

# 五阶非线性克尔效应影响下光脉冲的传输

肖 燕, 郭泽东, 张 健, 张 露

山西大学物理电子工程学院, 山西 太原 030006

**摘要** 以变系数五次金兹堡-朗道方程为理论模型, 在考虑和忽略五阶非线性克尔效应情况下, 分别得到了精确的孤子解和耗散孤子解。数值模拟结果表明, 这两类孤子解脉冲在非均匀光纤中都能以光孤子的形式传输。另外, 考虑五阶非线性克尔效应时, 分析了有微扰时光孤子的传输稳定性和双超短光脉冲相互作用。

**关键词** 光纤光学; 非均匀光纤系统; 五阶非线性克尔效应; 五次金兹堡-朗道方程; 光孤子

**中图分类号** O437      **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201737.0206002

## Optical Pulse Propagation Under Influence of Fifth-Order Nonlinear Kerr Effect

Xiao Yan, Guo Zedong, Zhang Jian, Zhang Lu

College of Physics and Electronics Engineering, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China

**Abstract** Based on the theoretical model of fifth-order Ginzburg-Landau equation with variable coefficients, and under the conditions of with or without considering the impact of fifth-order nonlinear Kerr effect, the exact soliton solution and dissipative soliton solution are obtained respectively. The numerical simulation results show that, in the inhomogeneous optical fibers, the above two kinds of pulses with soliton solutions both can propagate in the form of optical solitons. In addition, the propagation stability of optical solitons with perturbations and the interaction between two ultra-short pulses are analyzed when the fifth-order nonlinear Kerr effect is considered.

**Key words** fiber optics; inhomogeneous optical fiber system; fifth-order nonlinear Kerr effect; fifth-order Ginzburg-Landau equation; optical soliton

**OCIS codes** 060.4370; 190.3270; 190.4370; 260.2710

## 1 引言

低损耗石英光纤<sup>[1-2]</sup>的出现使非线性光纤光学的研究进入了一个新的发展阶段。标准的非线性薛定谔方程(NLS)是用于研究光脉冲在光纤中传输的理论模型。群速度色散(GVD)和自相位调制(SPM)这两种效应的相互作用<sup>[3-4]</sup>使孤子在光纤中沿传播方向无畸变地传输。当超短光脉冲的脉宽在皮秒或飞秒量级时, 需要考虑传输介质中的色散效应<sup>[5-6]</sup>、自变陡和脉冲内拉曼散射<sup>[7-8]</sup>等高阶效应。其中, 自变陡和脉冲内拉曼散射是 SPM 对时间的相关性产生的非线性效应。由于群速度对光强的依赖关系, 自变陡会导致超短脉冲频谱展宽的不对称性, 而脉冲内拉曼散射会使脉冲在时域上产生一个很大的位移, 且脉冲频谱会移向更长波长处。在这种情况下, 学者们提出了高阶非线性薛定谔方程(HNLS)<sup>[9-11]</sup>。研究表明, 在考虑光纤传输介质高阶效应的情况下, 光脉冲仍以光孤子的形式稳定传输<sup>[12-14]</sup>。

光信号在光纤介质中经过一定距离传输后会面临信号衰减的问题。掺铒光纤放大器(EDFA)的出现<sup>[15]</sup>使得超短脉冲在传输中的衰减问题得到了很好解决。EDFA 利用本身的掺杂物提供增益来放大光信号, 在这种情况下必须考虑与有限增益带宽相关的增益色散以及介质非线性响应引起的三阶非线性增益, 此时理论模型必须加入增益介质对光脉冲影响的参数, 需要对非线性薛定谔方程进行修正以构成金兹堡-朗道方

收稿日期: 2016-07-04; 收到修改稿日期: 2016-09-20

基金项目: 山西省自然科学基金(2013011006-2)

作者简介: 肖 燕(1966—), 女, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要从事非线性光学方面的研究。

E-mail: xiaoyan@sxu.edu.cn

程<sup>[16-17]</sup>。1989年,学者们提出在考虑增益介质影响的情况下,金兹堡-朗道方程存在孤立波解,这种孤立波也叫作耗散孤子<sup>[18-20]</sup>。学者们对这种耗散孤子进行了研究,提出了许多不同形式的解<sup>[21-25]</sup>,发现在一维、二维、三维金兹堡-朗道方程中均存在耗散孤子解<sup>[26-29]</sup>。

光纤介质中的非线性效应主要是由介质的三阶极化率引起的,入射光的强度会对介质的非线性折射率产生影响,而折射率的变化会导致光学克尔效应的出现,所以光场作用于电介质时出现的光学克尔效应属于非线性效应。SPM、自变陡效应和脉冲内拉曼散射效应均由三阶极化率引起,理论上把它们统称为三阶非线性克尔效应<sup>[30]</sup>。当需要通过增加入射光脉冲的强度来产生飞秒量级的超短脉冲时,不仅需要考虑光纤介质中三阶非线性折射率系数的影响,还需要考虑五阶非线性折射率系数的影响。前者是通过理论模型中的三阶非线性克尔项来体现,而后者是通过相应的五阶非线性克尔项来体现。三阶非线性克尔项对应着脉冲频谱展宽、自陡峭和频谱移动等物理现象,随着飞秒量级光脉冲的出现,五阶非线性克尔项也会对光孤子的传输产生一定影响。Choudhuri等<sup>[31]</sup>提出在考虑五阶非线性克尔效应时,存在一种Dark-in-the-Bright(陷入亮孤子中的暗孤子)形式的精确孤子解,并讨论了这种孤子的传输稳定性。在光纤传输介质中,学者们对五阶非线性克尔效应的影响展开了更深层的研究<sup>[32-37]</sup>。这些研究结果有助于半导体器件、掺杂镜片和透明有机材料等光学器件或材料特性的研究。

在光纤系统的实际应用中,考虑到光纤制造技术的局限性和性能的特殊要求,使用的光纤传输介质都是非均匀的。本文以变系数的五次金兹堡-朗道方程为理论模型,既考虑了传输介质的非均匀性,又考虑了介质中的五阶非线性克尔项。计算出了金兹堡-朗道方程的精确解,理论分析了精确解形式的孤子在非均匀光纤系统中的传输情况,并通过数值模拟对解析解进行了数值验证。此外,在考虑非均匀光纤系统中的五阶非线性克尔效应的情况下,研究了超短光脉冲在受到微扰时光孤子的传输稳定性,并讨论了两个超短光脉冲在传输过程中的相互作用。

