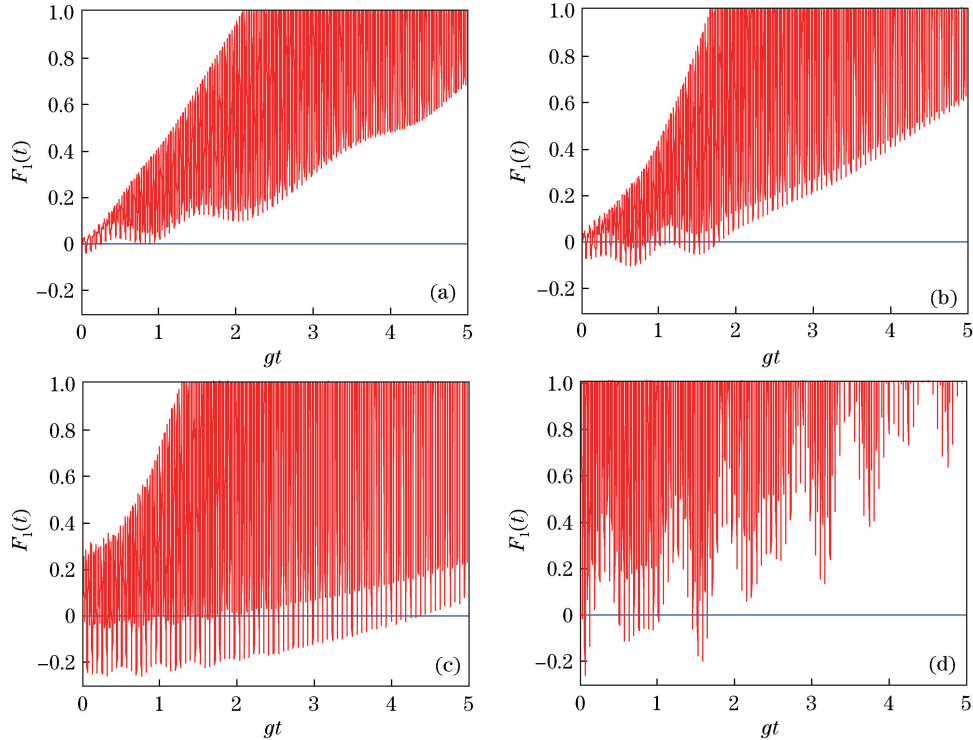


图 4 光场初始时刻处于激发态,  $\eta$  取不同值时  $F_1$  分量的演化情况。(a)  $\eta = 0.04$ ; (b)  $\eta = 0.1$ ; (c)  $\eta = 0.5$ ; (d)  $\eta = 0.8$

Fig. 4 Evolution of  $F_1$  for different  $\eta$ , when the atom is initially in excited state.

(a)  $\eta = 0.04$ ; (b)  $\eta = 0.1$ ; (c)  $\eta = 0.5$ ; (d)  $\eta = 0.8$



在非旋波近似下光场  $F_1$  分量演化曲线出现了小锯齿状的振荡,这主要是由于虚光子效应引起的,通过与文献[3]对比可以发现,尽管非旋波近似下光场  $F_1$  分量演化曲线出现小锯齿状的振荡,但其包络线与旋波近似下的演化曲线相同。

图 5 为初始时刻原子处于  $|1\rangle$  和  $|2\rangle$  能级的等权叠加态 ( $C_a = C_b = \sqrt{2}/2, C_c = 0$ ), 原子相对失谐量  $r = \Delta/g = 1, M = 100$ , 光场参数  $\eta$  取不同值时, 光场  $F_1$  分量的演化曲线。从图 5 中可以看出, 由于非旋波跃迁的影响, 演化曲线出现小锯齿状的振荡, 在图 5(a) 中  $\eta = 0.04$  光场处于相干态, 光场  $F_1$  分量压缩效应很小, 随着  $\eta$  的增大, 光场处于中间态, 如图 5(b) 和 (c) 所示, 光场  $F_1$  分量的压缩深度和压缩时间持续增加。继续增大  $\eta$ , 当  $\eta = 0.8$  时, 如图 5(d) 所示, 光场  $F_1$  分量的压缩时间明显减小。通过对比图 4 和 5 发现, 无论原子初始时刻是否处于叠加态, 随着  $\eta$  的增大, 光场  $F_1$  分量的压缩深度和压缩持续时间均先增大后减小。

