

# 光瞳离轴自由曲面光学系统像差特性分析

史浩东<sup>1</sup>, 张新<sup>2</sup>, 李英超<sup>1</sup>, 江伦<sup>1</sup>, 王超<sup>1</sup>, 刘壮<sup>1</sup>, 姜会林<sup>1</sup>

<sup>1</sup>长春理工大学空间光电技术研究所, 吉林 长春 130022;

<sup>2</sup>中国科学院长春光学精密机械与物理研究所先进制造技术重点实验室, 吉林 长春 130033

**摘要** 基于节点像差理论,提出了以泽尼克多项式为表征函数的光瞳离轴自由曲面光学系统像差分析方法,推导了光瞳离轴自由曲面系统的三阶像散和彗差解析表达式,分析了自由曲面对光瞳离轴系统像差节点分布的影响。根据像差分布特性,有针对性地选取和优化泽尼克系数,设计了一个光瞳离轴自由曲面空间天文光学系统,系统有效焦距为 25 m,口径为 2 m,视场为  $1.2^\circ \times 1.2^\circ$ 。自由曲面的引入,使系统三阶像散和彗差节点重新回到视场中,不仅平衡了系统光瞳离轴引起的非对称像差,而且有效控制了全视场内点扩展函数(PSF)椭率,减小了星体观测时的测量误差。系统成像质量接近衍射极限,满足使用需求。

**关键词** 几何光学; 自由曲面; 光瞳离轴; 节点像差; 泽尼克多项式

**中图分类号** O435.2      **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201737.1208001

## Analysis of Aberration Properties of Pupil Off-Axis Freeform Surface Optical System

Shi Haodong<sup>1</sup>, Zhang Xin<sup>2</sup>, Li Yingchao<sup>1</sup>, Jiang Lun<sup>1</sup>,  
Wang Chao<sup>1</sup>, Liu Zhuang<sup>1</sup>, Jiang Huilin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Space Optoelectronics Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China;*

<sup>2</sup>*Key Laboratory of Advanced Manufacturing Technology, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China*

**Abstract** Based on the nodal aberration theory, an aberration analysis method for pupil off-axis freeform surface optical system with Zernike polynomial is proposed. The analytical expressions of third-order astigmatism and coma of the pupil off-axis freeform surface system are deduced. The impact of freeform surface on the distribution of aberration nodes of pupil off-axis system is analyzed. According to the aberration distribution properties, with pointed optimization of the Zernike terms, a pupil off-axis freeform surface space telescope optical system is designed. The effective focal length is 25 m, the pupil diameter is 2 m and the field of view is  $1.2^\circ \times 1.2^\circ$ . By introducing the freeform surfaces, the third-order astigmatism and coma nodes are both moved back to the field of view. Therefore, the asymmetric aberrations induced by pupil off-axis are balanced, the point spread functions (PSF) ellipticity are controlled effectively, and the measurement errors of star observation are decreased. The final imaging quality is closed to the diffraction limit, which meets the requirements.

**Key words** geometric optics; freeform surface; pupil off-axis; nodal aberration; Zernike polynomial

**OCIS codes** 080.1010; 080.4228; 220.2740; 240.6700

## 1 引 言

光瞳离轴是将光学系统的孔径光阑移出原共轴系统光路,从而消除中心遮拦的一种离轴方式。光瞳离

**收稿日期:** 2017-07-06; **收到修改稿日期:** 2017-08-01

**基金项目:** 国家自然科学基金(91338116)

**作者简介:** 史浩东(1989—),男,博士研究生,主要从事光学系统设计、自由曲面像差等方面的研究。

E-mail: shihaodong08@163.com

**导师简介:** 姜会林(1945—),男,教授,博士生导师,主要从事光学系统设计、光电检测技术和激光通信技术等方面的研究。E-mail: huilinjiang@edu.cust.cn

轴后,由于系统失去原有的旋转对称特性,系统像差分布将不再遵循传统的近轴像差理论,由此引入的非对称像差将对系统成像质量产生影响。仅利用球面或非球面难以实现对此类像差的平衡和校正。自由曲面作为一种非旋转对称的光学表面,能够为校正非对称像差提供更多的设计自由度,对提升光瞳离轴系统的成像性能具有重要作用。然而,由于目前缺少针对光瞳离轴自由曲面光学系统像差特性的研究,设计者难以有针对性地洞察和控制系统的像差分布,严重影响系统的设计效率和可靠性。因此,研究自由曲面与光瞳离轴系统像差之间的解析关系,明确自由曲面对像差分布的作用机理,对指导此类系统设计具有重要意义。