## 2 精确解的计算及数值模拟结果的讨论

与光脉冲入射强度  $I$  有关的光纤折射率系数  $n$  的展开式为

$$n = n_0 + n_2 I + n_4 I^2 + \dots, \quad (1)$$

式中  $n_0$  为介质的线性折射率系数,  $n_2$  和  $n_4$  分别为三阶和五阶的非线性折射率系数。

考虑到传输介质中五阶非线性折射率系数的影响以及介质的非均匀性,对 Choudhuri 等<sup>[31]</sup>提出的理论模型进行修正,得到变系数的五阶金兹堡-朗道方程,其归一化的形式为<sup>[31-32]</sup>

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial z} + g_0(z)u + i[\beta_2(z) + i\epsilon(z)]\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \beta_3(z)\frac{\partial^3 u}{\partial t^3} &= i[\gamma_1(z) + i\alpha_2(z)]|u|^2u + \\ \mu_1(z)\frac{\partial}{\partial t}(|u|^2u) + \mu_2(z)u\frac{\partial|u|^2}{\partial t} + i\gamma_2(z)|u|^4u + \nu_1(z)\frac{\partial}{\partial t}(|u|^4u) + \nu_2(z)u\frac{\partial|u|^4}{\partial t}, \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $u(z, t)$  为脉冲的慢变包络,  $z$  和  $t$  分别为脉冲的位置变量和时间变量;  $g_0(z)$  为光纤的增益(或损耗);  $\beta_2(z)$  和  $\beta_3(z)$  分别表示光纤介质的二阶色散(也称作群速度色散)和三阶色散;  $\epsilon(z)$  表示与有限增益带宽有关的增益色散效应;  $\gamma_1(z)$  表示光纤传输介质非线性效应中的 SPM;  $\alpha_2(z)$  为介质非线性响应引起的三阶非线性增益参数;  $\mu_1(z)$  和  $\mu_2(z)$  分别表示自变陡效应和脉冲内拉曼散射效应;  $\gamma_2(z)$ 、 $\nu_1(z)$  和  $\nu_2(z)$  表示光纤系统中五阶非线性克尔效应。

假设(2)式具有啁啾孤子解,其函数形式为<sup>[37]</sup>

$$u(z, t) = A(z) \operatorname{sech}\{\eta(z)[t - T(z)]\} \exp[i\phi(z, t)], \quad (3)$$

$$\phi(z, t) = \rho(z) \ln\{\operatorname{sech}\{\eta(z)[t - T(z)]\}\} + a(z) + b(z)t + c(z)t^2, \quad (4)$$

式中实函数  $A(z)$ 、 $\eta(z)$ 、 $T(z)$  和  $\phi(z, t)$  分别为孤子解的振幅、脉冲宽度的倒数、位置和相位; 相位函数  $\phi(z, t)$  中的  $\rho(z)$  表示非线性啁啾;  $a(z)$ 、 $b(z)$  和  $c(z)$  分别表示孤子解的初始相位、频率和线性啁啾。

### 2.1 理论模型精确解的计算

利用拟解法把啁啾孤子解代入(2)式中,经过计算分离出实部和虚部,得出解析解存在时需要满足的特殊条件,并分析五阶非线性克尔效应被考虑和被忽略两种情况下的精确解。

考虑光纤传输介质的五阶非线性克尔效应时,计算得到系统中的各个参数的关系式为

$$\rho(z) = c(z) = 0, \quad (5)$$

$$\epsilon(z) = \alpha_2(z) = 0, \quad (6)$$

$$g_0(z) = 0, \quad (7)$$

$$\eta(z) = \eta_0, \quad (8)$$

$$A(z) = \sqrt{\frac{6\beta_3(z)\eta_0^2}{3\mu_1(z) + 2\mu_2(z)}}, \quad (9)$$

$$b(z) = \frac{A^2(z)\gamma_1(z) - 2\beta_2(z)\eta_0^2}{6\beta_3(z)\eta_0^2 - A^2(z)\mu_1(z)}, \quad (10)$$

$$\frac{dT(z)}{dz} = -2b(z)\beta_2(z) + [\eta_0^2 - 3b^2(z)]\beta_3(z), \quad (11)$$

$$\frac{da(z)}{dz} = [b^2(z) - \eta_0^2]\beta_2(z) + [b^2(z) - 3\eta_0^2]b(z)\beta_3(z), \quad (12)$$

$$\gamma_2(z) = -b(z)\nu_1(z), \quad (13)$$

$$\nu_2(z) = -\frac{5}{4}\nu_1(z). \quad (14)$$

从(6)式可知,光纤传输系统中的增益色散参数和三阶非线性增益参数均为零,说明考虑光纤介质的五阶非线性克尔效应时,理论方程的精确解必须满足  $\epsilon(z)=0$  和  $\alpha_2(z)=0$ ,且五阶非线性效应与脉冲的频率  $b(z)$  和光纤参数  $\nu_1(z)$  有关。

从超短脉冲的参数分析得知,精确孤子解线性啁啾参数  $c(z)=0$ ,非线性啁啾参数  $\rho(z)=0$ 。从(8)式可知,脉宽的倒数是常数,即在光脉冲的传输过程中脉宽保持不变。与脉冲位置有关的函数  $T(z)$ ,其导函数受群速度色散参数  $\beta_2(z)$  和三阶色散参数  $\beta_3(z)$  的约束,因而脉冲在传输过程中会出现中心位置偏移的现象。从(9)式可以看出,要使精确的孤子解存在,光纤系统的参数必须满足

$$\frac{6\beta_3(z)}{3\mu_1(z) + 2\mu_2(z)} > 0, \quad (15)$$

即光脉冲的振幅必须是一个正数。当不考虑五次非线性折射率的影响时,可忽略五阶非线性克尔效应,即令  $\gamma_2(z)=0$ 、 $\nu_1(z)=0$  和  $\nu_2(z)=0$ 。同样,运用拟解法来计算方程的解析解,计算可知

