

# 利用统计矩计算的图像运动光学传递函数

田留德<sup>1,2</sup>, 王涛<sup>1</sup>, 赵怀学<sup>1</sup>, 刘艺宁<sup>1</sup>, 赵建科<sup>1</sup>, 周艳<sup>1</sup>, 刘朝晖<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 中国科学院西安光学精密机械研究所检测技术服务所级中心, 陕西 西安 710119

<sup>2</sup> 中国科学院大学, 北京 100049

**摘要** 为准确评价跟踪成像平台对图像调制传递函数的影响, 提供确定平台技术指标的理论依据, 建立了利用图像运动函数直接计算运动光学传递函数的解析及数值计算模型, 并给出了有限项的截断误差, 取 7 阶近似时, 截断误差小于 10%。利用所建模型给出了低频正弦运动和高频正弦运动光学传递函数的解析式。对某跟踪成像平台的跟踪角速度误差进行了频谱分析, 主要分量由多个低频正弦振动分量组成; 在曝光时间的尺度上, 跟踪角速度误差引起的图像运动可近似为匀速直线运动。利用统计矩法计算的调制传递函数, 与利用跟踪角速度误差的均方根值计算的调制传递函数相当, 200 mrad<sup>-1</sup> 频率下计算结果偏差小于 0.01, 因此, 跟踪角速度误差均方根值是表征跟踪成像平台的跟踪稳定度的合理参数。

**关键词** 成像系统; 图像运动; 统计矩; 光学传递函数; 稳定平台; 跟踪稳定度

**中图分类号** TP732 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201737.1211002

## Calculation of Optical Transfer Function for Image Motion Based on Statistical Moments

Tian Liude<sup>1,2</sup>, Wang Tao<sup>1</sup>, Zhao Huaixue<sup>1</sup>, Liu Yining<sup>1</sup>,

Zhao Jianke<sup>1</sup>, Zhou Yan<sup>1</sup>, Liu Zhaohui<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Testing Technology Service Center, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics,*

*Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China;*

<sup>2</sup> *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

**Abstract** In order to evaluate the influence of the tracking and imaging platform on the modulation transfer function of the image accurately and provide a theoretical basis for the determination of the platform's technical specifications, an analytical and numerical model is established, which is used to calculate the movement optical transfer function by the image motion function. The truncation error of the finite term is given, and the truncation error is less than 10% when the 7 order approximation is taken. The proposed model includes analytic expressions of low frequency sinusoidal motion and high frequency sinusoidal motion. The tracking angular velocity errors of a tracking imaging platform are analyzed by frequency spectrum. The fundamental components of frequency spectrum are composed by multiple low frequency sinusoidal vibration components. Image motion caused by the tracking angular velocity error can be approximated to uniform linear motion at the exposure time scale. The modulation transfer function is calculated by the statistical moment method, and is almost equal to that calculated by the root mean square of the tracking angular velocity error. The calculated deviation is less than 0.01 at 200 mrad<sup>-1</sup> frequency. Therefore, the root mean square error of the tracking angular velocity is a reasonable parameter describing the tracking stability of the tracking imaging platform.

**Key words** imaging systems; image motion; statistical moments; optical transfer function; stabilized platform; tracking stabilization

**收稿日期:** 2017-06-26; **收到修改稿日期:** 2017-07-28

**基金项目:** 中国科学院创新基金(Y154451ZZ0)

**作者简介:** 田留德(1984—), 男, 博士研究生, 高级工程师, 主要从事光电测量设备及精密检测技术方面的研究。

E-mail: tianliude@126.com

**导师简介:** 刘朝晖(1965—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事光学跟踪测量仪器总体技术, 空间捕获、跟踪和对准技术, 红外弱目标与红外深空探测技术等方面的研究。E-mail: lzh@opt.ac.cn

