# 大气湍流间歇性对激光测距回波光子数的影响

唐美荣<sup>1,2</sup>,李祝莲<sup>1</sup>,李语强<sup>1</sup>,汤儒峰<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>中国科学院云南天文台,云南 昆明 650011; <sup>2</sup>中国科学院大学,北京 100049

摘要 基于大气湍流中的光传输理论,并利用与实际大气湍流更为接近的间歇性湍流的 She 模型,得到了适用于 Kolmogorov 大气湍流、间歇性大气湍流的光束长期项扩展和短期项漂移的近似解析式;结合激光测距方程,利用 Matlab 软件计算了低轨卫星、高轨卫星和月球的测距回波光子数,分析了大气湍流的间歇性对激光测距回波光子 数的影响。结果表明,大气湍流的间歇性越大,测距回波光子数越多;回波光子数在间歇性大气湍流与无湍流情况 下的比值约为 1/20。

关键词 大气光学;大气湍流间歇性; She 模型; 扩展和漂移; 激光测距; 回波光子数 中图分类号 P427.1 **文献标识码** A doi: 10.3788/AOS201737.0201001

# Influence of Atmospheric Turbulence Intermittency on Return Photon Number in Laser Ranging

Tang Meirong<sup>1,2</sup>, Li Zhulian<sup>1</sup>, Li Yuqiang<sup>1</sup>, Tang Rufeng<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Yunnan Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Kunming, Yunnan 650011, China; <sup>2</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** Based on the optical transmission theory in atmospheric turbulence, approximate analytical expressions of light beam long-term extension and short-term drift which are suitable for Kolmogorov atmospheric turbulence and intermittent atmospheric turbulence are obtained when we use the She model of intermittent turbulence, and the She model is close to the actual atmospheric turbulence. Combining with the laser ranging equation, the numbers of ranging return photon from low orbit satellite, high orbit satellite and moon are calculated by Matlab software. The influence of atmospheric turbulence intermittency on return photon number in laser ranging is analyzed. Results show that the larger the turbulence intermittency is, the larger the ranging return photon number is. The ratio of return photon number in the case of with intermittent atmospheric turbulence to that of without atmospheric turbulence is about 1/20.

Key words atmospheric optics; atmospheric turbulence intermittency; She model; extension and drift; laser ranging; return photon number

OCIS codes 010.1330; 010.3310; 010.7060

# 1引言

激光具有频率高、相干性好、单色性好等特点。作为信息载体,激光还具有信息量大、抗干扰性强、精度高和保密性好等一系列优点,在激光测距、卫星遥感、激光通信、航空测绘以及激光武器等领域都有着重要的应用<sup>[1]</sup>。激光在大气中传输时,大气折射率的随机起伏使得光波波前相位发生畸变,光束到达目标后产生光束扩展,降低了光束强度;大气湍流对光波的相位扰动将产生光强起伏,破坏光波的时空相干性,较强的大气湍流还会导致光束漂移,从而影响激光测距中探测目标的回波光子数,最终影响目标的探测。

基金项目:国家自然科学基金(U1431116)、中国科学院重大科研装备研制项目(ZDYZ2013-2)

作者简介: 唐美荣(1985—),女,硕士研究生,主要从事卫星激光测距方面的研究。E-mail: mrtang@ynao.ac.cn

导师简介:李祝莲(1978—),女,博士,研究员,博士生导师,主要从事卫星激光测距和光电探测方面的研究。

E-mail: lzhl@ynao.ac.cn

收稿日期: 2016-08-10; 收到修改稿日期: 2016-09-04

目前,关于激光在大气湍流中传输方面的研究主要包括部分相干光束及各种非高斯光束在大气湍流介 质中的传输特性<sup>[2-7]</sup>、激光在大气湍流下的闪烁特性<sup>[8-9]</sup>、大气湍流中激光传输的数值模拟算法<sup>[10-11]</sup>、大气湍 流的间歇性及其对光波传输的影响<sup>[12]</sup>以及大气湍流影响下激光的目标回波特性<sup>[1,13-14]</sup>等。激光在大气湍流 中的传输是非常复杂的随机非线性过程,激光在强起伏条件下传输时,大气湍流的非均匀各向同性,特别是 间歇性对激光传输以及激光测距回波光子分布特性的影响非常重要。