2005年,Thompson等<sup>[1]</sup>提出的节点像差理论,能够用于分析非轴对称球面光学系统的像差分布;2012年,Wang等<sup>[2]</sup>利用节点像差理论,对球面光瞳离轴系统的三阶波像差进行解析,发现了由光瞳离轴引起的像差耦合现象。2014年,Fuerschbach等<sup>[3-4]</sup>结合矢量像差理论,研究了面型误差对像差场分布的影响,为分析自由曲面像差提供了方法。本文在其工作基础上,重点分析泽尼克多项式自由曲面面型对系统三阶像散和彗差节点分布的影响;设计了一个含泽尼克多项式自由曲面的长焦距、大视场空间天文光学系统,验证了所分析结果对光瞳离轴光学设计具有指导作用。

## 2 理论推导

### 2.1 光瞳离轴球面系统矢量波像差

光瞳离轴后,光瞳坐标发生平移,系统矢量波像差表达式变为

$$\mathbf{W} = \sum_j \sum_p \sum_n \sum_m (W_{klm})_j (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H})^p [(\boldsymbol{\rho} + \mathbf{T}) \cdot (\boldsymbol{\rho} + \mathbf{T})]^n [\mathbf{H} \cdot (\boldsymbol{\rho} + \mathbf{T})]^m, \quad (1)$$

式中 $W_{klm}$ 为第 $j$ 表面的波像差系数, $\mathbf{H}$ 为归一化的视场矢量, $\boldsymbol{\rho}$ 为归一化的光瞳矢量, $\mathbf{T}$ 为由光瞳离轴引起的归一化光瞳偏心矢量。根据Wang等<sup>[2]</sup>的分析,光瞳离轴后,系统各类像差之间出现耦合。例如,三阶像散中含有三阶球差和彗差项,三阶彗差也会受三阶球差的影响,分别如(2)、(3)式所示:

$$\text{dec}_{\text{sph}} \mathbf{W}_{\text{asti}} = 2W_{040} \mathbf{T}^2 \cdot \boldsymbol{\rho}^2 + W_{131} \mathbf{T} \cdot \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho}^2 + \frac{1}{2} W_{222} \mathbf{H}^2 \cdot \boldsymbol{\rho}^2, \quad (2)$$

$$\text{dec}_{\text{sph}} \mathbf{W}_{\text{coma}} = 4W_{040} (\mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\rho})(\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) + W_{131} (\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho})(\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}), \quad (3)$$

式中 $\text{dec}_{\text{sph}} \mathbf{W}_{\text{asti}}$ 、 $\text{dec}_{\text{sph}} \mathbf{W}_{\text{coma}}$ 分别为球面光瞳离轴系统的三阶像散和彗差, $W_{040}$ 、 $W_{131}$ 和 $W_{222}$ 分别为原共轴系统三阶球差、彗差和像散的波像差系数, $\mathbf{T}$ 为光瞳偏心矢量。由以上各式可知,光瞳偏心矢量仅与系统整体波像差系数相关,与单一表面像差无关。

### 2.2 光瞳离轴自由曲面系统矢量波像差

自由曲面表征形式多种多样,研究选取面型拟合能力较强、应用领域较广并且与像差项具有对应关系的泽尼克多项式作为分析对象。泽尼克多项式自由曲面在共轴系统中引入的像差与面型矢高相关,可以表示为<sup>[3-6]</sup>

$$\delta_{x/y} = \frac{(n_2 - n_1)}{\lambda} \sqrt{C_x^2 + C_y^2} \exp(im\alpha_{x/y}) Z(\boldsymbol{\rho} + \Delta\mathbf{h}) = \mathbf{V}_{x/y} \cdot Z(\boldsymbol{\rho} + \Delta\mathbf{h}), \quad (4)$$

式中 $m$ 为倍率系数; $Z$ 为泽尼克多项式矢高; $\mathbf{V}_{x/y}$ 为系数矢高; $n_1$ 和 $n_2$ 分别为入射自由曲面前后的介质折射率; $\lambda$ 为波长; $C_x$ 和 $C_y$ 为一组泽尼克多项式系数; $\alpha_{x/y}$ 为矢量化多项式的方位角,规定沿口径+Y方向顺时针旋转, $\alpha_{x/y} = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{C_y}{C_x}\right)$ ;  $\Delta\mathbf{h}$ 为自由曲面位于远离光阑位置时的口径偏移矢量<sup>[6]</sup>。

当自由曲面系统发生光瞳离轴后,经过入瞳中心的主光线在自由曲面上的入射位置将随光瞳离轴发生偏移,偏移矢量 $\Delta\mathbf{t}$ 与光瞳偏心矢量 $\mathbf{T}$ 近似呈线性关系:

$$\Delta\mathbf{t} = \Delta t \mathbf{T} = \frac{\bar{y}}{R} \mathbf{T}, \quad (5)$$

式中 $\Delta t$ 为光瞳偏心系数, $\bar{y}$ 为轴外视场主光线在自由曲面上的投射高度, $R$ 为自由曲面半径。另外,当自由曲面远离光阑位置时,轴外视场在自由曲面上的投影区域发生偏移,相对口径偏移矢量 $\Delta\mathbf{h}$ 与视场近似呈线性关系<sup>[5-6]</sup>。经坐标变换后,自由曲面等效口径矢量变为 $\boldsymbol{\rho}' = \boldsymbol{\rho} + \Delta\mathbf{t} + \Delta\mathbf{h}$ ,如图1所示。光瞳坐标变换后,