## 1 引 言

光电稳定平台、光电跟踪成像平台通过不断调整光电传感器视轴指向,保证其在飞行器位置姿态不断变换的情况下实现对目标的稳定跟踪和清晰成像。对于工作在运动平台上的高分辨率光电成像系统,决定图像清晰度的因素通常是跟踪不平稳引起的动态像移,而非光学系统和电子学系统。跟踪稳定度是光电跟踪成像平台最为关键的一项性能参数,其直接影响整个系统的性能和图像清晰度,需要进行合理的设计和精确的评价。目前,对动态成像系统的研究主要集中在以下几个方面:1)Hadar 等<sup>[1-6]</sup>研究了匀速直线运动、正弦运动、随机振动的光学传递函数计算方法;2)Wulich 等<sup>[7-10]</sup>对运动光学传递函数计算模型进行了实验验证;3)董再天等<sup>[11-17]</sup>仿真分析了运动对光学传递函数的影响;4)智喜洋等<sup>[18-22]</sup>研究了运动的模糊识别及图像复原方法。文献[5]提出了利用图像运动函数计算运动光学传递函数的方法,但需要已知运动函数或采样时刻运动的导数。以上研究工作均建立在已知图像运动函数或能够测量所得图像运动数据的基础之上,然而对跟踪成像平台、光电稳定平台来说,实现这一要求十分困难。为了实现对目标的连续跟踪,成像平台需要不断运动,但难以从平台运动数据中准确分离图像的运动数据。平台跟踪稳定度是制约图像质量提高的关键因素,研究如何评价跟踪成像平台的跟踪稳定度及其对光学调制传递函数(MTF)的影响,对合理确定跟踪成像平台的技术指标、优化跟踪成像平台整体性能、提高图像质量具有重要意义。光纤陀螺仪具有测速精度高、数据采样率高、可靠性高等优点,适用于跟踪成像平台跟踪稳定性的高精度测量,进而直接用统计矩法求解跟踪不稳定引入的光学调制传递函数<sup>[23]</sup>。统计矩法具有计算简洁、收敛速度快的优点。

本文基于曝光时间内图像的运动概率密度函数相当于光学系统的点扩展函数这一思想,建立了利用图像运动函数直接计算运动光学传递函数的解析及数值计算模型。以某一跟踪成像平台为研究对象,以正弦运动为其典型运动模式,以光纤陀螺仪为角速度传感器,利用最小二乘算法对平台运动参数进行辨识,完成图像运动参数的分离,实现了跟踪稳定度的高精度测试和评价,进而用统计矩法计算了跟踪不稳定引入的光学调制传递函数,解决了平台跟踪稳定度技术指标确定及其对图像质量影响的评价问题。

## 2 光学传递函数解析式计算模型

光学调制传递函数是客观定量评价光学成像系统成像质量的综合参数。利用光学传递函数表征成像平台运动稳定度对成像质量的影响,根据跟踪成像平台的跟踪角速度误差,计算成像平台运动的点扩展函数,用统计矩法计算成像平台运动引入的光学传递函数,评价成像平台的性能。

### 2.1 连续运动函数的光学传递函数

相机曝光过程中图像运动的概率密度函数相当于光学系统的点扩展函数,点扩展函数的傅里叶变换即光学传递函数,因此,图像运动函数可以用来计算运动引起的图像质量下降量。基于这种思想,根据图像运动函数建立成像平台运动光学传递函数。图像的运动可以沿相机探测器的行和列的方向分解,分别影响图像子午、弧矢方向的光学传递函数。以一维运动为研究对象,需要考虑图像运动概率密度的边缘分布,即图像运动的线扩展函数,记为  $F_{1s}(x)$ 。则运动的光学传递函数为

$$F_{ot}(\omega) = \mathcal{F} [F_{1s}(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} F_{1s}(x) \exp(-j\omega x) dx, \quad (1)$$

式中  $\omega$  为空间角频率,  $\mathcal{F}[\cdot]$  表示傅里叶变换运算。将(1)式展开成麦克劳林级数的形式,即

$$F_{ot}(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n F_{ot}(\omega)}{d\omega^n} \right|_{\omega=0} \cdot \omega^n. \quad (2)$$

对(1)式求导得

$$\left. \frac{d^n F_{ot}(\omega)}{d\omega^n} \right|_{\omega=0} = (-j)^n \int_{-\infty}^{\infty} x^n \cdot F_{1s}(x) dx. \quad (3)$$

因为  $F_{1s}(x)$  是图像运动的边缘密度函数,由概率论可知:(3)式中的积分项为  $x$  的  $n$  阶原点矩,记为  $m_n$ ,则

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n \cdot F_{ls}(x) dx = E(x^n) \triangleq m_n, \quad (4)$$

式中  $E(\cdot)$  为取平均运算, 将(4)式写成运动函数  $x(t)$  的形式, 即

$$m_n = E(x^n) = \int_{-\infty}^{\infty} x^n(t) \cdot F(t) dx = \frac{1}{t_e} \int_{t_x}^{t_x+t_e} x^n(t) dx, \quad (5)$$