本文主要研究大气湍流的间歇性对激光在大气传输过程中光束扩展和漂移的影响,进而研究大气的间 歇性湍流对激光测距系统回波光子数的影响,为测距系统的研究与技术实现提供参考。

# 2 激光在大气湍流中的传输

## 2.1 激光束在自由空间的传输

激光束可视为高斯波束,高斯波束和球面波、平面波的传输特性不同,它在自由空间中时传输满足 Helmholtz方程:

$$\nabla^2 U(x,y,z) + \kappa^2 U(x,y,z) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) U(x,y,z) + \kappa^2 U(x,y,z) = 0, \qquad (1)$$

式中U(x,y,z)为光波的复振幅; $\kappa = 2\pi/\lambda$ 为空间波数, $\lambda$ 为波长; $\nabla$ 为拉普拉斯算子。

在发射平面,低阶高斯波束模型的复振幅可表示为[15-18]

$$U(\boldsymbol{r},0) = a_0 \exp\left(-\frac{4\boldsymbol{r}^2}{D^2} - \frac{\mathrm{i}\kappa\boldsymbol{r}^2}{2F}\right),\tag{2}$$

式中 $a_0$ 为光波在z=0处光轴上的振幅;D为发射平面处的光束直径;F为发射平面处波阵面的曲率半径r为位置矢量, $r=\sqrt{x^2+y^2}$ 。

假设光束从入射平面 z=0 到出射平面 z>0 的传输为视距传输,设传输参数为

$$q(z) = \Theta_0 + \mathrm{i}\Lambda_0, \qquad (3)$$

式中q(z)为波束在自由空间中的传输参数, $\Theta_0$ 、 $\Lambda_0$ 分别为p(z)的实部、虚部。设W为波束在位置z处的束腰半径,则发射和接收平面的波数参数为

$$\Theta_0 = 1 - \frac{z}{F}, \ \Lambda_0 = \frac{8z}{\kappa D^2}, \ W = \frac{D}{2} \sqrt{\Theta_0^2 + \Lambda_0^2} \,. \tag{4}$$

#### 2.2 马尔可夫近似

当激光波长远小于涡旋的尺寸、传播距离等重要参数时,在马尔可夫近似下,通过一系列推导得到抛物型方程为<sup>[19]</sup>

$$2i\kappa \frac{\partial U}{\partial z} + \nabla_{\mathrm{T}}^2 U + 2\kappa^2 n_1 U = 0, \qquad (5)$$

式中 $n_1$ 为折射率起伏; $\nabla_{\mathrm{T}}$ 为横向拉普拉斯算子, $\nabla_{\mathrm{T}}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 。

## 2.3 大气折射率功率谱

如果大气湍流是均匀各向同性的,则折射率的两点相关函数为

 $B_n(\boldsymbol{R}_1 - \boldsymbol{R}_2) = \langle n_1(\boldsymbol{R}_1) n_2(\boldsymbol{R}_2) \rangle = \delta(\boldsymbol{z}_1 - \boldsymbol{z}_2) A_n(\rho), \qquad (6)$ 

式中 $R_1$ 、 $R_2$ 为传播方向(即z方向)上的两点, $n_1(R_1)$ 、 $n_2(R_2)$ 分别为 $R_1$ 、 $R_2$ 两点处的折射率起伏,  $\delta(z_1-z_2)$ 为狄拉克函数, $A_n(\rho)$ 为折射率功率谱密度的傅里叶变换,R(x,y,z) = (r,z), $z = z_1 - z_2$ , $\rho = |r_1 - r_2|$ , $r_1$ 、 $r_2$ 为发射平面上的两点,〈〉代表求系综平均值运算。考虑具有均匀各向同性的大气湍流,则 相关函数可表示为谱密度的傅里叶变换<sup>[17-18]</sup>:

$$A_{n}(\rho) = (4\pi)^{2} \int_{0}^{\infty} \kappa \Phi_{n}(\kappa) \mathbf{J}_{0}(\kappa \rho) \,\mathrm{d}\kappa \,, \tag{7}$$