$$\rho(z) = \rho_0, \quad (16)$$

$$b(z) = c(z) = 0, \quad (17)$$

$$A(z) = \sqrt{\frac{(11 - \rho_0^2)\eta_0^2\beta_3(z)}{\mu_1(z)}}, \quad (18)$$

$$\mu_2(z) = \frac{6\eta_0^2(1 - \eta_0^2\rho_0^2)\beta_3(z) - 3A^2(z)\mu_1(z)}{2A^2(z)}, \quad (19)$$

$$\epsilon(z) = \frac{\eta_0^2(2 - \rho_0^2)\beta_2(z) - A^2(z)\gamma_1(z)}{3\eta_0^2\rho_0}, \quad (20)$$

$$\alpha_2(z) = \frac{3\eta_0^2\rho_0\beta_2(z) + \eta_0^2(2 - \rho_0^2)\epsilon(z)}{A^2(z)}, \quad (21)$$

$$g_0(z) = 2\eta_0^2\rho_0\beta_2(z) + \eta_0^2(1 - \rho_0^2)\epsilon(z), \quad (22)$$

$$\frac{dT(z)}{dz} = \frac{1}{2}(4\eta_0^2 - 3\eta_0^2\rho_0^2 - \eta_0^2\rho_0)\beta_3(z), \quad (23)$$

$$\frac{da(z)}{dz} = \eta_0^2(\rho_0^2 - 1)\beta_2(z) + 2\eta_0^2\rho_0^2\epsilon(z). \quad (24)$$

通过计算发现,增益色散参数  $\epsilon(z)$  受群速度色散参数  $\beta_2(z)$  和 SPM 参数  $\gamma_1(z)$  的约束,三阶非线性增益参数  $\alpha_2(z)$  受群速度色散参数  $\beta_2(z)$  和增益色散参数  $\epsilon(z)$  的约束。当参数  $\epsilon(z)$  和  $\alpha_2(z)$  都不为零时,光纤系统是一个耗散系统,其理论方程的精确解被称为耗散孤子解。

从(16)式可知,非线性啁啾参数是一个常数,即耗散孤子解中存在非线性啁啾效应。耗散孤子解的存在同样需要满足线性啁啾参数  $c(z)=0$  的条件。与脉冲带宽有关的函数  $\eta(z)=\eta_0$ ,即光脉冲的脉宽在光纤传输过程中是不变的。从(24)式可以看出,  $T(z)$  是一个变化的参量,所以光脉冲在传输过程中,同样会出现中心位置偏移的现象。从(19)式可知,要得到这种耗散孤子解,必须满足

$$\frac{(11-\rho_0^2)\beta_3(z)}{\mu_1(z)} > 0. \quad (25)$$

(25)式中考虑的光纤系统参数在实际应用中会通过光脉冲传输表现出相应的效应,例如自陡峭效应、脉冲展宽等。光脉冲在各个物理效应的综合作用下可以以光孤子形式在光纤系统中传输。

## 2.2 精确孤子解和精确耗散孤子解的数值分析

当考虑五阶非线性克尔效应时,变系数的五阶金兹堡-朗道方程存在精确孤子解,把这个孤子解作为光纤传输系统入射脉冲的函数形式,研究其传输演化过程。由(9)~(14)式可知,要确定输入脉冲的各个参数和光纤传输系统的参数,必须先确定参数  $\beta_2(z)$ 、 $\beta_3(z)$ 、 $\gamma_1(z)$ 、 $\mu_1(z)$ 、 $\mu_2(z)$  和  $\nu_1(z)$ 。

因为要考虑光纤传输介质的非均匀性,所以各个参数采用变系数的形式,设系统参数的形式为

$$\beta_2(z) = \beta_{20}[1 + a_1 \sin(\sigma z)] \exp(\mu z), \quad (26)$$

$$\beta_3(z) = \beta_{30}[1 + a_1 \sin(\sigma z)] \exp(\mu z), \quad (27)$$

$$\gamma_1(z) = \gamma_{10}[1 + a_1 \sin(\sigma z)] \exp(\mu z), \quad (28)$$

$$\mu_1(z) = \mu_{10}[1 + a_1 \sin(\sigma z)] \exp(\mu z), \quad (29)$$

$$\mu_2(z) = \mu_{20}[1 + a_1 \sin(\sigma z)] \exp(\mu z), \quad (30)$$

$$\nu_1(z) = \nu_{10}[1 + a_1 \sin(\sigma z)] \exp(\mu z), \quad (31)$$

式中  $\beta_{20}$ 、 $\beta_{30}$ 、 $\gamma_{10}$ 、 $\mu_{10}$ 、 $\mu_{20}$  和  $\nu_{10}$  是各个光纤参数的理想值。在实际的非均匀光纤中,各个参数在理想值周围上下波动。用正弦函数  $a_1 \sin(\sigma z)$  和指数函数  $\exp(\mu z)$  表示系统参数的小范围波动,其中  $a_1$  和  $\sigma$  均为很小的常量,  $\sigma$  表示参数变化的周期;  $\mu = -0.01$ 。取光纤的参数为  $a_1 = 0.05$ 、 $\mu = -0.01$  和  $\sigma = 0.05$ ,为了方便观察,设输入脉冲的初始相位  $a(0) = 0$ 、初始位置  $T(0) = 0$ 。根据(9)、(10)式计算出精确孤子解的振幅  $A(z)$  和频率  $b(z)$ ,根据(13)、(14)式计算出五次项参数中的  $\gamma_2(z)$  和  $\nu_2(z)$ 。

接下来用分步傅里叶法模拟精确解形式的脉冲的传输演化图,光纤系统的有关参数取如下的理想值:  $\eta_0 = 0.0683$ ,  $\beta_{20} = 0.5$ ,  $\beta_{30} = 0.0320$ ,  $\gamma_{10} = 1.0$ ,  $\mu_{10} = 0.0453$ ,  $\mu_{20} = 0.0256$ ,  $\nu_{10} = 0.003$ 。

图 1 中横坐标  $t$  是关于入射光脉冲宽度的归一化度量,无量纲;距离  $z$  是关于色散长度的归一化度量,无量纲。由图 1 可以看出,光脉冲在传输过程中形状和脉宽保持不变,但其中心位置发生了偏移,这与理论分析吻合。