其中  $F(t) = 1/t_e$ , 为时间的概率密度函数,  $t_e$  为曝光时间,  $t_x$  为曝光起始时刻。由(2)式, (3)式和(5)式可得

$$\begin{cases} F_{ot}(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-j\omega)^n}{n!} \cdot m_n \\ m_n = \frac{1}{t_e} \int_{t_x}^{t_x+t_e} x^n(t) dx \end{cases}, \quad (6)$$

该式即为利用图像运动函数计算运动光学传递函数的解析表达式, 整个计算过程不必计算线扩展函数及其傅里叶变换。

### 2.2 离散运动函数的光学传递函数

已知图像运动的解析式时, 可根据(6)式计算运动函数的光学传递函数。多数情况下仅能得到运动的离散采样信息。图像运动的采样数据记为  $\{x_i\}$ , 其中  $i = 1, 2, \dots, N$ , 此时(6)式中的积分用求和代替, 则运动的光学传递函数为

$$\begin{cases} F_{ot}(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-j\omega)^n}{n!} \cdot m_n \\ m_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^n \end{cases}. \quad (7)$$

### 2.3 有限项的截断误差

由(6)式和(7)式可知, 运动光学传递函数是无限项运动函数零点矩的加权和, 工程应用中只能用有限项近似, 即

$$F_{ot}(\omega) = \sum_{n=0}^M \frac{(-j\omega)^n}{n!} \cdot m_n. \quad (8)$$

$M$  阶近似误差

$$|e(M)| \leq \frac{\omega^{M+1}}{(M+1)!} \cdot (x_m)^{M+1}, \quad (9)$$

式中  $x_m = \max\{|x(t)|\}$ ,  $t_x \leq t \leq t_x + t_e$ 。因为  $x_m \leq d$ ,  $d = \max[x(t)] - \min[x(t)]$ ,  $t_x \leq t \leq t_x + t_e$ , 则

$$|e(M)| \leq \frac{(2\pi)^{M+1}}{(M+1)!} \cdot d^{M+1} \cdot f^{M+1}, \quad (10)$$

式中  $f$  为空间频率, 因此需要计算的零点矩的阶数取决于感兴趣的最高频率以及曝光过程中图像运动的最大分布范围。

## 3 典型运动的光学传递函数

### 3.1 低频正弦运动的光学传递函数

当成像系统工作在车辆、空基及天基等运动平台上时, 由于发动机、运动部件及结构谐振的影响, 探测器发生振动, 使图像质量下降, 故减振措施及振动的测量评估是这类成像系统的关键因素。由傅里叶谐波分析理论可知, 任何振动都可以看作是一系列正弦振动的叠加。根据振动周期  $T$  与曝光时间  $t_e$  的关系, 正弦振动可分为低频正弦振动 ( $T \geq t_e$ ) 和高频正弦振动 ( $T < t_e$ )。

设正弦运动方程为

$$x(t) = D \sin(\omega_0 t), t_x \leq t \leq t_x + t_e, \quad (11)$$

式中  $D$  为正弦振动的幅值,  $\omega_0 = 2\pi/T_0$  为正弦振动的角频率, 则图像运动的  $n$  阶零点矩为

$$m_n(t_x, D, \omega_0, t_e) = \frac{1}{t_e} \int_{t_x}^{t_x+t_e} [D \sin(\omega_0 t)]^n dt. \quad (12)$$

经计算得

$$m_n = \begin{cases} \sum_{l=0}^{(n-1)/2} a_{n,l} \sin[(n-2l)\omega_0 t_x + \varphi_{n,l}], & n=1,3,5\cdots \\ \frac{D^n n!}{2^n [(n/2)!]^2} + \sum_{l=0}^{n/2-1} b_{n,l} \cos[(n-2l)\omega_0 t_x + \varphi_{n,l}], & n=0,2,4\cdots \end{cases}, \quad (13)$$