式中 $J_0(\bullet)$ 为第一类零阶 Bessel 函数,  $\Phi_n(\bullet)$ 为折射率起伏的功率谱密度函数。

大气湍流的间歇性是指当维数 D 为分数时,大气湍流涡旋从大到小串级下去,小涡旋愈来愈不充满空

间,最后空间中几乎仅在一些点上有很多湍流强度很大的涡旋<sup>[20]</sup>。间歇性大气湍流的  $\beta$  模型功率谱满足  $\Phi_n(\kappa) \propto \kappa^{-a}$ ,式中  $a = \frac{5}{3} + \frac{3-D}{3}$ ;Kolmogorov 湍流为均匀各向同性湍流,取 D = 3,即湍流充满三维空间, 没有间歇;Burgers 湍流为激波湍流,取 D = 2;D 越小表示小涡旋愈不充满空间,即湍流的间歇性越大,反之则湍流的间歇性越小,甚至无间歇;She 湍流介于 Burgers 湍流与 Kolmogorov 湍流之间,即 2 < D < 3,其速 度结构函数的标度指数  $\beta_p = \frac{1}{9}p + 2\left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{p/3}\right], \tau_p = -\frac{2}{3}p + 2\left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^p\right]^{[20-21]}, \leq p = 2$  时, $\beta_2 = 0.7$ ,  $\tau_2 = 2/3, \Phi_n(\kappa) \propto \kappa^{-3.7}, D = 2.9$ 。功率谱函数为<sup>[10]</sup>

$$\Phi_{n}(\kappa) = \frac{\Gamma(a+1)}{4\pi^{2}} \sin\left[\frac{\pi}{2}(a-1)\right] C_{n}^{2} \kappa^{-(a+2)}, \qquad (8)$$

式中 $a = \frac{5}{3} + \frac{3-D}{3}$ ;  $\Gamma(\bullet)$ 为伽马函数;  $C_n^2$ 为折射率结构常量,可以度量湍流强度,量纲为 m<sup>-2/3</sup>。 由文献[22]可得

$$\int_{0}^{\infty} x^{-t} \left[ 1 - J_{0}(bx) \right] dx = \frac{\pi b^{t-1}}{2^{t} \left[ \Gamma\left(\frac{t+1}{2}\right) \right]^{2} \sin \frac{\pi(t-1)}{2}}, \ 1 < t < 3,$$
(9)

式中*b*为常量。

根据(8)式,得到
$$\Phi_{n}(\kappa) = C\kappa^{-(a+2)}, C = \frac{\Gamma(a+1)}{4\pi^{2}} \sin\left[\frac{\pi}{2}(a-1)\right] C_{n}^{2},$$
再结合(7)、(9)式,可得  

$$A_{n}(0) - A_{n}(\rho) = (4\pi)^{2} \int_{0}^{\infty} \kappa \Phi_{n}(\kappa) [1 - J_{0}(\kappa\rho)] d\kappa = (4\pi)^{2} C \frac{\pi\rho^{a}}{2^{a+1} \left[\Gamma\left(\frac{a+2}{2}\right)\right]^{2} \sin\frac{\pi a}{2}},$$
(10)

## 3 大气湍流中的光束扩展和漂移特性

#### 3.1 光束长期项扩展效应

根据大气中光场的统计理论,光场的二阶矩(即互相关函数)用系综平均定义为

$$\Gamma_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \langle U(\mathbf{r}_1, z) U^*(\mathbf{r}_2, z) \rangle, \qquad (11)$$

式中 $U^*(\mathbf{r}_2,z)$ 为光波复振幅的共轭。利用 Helmholtz 方程,并结合马尔可夫近似,得到光场二阶矩的计算 公式为<sup>[19]</sup>

$$\Gamma_{2}(\boldsymbol{r}_{1},\boldsymbol{r}_{2},\boldsymbol{z}) = \frac{D^{2}}{32\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{\rho^{2}}{2W_{e}^{2}} - \frac{W^{2}}{8}u^{2} + \frac{\overline{\Theta}}{2\Lambda}\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{p} + i\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{r} - \frac{1}{2}D_{sp}\left(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}-\frac{\boldsymbol{z}}{\kappa}\boldsymbol{u}\right)\right] d\boldsymbol{u}, \quad (12)$$

$$\mathfrak{K} \oplus W_{e} = \frac{D |\Omega_{f}|}{2\sqrt{1+\Omega_{f}^{2}}}, \ \mathfrak{K} \oplus \Omega_{f} = \frac{\Lambda_{0}}{1-\Theta_{0}}; u = |u|; \overline{\Theta} = 1-\Theta, \ \mathfrak{K} \oplus \Theta = \frac{2z}{\kappa W^{2}}; p = r_{1}-r_{2}; \rho = |p|; r = \frac{1}{2}(r_{1}+r_{2})$$