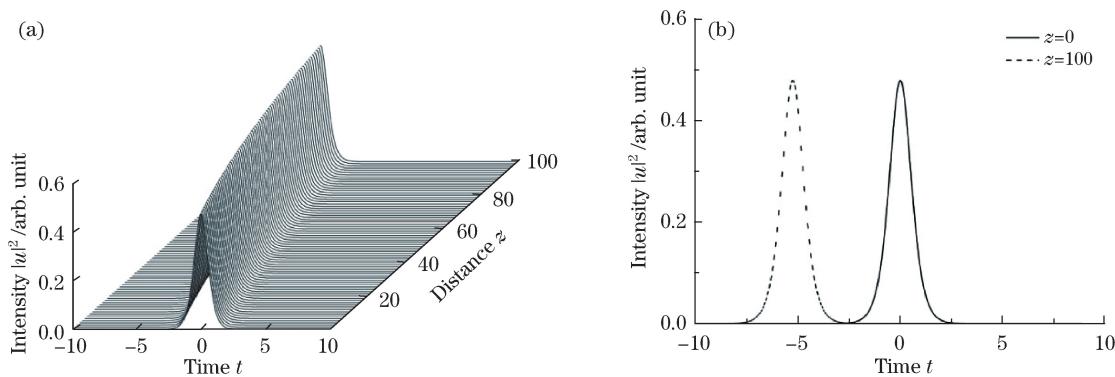


图 1 精确孤子的(a)传输演化图和(b)形状比较图

Fig. 1 (a) Propagation evolution and (b) shape comparison plots of exact solitons

当忽略五阶非线性克尔效应时,用同样的方法对耗散孤子解进行研究,设输入脉冲的初始相位  $a(0) = 0$ 、初始位置  $T(0) = 0$ ,光纤的参数设置为:  $\eta_0 = 0.0683$ ,  $\rho_0 = -0.001$ ,  $\beta_{20} = 0.5$ ,  $\beta_{30} = 1.0$ ,  $\gamma_{10} = 0.003$ ,  $\mu_{10} = 0.033$ ,其他参数通过(19)~(23)式计算得出。

由图 2 可以看出,光脉冲在传输过程中脉宽保持不变,而其中心位置发生了偏移,且脉冲幅度呈现出一定的放大现象,同样与理论分析一致。

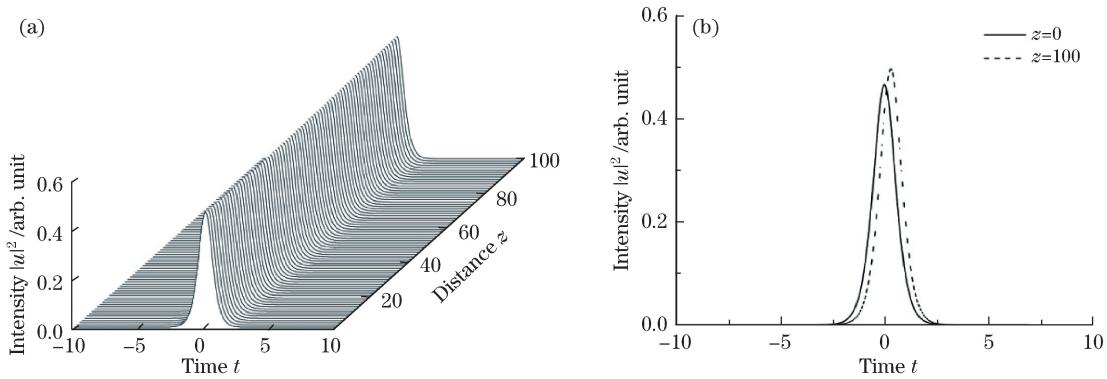


图 2 耗散孤子的(a)传输演化图和(b)形状比较图

Fig. 2 (a) Propagation evolution and (b) shape comparison plots of dissipative solitons

综上所述,考虑五阶非线性克尔效应时,精确孤子解中没有线性啁啾和非线性啁啾项,因此具有精确孤子解形式的超短光脉冲在光纤中传输时,光纤系统参数和超短光脉冲不会受线性啁啾和非线性啁啾效应的影响;而忽略五阶非线性克尔效应时,精确耗散孤子解中有非线性啁啾效应,因此具有精确耗散孤子解形式的超短光脉冲在光纤中传输时,光纤系统参数和超短光脉冲会受到非线性啁啾效应的约束,这个结论对研究上述两种光孤子的传输都有一定的理论指导意义。此外,文献[32]研究发现,在五阶非线性克尔项为正和为负时,随传输距离  $z$  的增加,脉冲峰值会分别向脉冲的后沿和前沿移动,且变得越来越陡,脉冲因此变得不对称。

### 2.3 精确孤子解形式超短脉冲的传输稳定性

在实际应用中,入射光纤的光脉冲不会与精确解完全一致,往往存在一定的偏差。因此,在数值模拟中,可以在初始脉冲的基础上加入振幅微扰和随机噪声。本文使用分步傅里叶法数值模拟了一定的色散长度,对精确孤子解超短脉冲的传输稳定性进行了数值分析。为了方便观察,仍然设入射脉冲的初始相位  $a(0)=0$ 、初始位置  $T(0)=0$ 、脉宽参数  $\eta_0=0.0683$ 。光纤系统参数  $\beta_2(z)$ 、 $\beta_3(z)$ 、 $\gamma_1(z)$ 、 $\mu_1(z)$ 、 $\mu_2(z)$  和  $\nu_1(z)$  亦采用(26)~(31)式的变系数形式,并通过(9)、(10)式计算出初始脉冲的振幅  $A(0)$  和频率  $b(0)$ ,根据(13)、(14)式计算得到五次项参数中的  $\gamma_2(z)$  和  $\nu_2(z)$ 。光纤的理想参数设置为  $\beta_{20}=0.5$ 、 $\beta_{30}=0.0320$ 、 $\gamma_{10}=1.0$ 、 $\mu_{10}=0.0453$ 、 $\mu_{20}=0.0256$  和  $\nu_{10}=0.003$ 。

首先,研究振幅微扰对精确孤子解形式超短脉冲传输稳定性的影响。在入射脉冲的基础上加入振幅微扰,得到入射脉冲的函数形式为

$$u(0,t)=0.99A(0)\operatorname{sech}\{\eta_0[t-T(0)]\}\exp\{i[a(0)+b(0)t]\}. \quad (32)$$