式中

$$a_{n,l} = \frac{D^n}{\omega_0 t_e} \frac{(-1)^{(n-1+2l)/2}}{2^{n-1}} \cdot C_n^l \frac{\sin[(n/2-l)\omega_0 t_e]}{(n/2-l)}, \quad (14)$$

$$b_{n,l} = \frac{D^n}{\omega_0 t_e} \frac{(-1)^{n/2+l}}{2^{n-1}} \cdot C_n^l \frac{\sin[(n/2-l)\omega_0 t_e]}{(n/2-l)}, \quad (15)$$

$$\varphi_{n,l} = (n/2-l)\omega_0 t_e, \quad (16)$$

$$C_n^l = \frac{n!}{l!(n-l)!}, \quad (17)$$

其中  $a_{n,l}, b_{n,l}, \varphi_{n,l}$  与振动幅值、角频率和曝光时间有关。由(13)~(17)式可知,起始曝光时刻  $t_x$  与其他参数是分离的,图像运动的光学传递函数与成像平台的振动幅值、角频率及起始曝光时刻有关。对于低频正弦振动,其光学传递函数表现出强烈的随机性。

### 3.2 高频正弦运动的光学传递函数

对于高频正弦振动来说,曝光时间  $t_e$  远大于正弦振动的周期  $T_0$ ,可以近似认为曝光时间为振动周期的整数倍,即  $t_e \approx k \cdot T_0, k$  取正整数。(14)~(16)式中的  $t_e = N \cdot T_0$ ,则

$$m_n = \begin{cases} 0, & n=1,2,3 \\ \frac{D^n n!}{2^n [(n/2)!]^2}, & n=0,2,4 \end{cases}, \quad (18)$$

代入(6)式得

$$F_{ot,HF}(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-j\omega D)^{2k}}{2^{2k} (k!)^2} \equiv J_0(\omega D), \quad (19)$$

$$F_{ot,HF}(\omega) = |J_0(\omega D)| = J_0(2\pi D \cdot f), \quad (20)$$

$$F_{ot,HF}(\omega) = \begin{cases} 0, & z_{2n}/(2\pi D) < f < z_{2n+1}/(2\pi D), \quad n=0,1,2\cdots \\ \pi, & z_{2n-1}/(2\pi D) < f < z_{2n}/(2\pi D), \quad n=1,2,3\cdots \end{cases}, \quad (21)$$

式中  $J_0$  为一阶贝塞尔函数,  $z_i$  为贝塞尔函数的第  $i$  个零点。

## 4 实验与结果分析

已知某一跟踪成像平台作正弦运动的角速度采样数据,用本文的运动光学传递函数计算方法评价该跟踪成像平台的性能。跟踪成像平台作正弦运动,其角速度满足如下表达式:  $y = 20\sin(0.5\omega t)$ ,跟踪成像平台安装有光纤陀螺仪,用于测量运动的角速度,光纤陀螺仪的采样率为 2000 Hz,分辨率为  $1.5 \times 10^{-5}$  ( $^\circ$ )/s,测量不确定度为 0.002 ( $^\circ$ )/s,光纤陀螺仪对测试结果的影响可以忽略。为了得到跟踪成像平台运动的性能,按照正弦模型,用最小二乘算法对光纤陀螺仪采集的平台运动角速度进行参数辨识,以辨识结果为平台运动角速度的目标值,光纤陀螺仪的测量值与目标值之差即为跟踪成像平台的角速度误差,从而实现图像运动的分离。跟踪成像平台角速度测量值及目标值如图 1 所示,跟踪角速度误差如图 2 所示。跟踪成像平台的跟踪角速度误差会引起图像运动,造成图像模糊。从图 2 宏观地可以看出,跟踪角速度误差引起的图像运动不是匀速直线运动和正弦运动,也不是严格的随机振动,现有方法无法给出该运动的调制传递函数。对跟踪角速度误差进行频谱分析,其频谱如图 3 所示,主要分量分布在 0.2 ~ 2 Hz,因此该跟踪成像平台的跟踪角速度误差是由一系列不同频率的正弦运动的叠加所致。相机的曝光时间一般为毫秒量级,远小于图像运动的周期,因此,该跟踪成像平台的跟踪角速度误差对相机的成像过程来说是低频振动。低频振动的调制传递函数具有随机性,对跟踪角速度误差进行统计分析。取相机的曝光时间为 5 ms,则曝光过程中仅有 11 个跟踪