$$\mathbf{r}_{2}; D_{sp}\left(\mathbf{p}, \mathbf{p} - \frac{z}{\kappa}\mathbf{u}\right) = 8\pi^{2}\kappa^{2}z \int_{0}^{1} \int_{0}^{\infty} \bar{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right)\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \pm \psi = 1 - \frac{z'}{z}, z' \end{pmatrix} \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right)\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \pm \psi = 1 - \frac{z'}{z}, z' \end{pmatrix} \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right)\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \pm \psi = 1 - \frac{z'}{z}, z' \end{pmatrix} \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right)\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right)\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right)\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right)\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right)\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\mathbf{p}} - \frac{z\zeta}{\kappa}\mathbf{u} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\kappa} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\kappa} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\kappa} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\kappa} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\kappa} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\kappa} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\kappa} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta, \\ \tilde{\kappa} \Phi_{n}(\bar{\kappa}) \left[1 - J_{0}\left(\bar{\kappa} \left| \bar{\kappa} \right|\right]\right] d\bar{\kappa} d\zeta,$$

两点间的距离, $\bar{\kappa}$ 为积分量, $\bar{p}$ 为横向上两点的距离。

计算激光束在大气湍流中传输的长期项扩展时,只需用到场的二阶矩  $\Gamma_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z)$ ,通过计算,并使用 二次近似<sup>[23-25]</sup>,取 $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ ,得到  $\Gamma_2(\mathbf{r}_1, z)$ 的表达式为

$$\Gamma_{2}(\mathbf{r}_{1}, \mathbf{z}) = \frac{D^{2}}{4W_{LT}^{2}} \exp\left(-\frac{2\mathbf{r}_{1}^{2}}{W_{LT}^{2}}\right), \ W_{LT}^{2} = W^{2} + 8(0.5C_{d})^{\frac{2}{a}},$$
(13)

式中 $C_{d} = \frac{(4\pi)^{2} \kappa^{2-a} z^{a+1} C}{2(a+1)} \frac{\pi}{2^{a+1} \left[\Gamma\left(\frac{a+2}{2}\right)\right]^{2} \sin\left(\frac{\pi a}{2}\right)}$ 。

大尺度大气湍流会产生折射效应,小尺度大气湍流会产生衍射效应。当湍流涡旋的尺度小于激光束的 束腰直径时,光束被扩展(衍射效应);当湍流涡旋的尺度大于激光束的束腰直径时,产生光束漂移(折射效 应)<sup>[19]</sup>。当观测时间较短时,光束的扩展和漂移相互独立,即短期项效应;当观测时间较长时,时间的平均效应表现为长期项的扩展,即包含了众多短期项漂移与短期项扩展<sup>[26]</sup>。长期项扩展的均方值为

$$\langle \rho_{\mathrm{L}}^{2}(z) \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r_{1}^{2} \Gamma_{2}(\boldsymbol{r}_{1}, \boldsymbol{r}_{1}, z) \,\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{1}}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{2}(\boldsymbol{r}_{1}, \boldsymbol{r}_{1}, z) \,\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{1}},$$
(14)

式中 $r_1 = |\mathbf{r}_1|$ 。波数总通量 $P_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle I(\mathbf{r}, z) \rangle d\mathbf{r},$ 式中 $\langle I(\mathbf{r}, z) \rangle = U(\mathbf{r}, z) U^*(\mathbf{r}, z), \langle I(\mathbf{r}, z) \rangle =$  $\Gamma_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z), P_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z) d\mathbf{r}$ 。

根据(13)、(14)式,可得

$$P_{0} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{z}) \rangle d\boldsymbol{r} = 2\pi \int_{0}^{\infty} \frac{D^{2}}{4W_{LT}^{2}} \exp\left(-\frac{2r^{2}}{W_{LT}^{2}}\right) r dr = \frac{\pi D^{2}}{8}, \qquad (15)$$

$$\langle \rho_{\rm L}^2(z) \rangle = \frac{8}{\pi D^2} \iint r^2 \langle I(r,z) \rangle dr = \frac{16}{D^2} \int_0^\infty \frac{D^2}{4W_{\rm LT}^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{W_{\rm LT}^2}\right) r^3 dr = \frac{W_{\rm LT}^2}{2} \,. \tag{16}$$