以具有(32)式脉冲形式的脉冲作为非均匀光纤系统的入射脉冲,采用分步傅里叶方法数值模拟出其传输 100 个色散长度的传输演化过程,结果如图 3 所示。

由图 3 可以看出,具有精确孤子解形式的超短脉冲在加入振幅微扰的情况下,依然能以光孤子形式稳定传输,其脉冲形状和脉宽都保持不变,只是脉冲的中心位置发生偏移,且数值解和精确解的吻合程度很好。

接着,研究随机噪声对精确孤子解超短脉冲传输稳定性的影响。在入射脉冲的基础上加入随机噪声,得到入射脉冲的函数形式为

$$u(0,t)=A(0)\operatorname{sech}\{\eta_0[t-T(0)]+0.1\operatorname{rand}(t)\}\exp\{i[a(0)+b(0)t]\}, \quad (33)$$

式中  $\operatorname{rand}(\cdot)$  为随机数函数。以具有(33)式脉冲形式的脉冲作为非均匀光纤系统的入射脉冲,同样采用分步傅里叶方法数值模拟出其传输 100 个色散长度的传输演化过程,结果如图 4 所示。

由图 4 可以看出,精确孤子解超短脉冲在加入随机噪声的情况下,依然能以光孤子形式稳定传输,其脉冲形状和脉宽都保持不变,只是脉冲的中心位置发生偏移,且数值解和精确解的吻合程度也较好。

综上所述,在加入振幅微扰或随机噪声的情况下,精确孤子解形式的超短光脉冲能以孤子形式稳定传输,不会由于外界条件的小幅度干扰而出现传输不稳定的情况,这对考虑五阶非线性影响情况下的非均匀光

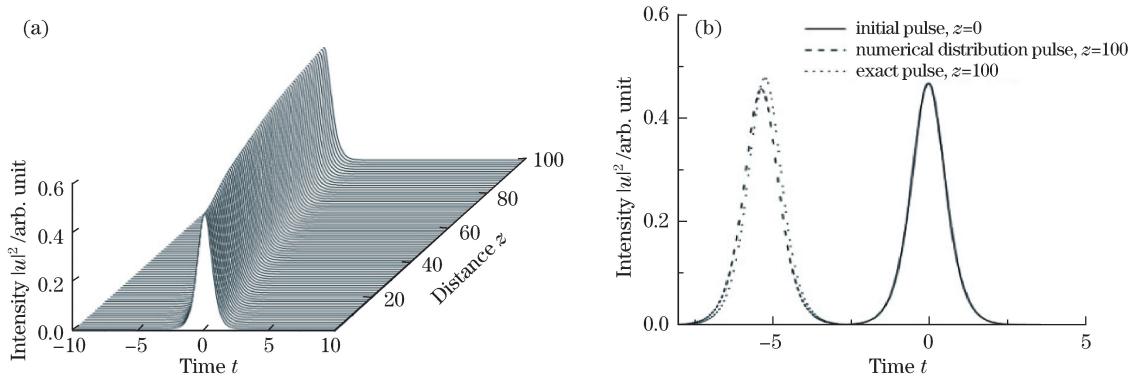


图 3 振幅微扰下,(a)入射脉冲的传输演化图和(b)初始值、数值解和精确解对应脉冲形状对比图

Fig. 3 Under amplitude perturbation, (a) propagation evolution plot of incident pulse  
and (b) shape comparison plot of initial, numerical, and exact pulses

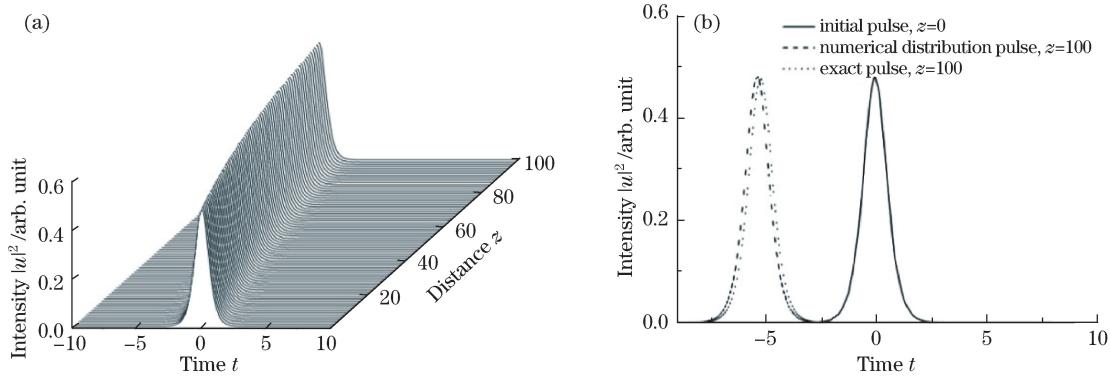


图 4 加入随机噪声时,(a)入射脉冲的传输演化图和(b)初始值、数值解和精确解的形状对比图

Fig. 4 Under adding of random noise, (a) propagation evolution plot of incident pulse  
and (b) shape comparison plot of initial, numerical, and exact pulses

纤传输系统中光通信的研究有一定意义。

#### 2.4 两个相邻精确孤子解形式超短脉冲间的相互作用

在光纤通信的发展过程中,为了提高信道的容量,提出了在有限的带宽内尽可能多地传输多个脉冲的设计。但是,在传输过程中相邻光孤子会发生相互作用。以(2)式作为理论研究模型,考虑五阶非线性克尔效应,探讨两个相邻精确孤子解超短脉冲在非均匀光纤传输系统中的相互作用。

设入射脉冲的函数形式为

$$u(0,t) = A(0) \left\{ \operatorname{sech} \left\{ \eta_0 \left[ t - T(0) - \frac{q_0}{2} \right] \right\} + \operatorname{sech} \left\{ \eta_0 \left[ t - T(0) + \frac{q_0}{2} \right] \right\} \right\} \exp \{ i[a(0) + b(0)t] \}, \quad (34)$$