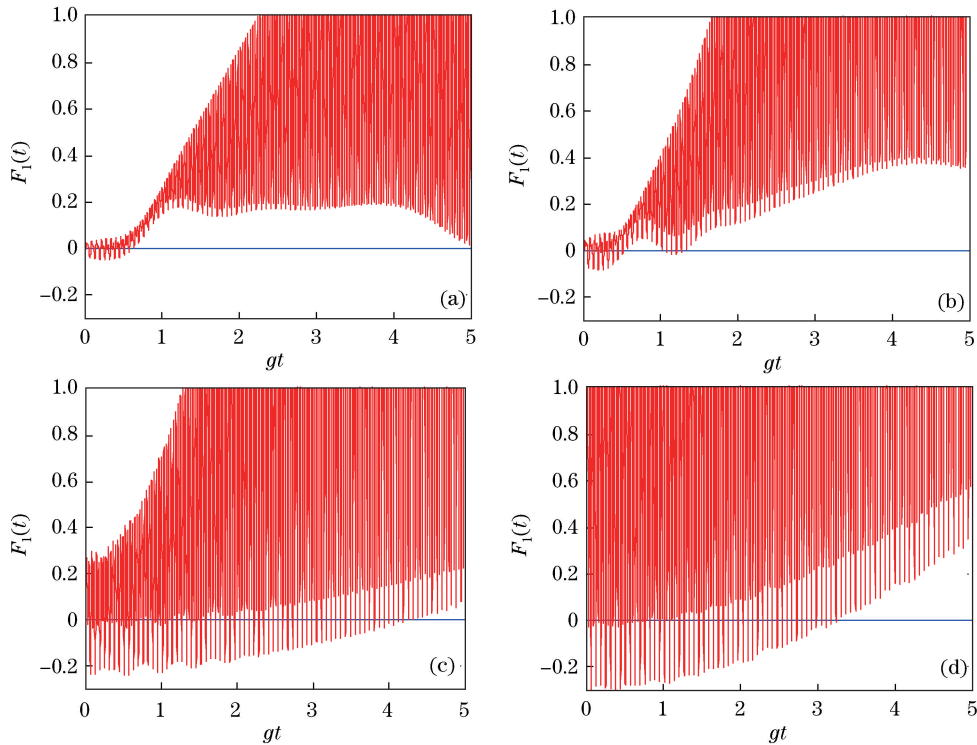


图 5 原子初始时刻处于  $|1\rangle$  和  $|2\rangle$  能级的叠加态,  $\eta$  取不同值时  $F_1$  的演化。

(a)  $\eta = 0.04$ ; (b)  $\eta = 0.1$ ; (c)  $\eta = 0.5$ ; (d)  $\eta = 0.8$

Fig. 5 Evolution of  $F_1$  for different  $\eta$ , when the atom is initially in superposition state of  $|1\rangle$  and  $|2\rangle$ .

(a)  $\eta = 0.04$ ; (b)  $\eta = 0.1$ ; (c)  $\eta = 0.5$ ; (d)  $\eta = 0.8$

### 3 结 论

在非旋波近似下精确求解了二项式光场与  $\Lambda$  型三能级原子相互作用的光场压缩效应及二阶相干度。讨论了二项式光场系数  $\eta$  以及初始时刻原子能级的叠加对二阶相干度和光场压缩特性的影响。数值计算的结果表明, 随着光场系数  $\eta$  的增大, 聚束效应持续时间逐渐减小, 反聚束效应持续时间逐渐增加, 初始时刻原子能级的叠加使光场反聚束效应持续时间明显减小, 随着  $\eta$  的增大, 无论能级叠加与否光场最终都会呈现反聚束效应。无论初始时刻原子能级是否叠加, 随着光场系数  $\eta$  的增大, 光场压缩效应持续时间均先增大后减小。与旋波近似下结果比较可知, 二阶相干度和光场压缩效应演化曲线出现小锯齿状振荡, 说明由非旋波项跃迁产生的虚光子效应不可忽略。

### 参 考 文 献

- [1] Wootters W K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits[J]. Phys Rev Lett, 1998, 80(10): 2245.