角速度误差值,因此,将图 2 中的跟踪角速度误差分成 7238 个长度为 5 ms 的子序列,对每个跟踪角速度误差值子序列进行数值积分得到图像运动子序列,每个运动子序列反映了一帧图像曝光过程中图像的运动情况,对子序列数据进行处理分析,可以得到曝光时间尺度上跟踪成像平台的运动特性,只有曝光时间尺度上的运动特性才能准确反映运动对成像质量的影响。首先,计算每个子序列的均方根值  $\sigma_i$  和均值  $\bar{x}_i$ ,进而统计  $\sigma_i/\bar{x}_i$  的概率分布, $\sigma_i/\bar{x}_i$  的概率分布如图 4 所示。经统计, $\sigma_i/\bar{x}_i$  分布在  $[-0.05, 0.05]$  的概率达 83.3%,子序列单向运动的概率达 98.6%,说明在曝光时间的尺度上,图像基本是单向运动,且运动速度变化量远小于运动速度。因此,跟踪成像平台跟踪角速度误差引起的图像运动可近似为匀速直线运动。匀速直线运动的调制传递函数的解析式为 sinc 函数。

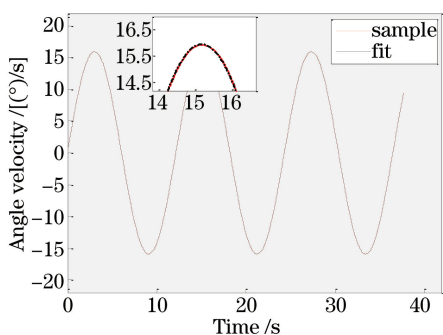


图 1 平台运动角速度测量值及目标值

Fig. 1 Measured value and target value of the platform angular velocity

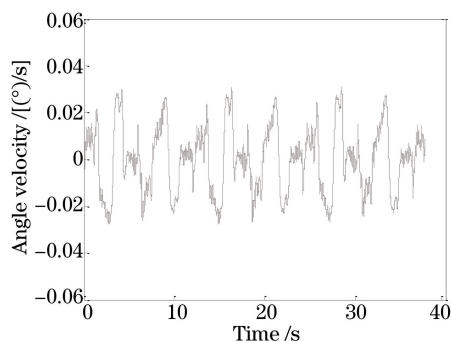


图 2 平台跟踪角速度误差

Fig. 2 Platform tracking angular velocity error

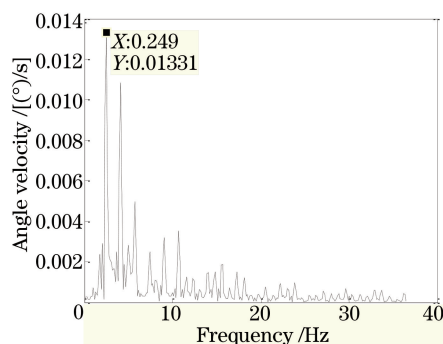


图 3 跟踪角速度误差频谱分布

Fig. 3 Spectral distribution of tracking angular velocity error

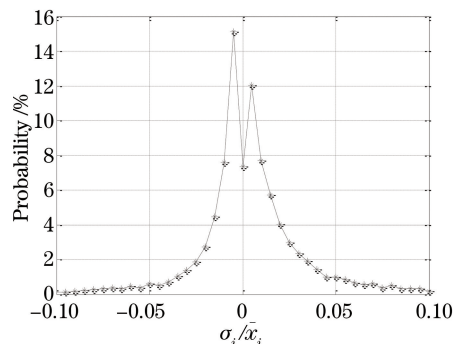


图 4  $\sigma_i/\bar{x}_i$  分布

Fig. 4 Distribution of  $\sigma_i/\bar{x}_i$

首先,利用本文的统计矩法计算各子序列运动的调制传递函数以及所有子序列调制传递函数的平均值。然后,求得跟踪角速度误差绝对值的均值、跟踪角速度误差的均方根值,结合曝光时间求得像移量,代入 sinc 函数建立各表征参数对应的调制传递函数,与用统计矩法计算得到的平均调制传递函数作比较,分析各表征参数的准确性。由各表征参数及统计矩法建立的调制传递函数曲线如图 5 所示。可以看出,用跟踪角速度误差的均方根值计算像移量并结合 sinc 函数计算运动调制传递函数,该调制传递函数与各阶矩法计算结果最为一致,200  $\text{mrad}^{-1}$  频率下计算结果偏差小于 0.01。与跟踪角速度误差绝对值的均值、像移量的平均值相比,用跟踪角速度误差的均方根值表征跟踪成像平台对成像质量的影响更为准确。图 6 为有限项的截断误差,可以看出调制传递函数随阶数收敛很快,取 7 阶近似时,截断误差小于 10%,可以满足工程应用要求。