式中  $q_0$  为两个相邻精确孤子解超短脉冲的初始距离。仍设输入脉冲的初始相位  $a(0)=0$ 、初始位置  $T(0)=0$ 、脉宽参数  $\eta_0=0.0683$ 。光纤系统中的参数  $\beta_2(z)$ 、 $\beta_3(z)$ 、 $\gamma_1(z)$ 、 $\mu_1(z)$ 、 $\mu_2(z)$  和  $\nu_1(z)$  仍采用(26)~(31)式中的变系数形式,通过(9)、(10)式计算出初始脉冲的振幅  $A(0)$  和频率  $b(0)$ ,并根据(13)、(14)式计算得出五次项参数中的  $\gamma_2(z)$  和  $\nu_2(z)$ 。设光纤的理想参数为  $\beta_{20}=0.5$ 、 $\beta_{30}=0.0320$ 、 $\gamma_{10}=1.0$ 、 $\mu_{10}=0.0453$ 、 $\mu_{20}=0.0256$ 、 $\nu_{10}=0.003$ 。

同样运用分步傅里叶方法对具有(34)式脉冲形式的脉冲进行数值模拟,初始距离  $q_0$  分别取 6、8、10、14 得到图 5~8 四种情况下的传输演化过程。

由图 5(a)可以看出,两个脉冲发生了碰撞,在脉冲交汇处出现了一个高振幅的尖峰。经过碰撞后的两个脉冲,其中一个以光孤子形式稳定传输,另一个经过一定色散长度的自调整后也以光孤子的形式稳定传输,且经过调整后的脉冲的振幅明显高于入射脉冲的振幅。说明经过碰撞后,其中一个脉冲可以发生振幅放大。图 5(b)反映了两个脉冲在传输系统中的演化趋势,经过碰撞后的两个光孤子在传输时会出现相互排斥的现象。

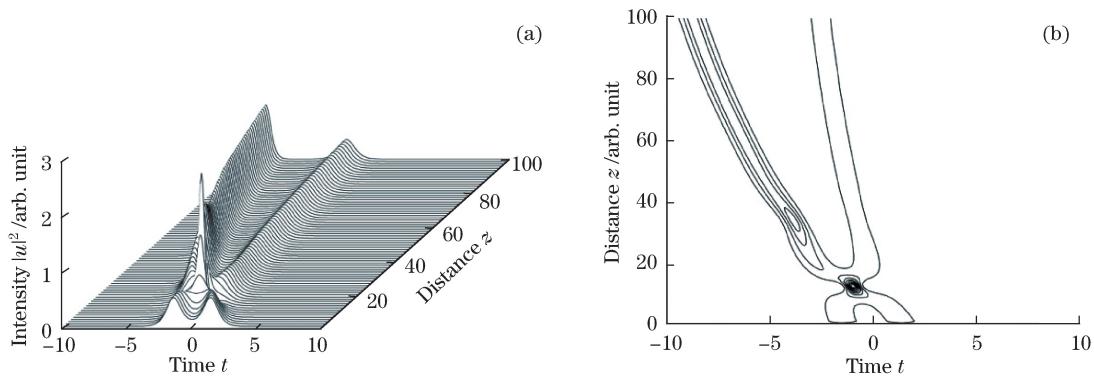
图 5 初始距离  $q_0=6$  时,两个精确孤子解超短脉冲的(a)传输演化图和(b)演化等高图

Fig. 5 (a) Propagation evolution and (b) contour plots of two ultra-short pulses with exact soliton solutions when initial separation  $q_0=6$

当两个精确孤子解超短脉冲的初始距离  $q_0=8$  和  $q_0=10$  时,其数值模拟结果与  $q_0=6$  时的部分相似,即两个脉冲同样出现了碰撞,在脉冲交汇处都有一个高振幅的尖峰出现。不同的是,随着脉冲间初始距离的增大,虽然碰撞后其中一个脉冲的振幅仍有放大现象,但是放大的幅度减弱。

此外,从图 6(b)和图 7(b)发现,经过碰撞后,两个光孤子在传输时也会出现相互排斥的现象,但是随着两个精确孤子解超短脉冲的初始距离的增大,其相互影响自然减弱,相互排斥的程度也相应减弱。可以推测,当初始距离增大到一定的阈值后,二者不再发生碰撞,相应的振幅放大和相互排斥的现象也不会发生了。

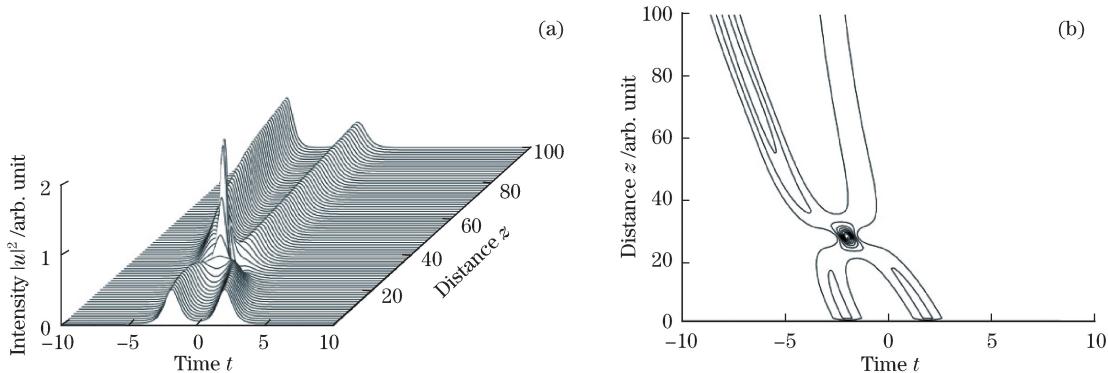
图 6 初始距离  $q_0=8$  时,两个精确孤子解超短脉冲的(a)传输演化图和(b)演化等高图

Fig. 6 (a) Propagation evolution and (b) contour plots of two ultra-short pulses with exact soliton solutions when initial separation  $q_0=8$