$$\mathbb{R} \mathbb{H} \int_{0}^{\infty} x J_{0}(bx) dx = \frac{\delta(b)}{b}, \ \overline{\eta} \mathbb{R}$$

$$\langle \rho_{L}^{2}(z) \rangle = \frac{\int_{0}^{\infty} r_{1}^{3} \Gamma_{2}(r_{1}, z) dr_{1}}{\int_{0}^{\infty} r_{1} \Gamma_{2}(r_{1}, z) dr_{1}} = \frac{\int_{0}^{\infty} r_{1}^{3} J_{0}(ur_{1}) dr_{1} \int_{0}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{8} W^{2} u^{2} - \frac{1}{2} C_{d} u^{a}\right) u du}{\int_{0}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{8} W^{2} u^{2} - \frac{1}{2} C_{d} u^{a}\right) \delta(u) du}$$

$$= \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{8} W^{2} u^{2} - \frac{1}{2} C_{d} u^{a}\right) ur_{1}^{3} J_{0}(ur_{1}) dr_{1} du .$$

$$(17)$$

#### 3.2 光束的漂移效应

类似于二阶矩的定义,光场的四阶矩定义为

$$\Gamma_{4}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},\mathbf{r}_{3},\mathbf{r}_{4},z) = \langle U(\mathbf{r}_{1},z)U^{*}(\mathbf{r}_{2},z)U(\mathbf{r}_{3},z)U^{*}(\mathbf{r}_{4},z)\rangle_{o}$$
(18)

光束漂移主要是由于在大气湍流涡旋尺度大于激光束束腰直径的条件下,大尺度不均匀介质产生了波 束相位起伏。光束在湍流作用下,目标上光束漂移的均方根为

$$\langle \rho_{c}^{2}(z) \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\boldsymbol{r}_{1} \cdot \boldsymbol{r}_{2}) \Gamma_{4}(\boldsymbol{r}_{1}, \boldsymbol{r}_{1}, \boldsymbol{r}_{2}, \boldsymbol{r}_{2}, z) d\boldsymbol{r}_{1} d\boldsymbol{r}_{2}}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{2}(\boldsymbol{r}_{1}, \boldsymbol{r}_{1}, z) d\boldsymbol{r}_{1}\right]^{2}}$$
(19)

由于目前还无法求得四阶矩的解析解,因此无法对(19)式进行直接计算,利用近似式

$$\langle I(\mathbf{r}_1, \mathbf{z}) I(\mathbf{r}_2, \mathbf{z}) \rangle \approx \langle I(\mathbf{r}_1, \mathbf{z}) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2, \mathbf{z}) \rangle,$$
 (20)

同时取 $\langle I(\mathbf{r}_1, \mathbf{z}) \rangle = \Gamma_2 \langle \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \mathbf{z} \rangle$ ,根据(6)式和参考文献[1]中的(4)~(84)式,可得

$$\langle \rho_c^2(L) \rangle = \frac{4\pi^2}{p_0^2} \int_0^L (L-z) dz \int_{-\infty}^{\infty} \kappa^3 \Phi_n(\kappa) J_0(\kappa\rho) d\kappa \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle I(\mathbf{r}_1, z) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2, z) \rangle d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (21)$$

式中 $\rho = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|, L$ 为光束经过时湍流发生区域的长度, $I(\mathbf{r}_1, z), I(\mathbf{r}_2, z)$ 为大气湍流强度。将(13)~(19)式代人(21)式,利用拉普拉斯变换,可得

$$\langle \rho_{\rm c}^2(L) \rangle = 4\pi^2 L^3 \int_0^1 \xi^2 \,\mathrm{d}\xi \int_0^\infty \kappa^3 C \kappa^{-(a+2)} \exp\left(-\frac{W_{\rm LT}^2 \kappa^2}{4}\right) \mathrm{d}\kappa = 2\pi^2 L^3 \int_0^1 \Gamma\left(1-\frac{a}{2}\right) C\left(\frac{W_{\rm LT}}{2}\right)^{a-2} \xi^2 \,\mathrm{d}\xi, \quad (22)$$

式中 z=L-L 、光束漂移的均方值为

$$\langle \rho_{\rm s}^2 \rangle = \langle \rho_{\rm L}^2 \rangle - \langle \rho_{\rm c}^2 \rangle, \qquad (23)$$

式中 $\langle \rho_{\rm L}^2 \rangle$ 为光束长期项扩展的均方值, $\langle \rho_{\rm c}^2 \rangle$ 为光束短期项扩展的均方值。