## 5 结 论

提出一种计算运动光学传递函数的方法,利用该方法得到了高频正弦运动和低频正弦运动的光学传递函数的解析式,其主要优点如下:能得到任意运动形式的光学传递函数的解析表达式,可以很好地用于运动模糊图像的复原;直接利用运动信息进行光学传递函数的计算,不引入附加数据处理误差。以某跟踪成像平

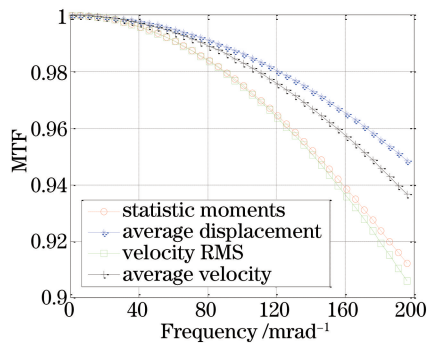


图 5 调制传递函数曲线

Fig. 5 Modulation transfer function curve

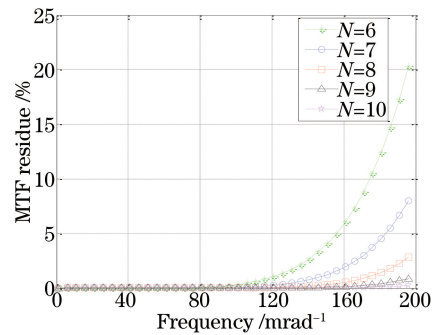


图 6 不同阶次的截断误差

Fig. 6 Truncation error of different orders

台为例,利用该方法建立了跟踪成像平台跟踪稳定度引入的光学调制传递函数,根据光学调制传递函数的计算结果、跟踪成像平台的跟踪稳定度以及匀速直线运动的光学调制传递函数模型,研究了评价和表征跟踪成像平台跟踪稳定度的方法,发现跟踪角速度误差的均方根值是评价和表征跟踪成像平台跟踪稳定度的理想参数。该方法将光学传递函数表示为运动函数的无穷项原点矩的加权和,其随求和阶数收敛很快,在实际工程应用中,可取 7 阶近似,此时截断误差小于 10%,可满足一般工程应用要求。

## 参 考 文 献

- [1] Hadar O, Dror I, Kopeika N S. Image resolution limits resulting from mechanical vibration. Part IV: Real-time numerical calculation of optical transfer functions and experimental verification[J]. Optical Engineering, 1994, 32(2): 566-578.
- [2] Hadar O, Fisher M, Kopeika N S. Image resolution limits resulting from mechanical vibrations. Part III: Numerical calculation of modulation transfer functions[J]. Optical Engineering, 1992, 31(3): 581-589.
- [3] Qian Yixian, Liang Wei, Gao Xiaodong. Numerical analysis of dynamic modulation transfer function for high-resolution aerial camera[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(1): 192-196.  
钱义先, 梁伟, 高晓东. 高分辨率航空相机动态调制传递函数数值分析[J]. 光学学报, 2009, 29(1): 192-196.
- [4] Pittelkau M E, Mckinley W G. Optical transfer functions, weighting functions, and metrics for images with two-dimensional line-of-sight motion[J]. Optical Engineering, 2016, 55(6): 063108.
- [5] Hadar O, Dror I, Kopeika N S. Numerical calculation of image motion and vibration modulation transfer functions—a new method[C]. SPIE, 1991, 1533: 61-74.
- [6] Du Yanlu, Ding Yalin, Xu Yongsan, *et al.* Dynamic modulation transfer function analysis and research under sinusoidal vibration[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(7): 0711001.  
杜言鲁, 丁亚林, 许永森, 等. 正弦振动下动态调制传递函数分析与研究[J]. 光学学报, 2015, 35(7): 0711001.
- [7] Wulich D, Kopeika N S. Image resolution limits resulting from mechanical vibrations[J]. Optical Engineering, 1987, 26(6): 529-533.
- [8] Rudoler S, Hadar O, Kopeika N S. Image resolution limits resulting from mechanical vibrations. Part 2: Experiment [J]. Optical Engineering, 1991, 30(5): 577-589.
- [9] Hadar O, Dror I, Kopeika N S. Real-time numerical calculation of optical transfer function for image motion and vibration. Part 1: Experimental verification[C]. SPIE, 1992, 1971: 412-435.
- [10] Xu Peng, Huang Changning, Wang Yongtian, *et al.* Modulation transfer function in push-broom camera limits resulting from mechanical vibration[J]. Journal of Astronautics, 2003, 24(3): 259-263.  
徐鹏, 黄长宁, 王涌天, 等. 卫星振动对成像质量影响的仿真分析[J]. 宇航学报, 2003, 24(3): 259-263.
- [11] Dong Zaitian, Zhang Yijun, Tao Zhong, *et al.* Influence of vibration on transfer function of television imaging system [J]. Journal of Applied Optics, 2016, 37(3): 347-352.  
董再天, 张一军, 陶忠, 等. 振动对电视成像系统传递函数的影响研究[J]. 应用光学, 2016, 37(3): 347-352.
- [12] Geng Wenbao, Zhai Linpei, Ding Yalin. Analysis of influence of vibration on transfer function in optics imaging system [J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17(2): 314-320.  
耿文豹, 翟林培, 丁亚林. 振动对光学成像系统传递函数影响的分析[J]. 光学精密工程, 2009, 17(2): 314-320.
- [13] Wang Xiaoyan, Yan Jiqing, Tang Yi, *et al.* Simulation and analysis of high frequency sinusoidal vibration blurred images[J]. Optical Technique, 2011, 37(3): 346-350.  
王晓燕, 闫吉庆, 唐义, 等. 高频振动模糊图像仿真与分析[J]. 光学技术, 2011, 37(3): 346-350.