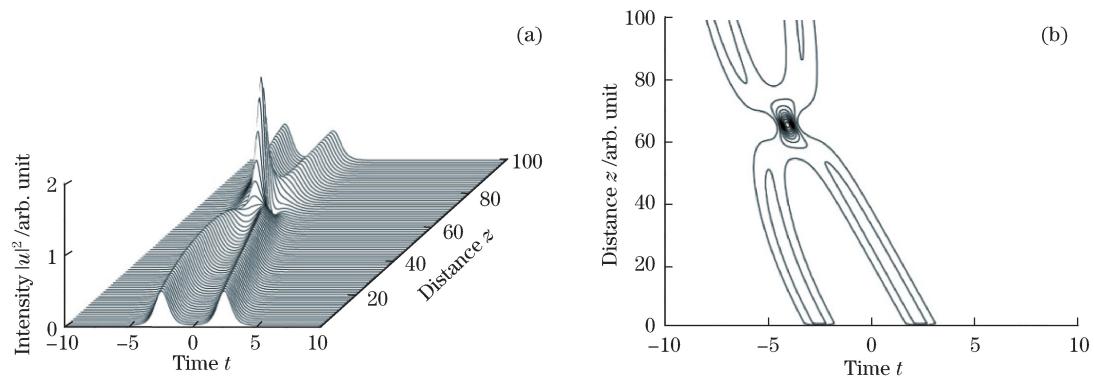
图 7 初始距离  $q_0=10$  时,两个精确孤子解超短脉冲的(a)传输演化图和(b)演化等高图

Fig. 7 (a) Propagation evolution and (b) contour plots of two ultra-short pulses with exact soliton solutions when initial separation  $q_0=10$

当两个精确孤子解超短脉冲的初始距离  $q_0=14$  时, 脉冲的传输演化过程如图 8 所示, 正如上述推测, 两个超短脉冲各自以光孤子形式稳定传输, 不发生碰撞, 相应的振幅放大和相互排斥现象也消失了。

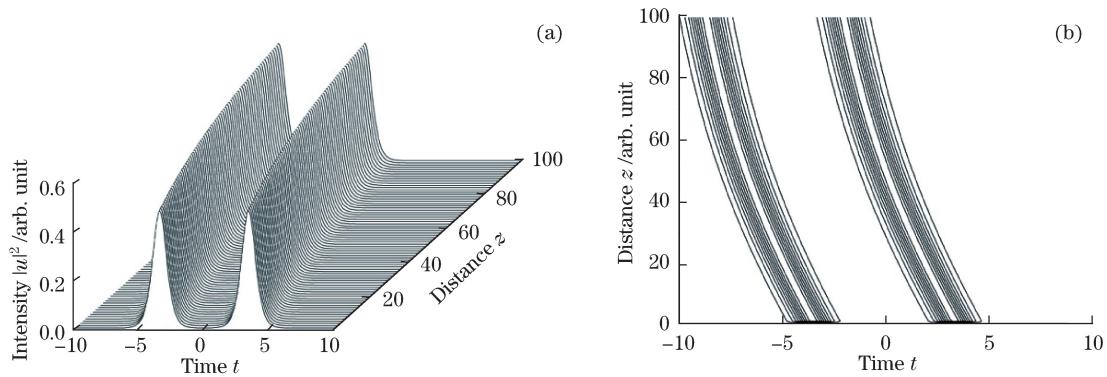


图 8 初始距离  $q_0=14$  时, 两个精确孤子解超短脉冲的(a)传输演化图和(b)演化等高图

Fig. 8 (a) Propagation evolution and (b) contour plots of two ultra-short pulses with exact soliton solutions when initial separation  $q_0=14$

### 3 结 论

在非均匀光纤系统中, 以变系数的五次金兹堡-朗道方程为理论模型, 在考虑和忽略五阶非线性克尔效应情况下, 分别得到了精确孤子解和精确耗散孤子解。通过理论分析和数值模拟发现, 具有精确孤子解形式和精确耗散孤子解形式的脉冲在传输时, 都会出现脉宽保持不变和脉冲中心位置发生偏移的现象。

在考虑五阶非线性克尔效应影响的非均匀光纤传输系统中, 当受到振幅和随机噪声小幅度干扰时, 具有精确孤子解形式的超短脉冲仍能以孤子形式稳定传输。当入射脉冲变为两个相邻的精确孤子解超短光脉冲时, 若两个光脉冲之间的初始距离小于一定值, 两个脉冲会发生碰撞, 碰撞后两个光孤子会出现相互排斥的现象, 且随着距离的增大排斥作用逐渐减弱; 当初始距离达到一定阈值后, 相互排斥现象消失, 两个光孤子互不干扰。非均匀光纤传输系统中的这些现象, 对于研究五阶非线性克尔效应有一定的理论指导意义。

### 参 考 文 献

- [1] Gerd K. Optical fiber communications[M]. New York: Academic Press, 1985.
- [2] Miya T, Terunuma Y, Hosaka T, et al. Ultimate low-loss single-mode fiber at  $1.5 \mu\text{m}$ [J]. Electron Lett, 1979, 15(4): 106-108.
- [3] Haus H A, Wong W S. Solitons in optical communication[M]. New York: Oxford University Press, 1995.
- [4] Agrawal G P. Nonlinear fiber optics[M]. New York: Academic Press, 1995.
- [5] Zhang Jiefang, Zhao Bi, Hu Wencheng, et al. Interaction propagation of optical vortex soliton in inhomogeneous nonlinear waveguides[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(4): 0419001.  
张解放, 赵 辟, 胡文成, 等. 非均匀非线性波导中涡旋光孤子的相互作用传播[J]. 光学学报, 2013, 33(4): 0419001.
- [6] Lin Hongrong, Qian Sheng, Yang Aixia, et al. Effect of the fiber dispersion parameter on the performance of average-soliton transmission system[J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(9): 1274-1278.  
林洪榕, 钱 胜, 杨爱霞, 等. 光纤色散参数对光孤子系统传输性能的影响[J]. 光学学报, 2004, 24(9): 1274-1278.
- [7] Wu Kan, Chen Ying, Chen Xiangning, et al. Investigation on high-bit all optical quantization based on soliton self-frequency shift effect[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(3): 0319004.  
吴 健, 陈 翎, 陈向宁, 等. 基于孤子自频移现象的高比特全光量化仿真研究[J]. 光学学报, 2015, 35(3): 0319004.