### 3.3 激光测距回波光子数

设 E<sub>0</sub> 为激光器每个激光脉冲的能量,N 为每焦耳激光的光子数,T<sub>0</sub> 为发射系统的透射率,则激光器每 个激光脉冲从地面测距系统发射出的子数为 E<sub>0</sub>NT<sub>0</sub>,发射出的光子以发散角 θ<sub>0</sub> 均匀地投向测距目标。设 R 为地面探测点到目标的距离,  $T_a$  为大气对激光的单程透射率,则激光脉冲到达目标时形成面积为  $\pi \left(\frac{\theta_e}{2}R\right)^2$ 的光斑。目标有效反射面积  $A_m$ 上的光子数为  $E_0NT_eT_a \frac{A_m}{\pi (\theta_e R/2)^2}$ ,这些光子以角反射器发散 角  $\theta_m$  反射回地面观测站。激光在大气中为双程透射,  $A_r$  为接收镜面的有效接收面积,  $T_r$  为接收光路的透 射率, η 为探测接收器的量子效率, α 为衰减因子(考虑了反射器效率、湍流、大气抖动等的影响),则单个激 光脉冲被地面探测器接收到的回波光子数为

$$N_{\rm r} = E_{\rm 0} N T_{\rm e} T_{\rm a} \frac{A_{\rm m}}{\pi (\theta_{\rm e} R/2)^2} T_{\rm a} T_{\rm r} \frac{A_{\rm r}}{\pi (\theta_{\rm m} R/2)^2} \eta \alpha = \frac{16 E_{\rm 0} N T_{\rm e} A_{\rm m} A_{\rm r} T_{\rm a}^2 T_{\rm r} \eta \alpha}{\pi^2 \theta_{\rm e}^2 \theta_{\rm m}^2 R^4} \,.$$
(24)

在激光测距过程中,考虑到激光能量分布、大气湍流的影响,则单个激光脉冲被地面探测器接收到的回 波光子数为<sup>[26]</sup>

$$N_{\rm r} = \frac{4E_0 N T_{\rm e} A_{\rm m} A_{\rm r} T_{\rm a}^2 T_{\rm r} \eta \alpha}{\pi^2 (\rho_{\rm e}^2 + \rho_{\rm s}^2) \theta_{\rm m}^2 R^2} \exp\left(-\frac{\rho_{\rm c}^2}{\rho_{\rm e}^2 + \rho_{\rm s}^2}\right), \qquad (25)$$

式中 $\rho_{e} = \frac{1}{2} \theta_{e} R, \rho_{e}^{2}, \rho_{s}^{2}$ 分别由(21)、(22)式得出,且z = R, L = R。

# 4 数值计算与结果分析

以云南天文台 1.2 m 望远镜激光测距系统为例<sup>[26]</sup>,各个参数为: $E_0 = 0.15$  J, $N = 2.7 \times 10^{18}$  ( $\lambda = 532$  nm),  $T_e = 0.5$ ,低轨卫星(LEO)的有效反射面积  $A_m = 7850$  cm<sup>2</sup>,高轨卫星(GEO)的有效反射面积  $A_m = 7850$  cm<sup>2</sup>;月球(moon)的有效反射面积  $A_m = 3402$  cm<sup>2</sup>, $A_r = 9590$  cm<sup>2</sup>, $T_a = 0.5$ ;R = 1000 km(LEO), 36000 km(GEO), 380000 km(moon); $T_r = 0.5$ ,  $\eta = 0.2$ ,  $\alpha = 0.3$ ; $\theta_m = 20''$ (LEO), 8''(GEO), 3''(moon);  $\theta_e = 10''$ ,  $C_n^2 = 5 \times 10^{-18}$  m<sup>-2/3</sup>,激光发射平面处光束的初始直径 D = 1.2 m,F 趋于∞。

利用 Matlab 软件,在大气湍流的 She 模型下计算不同情况下的激光测距回波光子数,结果如图 1 所示。



图 1 湍流间歇性和回波光子数的关系。(a) LEO 无湍流;(b) LEO 间歇性湍流;(c) GEO 无湍流; (d) GEO 间歇性湍流;(e) moon 无湍流;(f) moon 间歇性湍流

Fig. 1 Relationship between turbulence intermittency and return photon number. (a) LEO-no-turbulence;