- [14] Wang Wanting, Guo Jin, Jiang Zhenhua, *et al.* Study of image quality degraded by los jitter[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(4): 0409001.  
王婉婷, 郭劲, 姜振华, 等. 视轴抖动对成像质量影响的研究[J]. 中国激光, 2014, 41(4): 0409001.
- [15] Fiete R D, Paul B D. Modeling the optical transfer function in the imaging chain[J]. Optical Engineering, 2014, 53(8): 083103.
- [16] Zhu Junqing, Sha Wei, Chen Changzheng, *et al.* Frequency response of imaging quality by micro-vibration for large-aperture Space-borne Telescope[J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(5): 1118-1127.  
朱俊青, 沙巍, 陈长征, 等. 大口径空间相机像质的微振动频率响应计算[J]. 光学 精密工程, 2016, 24(5): 1118-1127.
- [17] Liu Chao, Ding Yalin, Tian Dapeng, *et al.* Dynamic modulation transfer function analysis and research of image rotation for aerial camera[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(2): 0211001.  
刘超, 丁亚林, 田大鹏, 等. 航空相机像旋动态调制传递函数分析与研究[J]. 光学学报, 2017, 37(2): 0211001.
- [18] Zhi Xiyang, Hou Qingyu, Wang Shaoyou. Estimation of image sub-pixel jitter based on linear model of image gray level [J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(1): 195-202.  
智喜洋, 侯晴宇, 王少游. 基于灰度线性建模的亚像素图像抖动量计算[J]. 光学 精密工程, 2016, 24(1): 195-202.
- [19] Chen Boyang. Evaluation of MTF for FY-2G middle infrared band based on moon observation and image restoration[J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(2): 430-437.  
陈博洋. 基于月球观测的 FY-2G 中波红外波段在轨调制传递函数评价与图像复原[J]. 光学 精密工程, 2016, 24(2): 430-437.
- [20] Raiter S, Hadar O, Kopeika N S. Influence of motion sensor error on image restoration from vibrations and motion[J]. Optical Engineering, 2002, 41(12): 3276-3282.
- [21] Stern A, Kruchakov I, Yoavi E, *et al.* Recognition of motion-burred images by use of the method of moments[J]. Applied Optics, 2002, 41(11): 2164-2171.
- [22] Yitzhaky Y, Stern A. Restoration of interlaced images degraded by variable velocity motion[J]. Optical Engineering, 2003, 42(12): 3557-3565.
- [23] Wang Jun, Wang Jiaqi, Lu E. Calculation of optical transfer function with two-dimensional image motion[J]. Acta Optica Sinica, 2001, 21(5): 581-585.  
王俊, 王家琪, 卢镔. 图像二维运动时的光学传递函数计算[J]. 光学学报, 2001, 21(5): 581-585.