- [8] Dong G J, Liu Z Z. Soliton resulting from the combined effect of higher order dispersion, self-steepening and nonlinearity in an optical fiber[J]. Opt Commun, 1996, 128(1): 8-14.
- [9] Gedalin M, Scott T C, Band Y B. Optical solitary waves in the higher order nonlinear Schrödinger equation[J]. Phys Rev Lett, 1996, 78(3): 448-451.
- [10] Triki H, Taha T R. Solitary wave solutions for a higher order nonlinear Schrödinger equation[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2012, 82(7): 1333-1340.
- [11] Panoiu N C, Mihalache D, Mazilu D, *et al*. Dynamics of dual-frequency solitons under the influence of frequency-sliding filters, third-order dispersion, and intrapulse Raman scattering[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2004, 10(5): 885-892.
- [12] Lü Tingting, Xiao Yan. Propagating of the combined solitary wave in birefringence fiber[J]. Acta Sinica Quantum Optica, 2013, 19(4): 351-357.  
吕亭亭, 肖 燕. 双折射光纤中组合孤波的传输稳定性研究[J]. 量子光学学报, 2013, 19(4): 351-357.
- [13] Wang J F, Li L, Li Z H, *et al*. Generation, compression and propagation of pulse trains under higher-order effects[J]. Opt Commun, 2006, 263(2): 328-336.
- [14] Shi X J, Lu L, Hao R Y, *et al*. Stability analysis and interaction of chirped femtosecond soliton-like laser pulses[J]. Opt Commun, 2004, 241(1): 185-194.
- [15] Desvire E, Bayart D, Desthieux B, *et al*. Erbium-doped fiber amplifiers: Device and system developments[M]. New York: John Wiley & Sons, 2002.
- [16] Gagnon L, Belanger P A. Adiabatic amplification of optical solitons[J]. Phys Rev A, 1991, 43(11): 6187-6193.
- [17] Agrawal G P. Optical pulse propagation in doped fiber amplifiers[J]. Phys Rev A, 1992, 44(11): 7493-7501.
- [18] Mihalache D, Mazilu D. Ginzburg-Landau spatiotemporal dissipative optical solitons[J]. Romanian Reports in Physics, 2008, 60(3): 749-761.
- [19] Liou L W, Agrawal G P. Solitons in fiber amplifiers beyond the parabolic-gain and rate-equation approximations[J]. Opt Commun, 1996, 124(5-6): 500-504.
- [20] Bélanger P A, Gagnon L, Paré C. Solitary pulses in an amplified nonlinear dispersive medium[J]. Opt Lett, 1989, 14(17): 943-945.
- [21] Skarka V, Aleksic N B. Stability criterion for dissipative soliton solutions of the one-, two-, and three-dimensional complex cubic-quintic Ginzburg-Landau equations[J]. Phys Rev Lett, 2006, 96(1): 013903.
- [22] Sakaguchi H, Malomed B A. Instabilities and splitting of pulses in coupled Ginzburg-Landau equations[J]. Physica D, 2001, 154(3): 229-239.
- [23] Horikis T P. Dark soliton dynamics under the complex Ginzburg-Landau equation[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2015(77): 94-100.
- [24] Fewo S I, Atangana J, Kenfack-Jiotsa A, *et al*. Dispersion-managed solitons in the cubic complex Ginzburg-Landau equation as perturbations of nonlinear Schrödinger equation[J]. Opt Commun, 2005, 252(1-3): 138-149.
- [25] Chang W K, Soto-Crespo J M, Vouzas P, *et al*. Extreme amplitude spikes in a laser model described by the complex Ginzburg-Landau equation[J]. Opt Lett, 2015, 40(13): 2949-2952.
- [26] Haus H A, Fujimoto J G, Ippen E P. Structures for additive pulse mode-locking[J]. J Opt Soc Am B, 1991, 8(10): 2068-2076.
- [27] Fang F, Xiao Y. Stability of chirped bright and dark soliton-like solutions of the cubic complex Ginzburg-Landau equation with variable coefficients[J]. Opt Commun, 2006, 268(2): 305-310.
- [28] Jiang G Y, Liu Y W. Continuous generation of dissipative spatial solitons in two-dimensional Ginzburg-Landau models with elliptical shaped potentials[J]. Chinese Optics Letters, 2015, 13(4): 72-75.
- [29] Crasovan L C, Malomed B A, Mihalache D. Erupting, flat-top, and composite spiral solitons in the two-dimensional Ginzburg-Landau equation[J]. Phys Lett A, 2001, 289(1-2): 59-65.
- [30] Xiao Y, Biswas A. Collision of optical solitons with Kerr law nonlinearity[J]. Optik, 2007, 118(5): 243-248.
- [31] Choudhuri A, Porsezian K. Dark-in-the-bright solitary wave solution of higher-order nonlinear Schrödinger equation with non-Kerr terms[J]. Opt Commun, 2012, 285(3): 364-367.
- [32] Guo Zedong, Lü Tingting, Zhang Jian, *et al*. Impact of fifth-order non-Kerr effect on the evolution of optical pulses in the fiber amplifier[J]. Acta Sinica Quantum Optica, 2015, 21(1): 44-50.  
郭泽东, 吕亭亭, 张 健, 等. 五阶克尔非线性光纤放大器中光脉冲的传输特性[J]. 量子光学学报, 2015, 21(1):

44-50.

- [33] Triki H, Azzouzi F, Grelu P. Multipole solitary wave solutions of the higher-order nonlinear Schrödinger equation with quintic non-Kerr terms[J]. Opt Commun, 2013(309): 71-79.
- [34] He B, Yan S B, Wang J, *et al.* Quantum noise effects with Kerr-nonlinearity enhancement in coupled gain-loss waveguides[J]. Phys Rev A, 2015, 91(5): 053832.
- [35] Choudhuri A, Porsezian K. Impact of dispersion and non-Kerr nonlinearity on the modulational instability of the higher-order nonlinear Schrödinger equation[J]. Phys Rev A, 2012, 85(3): 1431-1435.
- [36] Chen Y F, Beckwitt K, Wise F W, *et al.* Measurement of fifth- and seventh-order nonlinearities of glasses[J]. J Opt Soc Am B, 2006, 23(2): 347-352.
- [37] Tian J P, Zhou G S. Chirped soliton-like solutions for nonlinear Schrödinger equation with variable coefficients[J]. Opt Commun, 2006, 262(2): 257-262.