(b) LEO-intermittent turbulence; (c) GEO-no-turbulence; (d) GEO-intermittent turbulence;

(e) moon-no-turbulence; (f) moon-intermittent turbulence

由于  $a = \frac{5}{3} + \frac{3-D}{3}$  (D=8-3a), D 表示间歇性湍流的维数(2<D<3)。D 越小, a 越大, 表示湍流的

间歇性越大、强度越小,所以当 a 逐渐增大时,激光测距中的目标回波光子数会缓慢增加。当 D=3(a 约为 1.67)时为 Kolmogorov 湍流模型;当 D=2 时为 Burgers 湍流模型,激波<sup>[27]</sup>会对激光探测系统的光波传输产 生反射和折射效应,从而出现测距误差。当 a 趋近于 2 时,D 趋于 2,由于受强扰动波的影响,目标回波光子

数急剧下降,如图1所示,其中(a)和(b)、(c)和(d)、(e)和(f)分别为低轨卫星、高轨卫星、月球在无湍流和间歇性湍流情况下的回波光子数,回波光子数在间歇性湍流与无湍流下的比值为1/20左右,介于1/40与1/6之间,与文献[26]的结果一致。

# 5 结 论

分析得到了适用于 Kolmogorov 湍流与间歇性湍流的光束长期项扩展与短期项漂移的近似表达式。数 值分析表明,湍流的间歇性越大,湍流强度越小,对测距回波光子数的影响越小;在间歇性湍流情况下,高、低 轨卫星以及月球的回波光子数与相应无湍流情况下回波光子数的比值为 1/20 左右,与文献[26]的结论一 致。利用间歇性湍流得到的回波光子数与利用 Kolmogorov 湍流得到的回波光子数差别很小,与文献[20] 的结论吻合。上述所得结论为研究大气湍流对激光测距回波光子数的影响提供了参考,对测距系统的设计 具有指导意义。

### 参考文献

[1] Wang Liguo. Characteristics of reflected wave from targets illuminated by laser beams in turbulent atmosphere[D].
 Xi'an: Xidian University, 2014.

王利国. 大气湍流中激光波束目标回波特性[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2014.

[2] Ke Xizheng, Wang Wanting. Expansion and angular spread of partially coherent beam propagating in atmospheric turbulence[J]. Infrared and Laser Engineering, 2015, 44(9): 2726-2733.

柯熙政, 王婉婷. 部分相干光在大气湍流中的光束扩展及角扩展[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(9): 2726-2733.

- [3] Ponomarenko S A. Change in the polarization of partially coherent electromagnetic beams propagating through the turbulent atmosphere[J]. Journal of Modern Optics, 2005, 52(11): 1611-1618.
- [4] Korotkova O, Salem M, Wolf E. The far-zone behavior of the degree of polarization of electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence[J]. Optics Communications, 2004, 233(4-6): 225-230.
- [5] Salem M, Shirai T, Dogariu A, et al. Long-distance propagation of partially coherent beams through atmospheric turbulence[J]. Optics Communications, 2003, 216(4-6): 261-265.
- [6] Ke Xizheng, Han Meimiao, Wang Mingjun. Spreading and wander of partially coherent beam propagating along a horizontal-path in the atmospheric turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1106003.
   柯熙政, 韩美苗, 王明军. 部分相干光在大气湍流中水平传输路径上的展宽与漂移[J]. 光学学报, 2014, 34(11): 1106003.
- [7] Ke Xizheng, Han Meimiao, Wang Mingjun. Spreading and wander of partially coherent beam through atmospheric turbulence in a slanted path[J]. Acta Photonica Sinica, 2015, 44(3): 0306001.
   柯熙政, 韩美苗, 王明军. 部分相干光在大气湍流中斜程传输路径上的展宽与漂移[J]. 光子学报, 2015, 44(3): 0306001.
- [8] Young C. Double pass wave structure function in weak to strong optical turbulence[J]. Waves in Random and Complex Media, 2005, 15(15): 71-89.
- [9] Ke Xizheng, Zhang Yu. Scintillation of partially coherent beam in atmospheric turbulence [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0106001.

柯熙政,张 宇. 部分相干光在大气湍流中的光强闪烁效应[J]. 光学学报, 2015, 35(1): 0106001.