- [2] Jia Fei, Xie Suangyuan, Yang Yaping. Interaction of an atom with a field with varying frequency without rotating-wave approximation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, 55(11): 5835-5841.  
贾 飞, 谢双媛, 羊亚平. 非旋波近似下频率变化的场与原子的相互作用[J]. *物理学报*, 2006, 55(11): 5835-5841.
- [3] Cui Yinghua, Sachuerfu, Gong Yanli. Quantum properties of the binomial states field interacting with a  $\Lambda$  type three-level atom[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2008, 25(3): 333-339.  
崔英华, 萨楚尔夫, 宫艳丽. 与  $\Lambda$  型原子互作用的二项式光场的量子特性[J]. *量子电子学报*, 2008, 25(3): 333-339.
- [4] Hu Yaohua, Fang Maofa, Jiang Chunlei. Quantum properties of the binomial state field interacting with a cascade three-level atom[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2006, 23(6): 843-947.  
胡要花, 方卯发, 姜春雷. 与级联三能级原子相互作用的二项式光场的量子特性[J]. *量子电子学报*, 2006, 23(6): 843-947.
- [5] Lu Daoming. Quantum properties of state via operation of light field combination operator on chaotic field[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(7): 0727003.  
卢道明. 光场组合算符激发混沌场的量子特性[J]. *光学学报*, 2015, 35(7): 0727003.
- [6] Jaynes E T, Cummings F W. Comparison of quantum and semi classical radiation theories with application to beam maser[C]. *Proc IEEE*, 1963, 51(1): 89-109.
- [7] Hu Yaohua, Fang Maofa, Liao Xiangping, *et al.* Quantum entanglement of the binomial field interacting with a cascade three-level atom[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, 55(9): 4631-4637.  
胡要花, 方卯发, 廖湘萍, 等. 二项式光场与级联三能级原子的量子纠缠[J]. *物理学报*, 2006, 55(9): 4631-4637.
- [8] Zhang Lianshui, Li Xiaoli, Wang Jian, *et al.* Electro magnetically induced absorption and electro magnetically induced transparency in an optical-radio two-photon coupling configuration[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(8): 4921-4926.  
张连水, 李晓莉, 王 健, 等. 光学-射频双光子耦合作用下的电磁诱导透明和电磁诱导吸收[J]. *物理学报*, 2008, 57(8): 4921-4926.
- [9] Michael F, Johannes O, Unanyan R G. Bose-einstein condensation of stationary-light polaritons[J]. *Phys Rev Lett*, 2008, 101(16): 163601.
- [10] Yu T, Eberly J H. Finite-time disentanglement via spontaneous emission[J]. *Phys Rev Lett*, 2004, 93(14): 140404.
- [11] Benatti F, Floreanini R, Piani M. Environment induced entanglement in markovian dissipative dynamics[J]. *Phys Rev Lett*, 2003, 91(7): 070402.
- [12] Wan Lin, Liu Sumei, Liu Sanqiu. Influences of the virtual photon process on the squeezing effects of a single-mode light field in the T-C model[J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, 51(1): 84-90.  
万 林, 刘素梅, 刘三秋. T-C 模型中虚光子过程对光场压缩效应的影响[J]. *物理学报*, 2002, 51(1): 84-90.
- [13] Qiu Changdong, Lu Daoming. Entanglement characteristics in two-dimensional coupled cavity systems[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(5): 0527001.  
邱昌东, 卢道明. 两维耦合腔系统中的纠缠特性[J]. *光学学报*, 2016, 36(5): 0527001.
- [14] Dong Kun. Dynamics of inversion-symmetry breaking Rabi model[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(5): 0527002.  
董 锟. 反演对称破缺拉比模型的动力学问题[J]. *光学学报*, 2016, 36(5): 0527002.
- [15] Stoler D, Saleh B, Teich M C, *et al.* Binomial states of the quantized radiation field[J]. *Optica Acta*, 1985, 32(3): 345-355.
- [16] Dattpli G, Gallardo J, Toorre A. Binomial states of the quantized radiation field: comment[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 1987, 4(2): 185-191.
- [17] Franco R L, Compagno G, Messina A, *et al.* Single-shot generation and detection of a two-photon generalized binomial state in a cavity[J]. *Phys Rev A*, 2006, 74(4): 5803-5806.
- [18] Franco R L, Compagno G, Messina A, *et al.* Efficient generation of N-photon binomial states and their use in quantum gates in cavity QED[J]. *Phys Lett A*, 2010, 374(22): 2235-2242.
- [19] Cong Honglu, Ren Xuezhao, Liao Xu. Quantum properties of two-photon Jaynes-Cummings model without rotating wave approximation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(7): 0727002.  
丛红璐, 任学藻, 廖 旭. 非旋波近似下双光子 Jaynes-Cummings 模型的量子特性[J]. *光学学报*, 2015, 35(7): 0727002.
- [20] Liao Xu, Cong Honglu, Jiang Daolai, *et al.* Influence of the field with varying frequency modulation on atomic population inversion in non-rotating-wave approximation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, 59(8): 5508-5514.  
廖 旭, 丛红璐, 姜到来, 等. 非旋波近似下频率变化的光场对原子布局反转的调控[J]. *物理学报*, 2010, 59(8): 5508-5514.



- 
- [21] Ren X Z, Cong H L, Liao X, *et al.* Level crossing in a two-photon Jaynes-cummings model[J]. Chinese Physics B, 2012, 21(5): 054210.
- [22] Ren X Z, Cong H L, Wang X W, *et al.* Quantum entanglement of the binomial field interacting with a cascade three-level atom beyond the rotating wave approximation [J]. Science China Physics, Mechanics and Astronomy, 2011, 54(9): 1625-1630.
- [23] Cong Honglu, Ren Xuezhao, Jiang Daolai, *et al.* An exact solution of evolution of the field entropy in a system of three-level cascade type atom interacting with single-mode coherent field[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(5): 3221-3227.  
丛红璐, 任学藻, 姜到来, 等. 精确求解级联型三能级原子与单模相干态光场熵的演化特性[J]. 物理学报, 2010, 59(5): 3221-3227.