- [10] Xu Guangyong. Numerical simulation and impact analysis of laser transmission in atmospheric turbulence[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2008.
   徐光勇. 大气湍流中的激光传输数值模拟及其影响分析[D]. 成都: 电子科技大学, 2008.
- [11] Li Rongwang, Chang Xiang, Xiong Yaoheng. Numerical simulation of wander of rangiong laser beam[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1101001.

李荣旺,常 翔,熊耀恒.测距光束光斑漂移的数值仿真[J].光学学报,2011,31(11):1101001.

[12] Chen Jingyuan, Chen Shigang, Wang Guangrui. The intermittency of turbulence and its optical effects to light propagation in turbulent atmosphere[J]. Progress in Physics, 2005, 25(4): 386-406.

陈京元,陈式刚,王光瑞.大气湍流间歇性及其对光波传播的影响[J].物理学进展,2005,25(4):386-406.

[13] Holmes J F, Lee M H, Kerr J R. Effect of the log-amplitude covariance function on the statistics of speckle propagation through the turbulent atmosphere[J]. Journal of the Optical Society of America, 1980, 70(70): 355-360.

- [14] Wei Hongyan. Laser beam propagation on the slant path through the turbulent atmosphere and the characteristics of returned waves by targets[D]. Xi'an: Xidian University, 2009.
   韦宏艳. 斜程大气湍流中激光波束传输及目标回波特性[D]. 西安:西安电子科技大学, 2009.
- [15] Tatarskii V I. The effects of the turbulent atmosphere on wave propagation[J]. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1971.
- [16] Fante R L. Electromagnetic beam propagation in turbulent media[J]. Proceedings of the IEEE, 1976, 63(12): 1669-1692.
- [17] Strohbehn J W. Modern theories in the propagation of optical waves in a turbulent medium [J]. Topics in Applied Physics, 1978, 25: 45-106.
- [18] Ishimaru A. Wave propagation and scattering in random media[M]. Vol. 2. New York: Academic Press, 1978.
- [19] Yang Guangqiang. Research on spreading and wander of laser beam in troposphere atmosphere turbulence[D]. Xi'an: Xidian University, 2007.
  - 杨光强.对流层大气湍流中激光波束扩展和漂移特性研究[D].西安:西安电子科技大学,2007.
- [20] Liu Shida. Atmosperic turbulence[M]. Beijing: Peking University Press, 2008.刘式达. 大气湍流[M]. 北京:北京大学出版社, 2008.
- [21] She Zhensu, Su Weidong. Hierarchical structures and scalings in turbulence[J]. Advances in Mechanics, 1999, 29(3):
   289-303.
   今時某 業工在 漂流山的目旋结构和标度律[J] 力受进展 1000 20(2), 280 202

佘振苏,苏卫东.湍流中的层次结构和标度律[J].力学进展,1999,29(3):289-303.

- [22] Rao C H, Jiang W H, Ling N. Spatial and temporal characterization of phase fluctuations in non-Kolmogorov atmospheric turbulence[J]. Journal of Modern Optics, 2000, 47(6): 1111-1126.
- [23] Andrews L C, Phillips R L, Hopen C Y, et al. Theory of optical scintillation [J]. Journal of the Optical Society of America A, 1999, 16(6): 1417-1429.
- [24] Guo Lixin, Luo Zhimin, Wu Zhensen, *et al*. Study on characteristics of fluctuation for optical wave propagation in the atmospheric turbulence[J]. Journal of Xidian University (Natural Science Edition), 2001, 28(3): 273-277.
   郭立新,骆志敏,吴振森,等.大气湍流中的光波闪烁研究[J].西安电子科技大学学报(自然科学版), 2001, 28(3): 273-277.
- [25] Cook R J. Beam wander in a turbulent medium: An application of Ehrenfest's theorem[J]. Journal of the Optical Society of America, 1975, 65(8): 942-948.
- [26] Xiong Yaoheng. Research on a new technical method for the lunar laser ranging [J]. Astronomical Research and Technology, 2002, 22(1): 73-74.
   熊耀恒.月球激光测距的新技术方法研究[J]. 天文研究与技术, 2002, 22(1): 73-74.
- [27] Li Kun, Li Ping, Chen Huimin, et al. Study of refraction and reflection effect caused by shock wave on laser short-rang detection[J]. Acta Armamentarii, 2008, 29(1): 28-32.
  李 昆,栗 苹,陈慧敏,等. 激波光学折射和反射效应对激光近程目标探测影响研究[J]. 兵工学报, 2008, 29(1): 28-32.