可得泽尼克多项式自由曲面在光瞳离轴系统中位于远离光阑位置时所引入的像差表达式:

$$\delta_{x/y}^{\text{dec}}(\rho') = V_{x/y} \cdot Z(\rho + \Delta t + \Delta h). \quad (6)$$

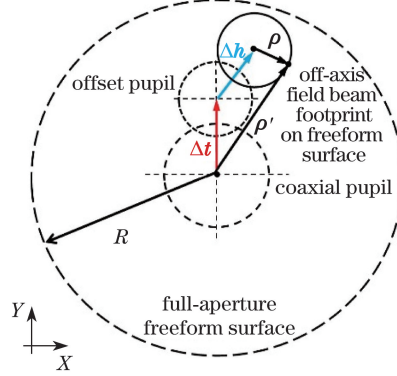


图 1 光瞳离轴自由曲面等效口径偏移矢量

Fig. 1 Equivalent aperture offset vector in the pupil off-axis freeform system

分别针对泽尼克多项式的  $Z_{5/6}$ 、 $Z_{7/8}$  和  $Z_9$  项,分析不同自由曲面面型对光瞳离轴系统三阶像差分布的影响。

### 1) 泽尼克多项式 $Z_{5/6}$ 项

将(6)式展开,可得  $Z_{5/6}$  项自由曲面引入像差的解析表达式,根据矢量乘法法则<sup>[1]</sup>,整理后可得:

$$\delta_{5/6, \text{nonstop}}^{\text{dec}} = V_{5/6} \cdot (\rho + \Delta t + \Delta h)^2 = V_{5/6} \cdot \rho^2 + 2V_{5/6} \Delta h^* \cdot \rho + 2\Delta t V_{5/6} T^* \cdot \rho, \quad (7)$$

式中  $\Delta h^*$  为整理后的口径偏移矢量;  $T^*$  为整理后的光瞳偏心矢量;第一项为视场常量像散;其余两项均为与口径一次方相关的倾斜项,对成像清晰度没有影响,不做考虑。所以,  $Z_{5/6}$  项自由曲面在光瞳离轴系统中将仅引入视场常量像散。将该像散与光瞳离轴系统固有三阶像散相加,即可得到自由曲面光瞳离轴系统的整体像散分布:

$$W_{\text{asti}}^{\text{dec}} = 2W_{040} T^2 \cdot \rho^2 + W_{131} TH \cdot \rho^2 + \frac{1}{2} W_{222} H^2 \cdot \rho^2 + V_{5/6} \cdot \rho^2. \quad (8)$$

当原系统仅校正三阶球差时 ( $W_{040} = 0, W_{131} \neq 0, W_{222} \neq 0$ ), 引入  $Z_{5/6}$  项自由曲面后,系统三阶像散表达式为

$$W_{\text{asti}}^{\text{dec}} = \frac{1}{2} W_{222} H^2 \cdot \rho^2 + W_{131} TH \cdot \rho^2 + V_{5/6} \cdot \rho^2 = \frac{1}{2} W_{222} [(H - a_{C5/6}^{\text{dec}})^2 + b_{C5/6}^2] \cdot \rho^2, \quad (9)$$

其中,

$$\begin{cases} a_{C5/6}^{\text{dec}} = -\frac{W_{131}}{W_{222}} T \\ b_{C5/6}^2 = V_{5/6} - a_{C5/6}^2 \end{cases}. \quad (10)$$

由(10)式可知,像散存在双节点(零点),分别位于:

$$H = a_{C5/6}^{\text{dec}} \pm i b_{C5/6}^{\text{dec}}, \quad (11)$$

并且双节点的对称中心仅沿光瞳偏心矢量  $T$  发生偏移,双节点的相对位置最终由自由曲面面型和矢量  $T$  共同决定。研究利用光学设计软件真实光线追迹功能得到的像散全视场图(FFDs),验证上述理论分析的准确性。根据 Wang 等<sup>[2]</sup>的分析,消球差的球面光瞳离轴系统像散存在双节点,其中一个节点位于视场零点,另一个节点由于光瞳离轴仅发生在子午面内,所以仍在视场  $Y$  轴上,位于  $H = -\frac{2W_{131} T}{W_{222}}$ ,如图 2(a)所示;当引入  $Z_{5/6}$  项自由曲面后,像散双节点现场依然存在,而且双节点对称中心位置未发生改变,但双节点的相对位置改变,如图 2(b)所示。

### 2) 泽尼克多项式 $Z_{7/8}$ 项

$Z_{7/8}$  项自由曲面在光瞳离轴中引入的像差表达式为

$$\begin{aligned} \delta_{7/8, \text{nonstop}}^{\text{dec}} &= 3[V_{7/8} \cdot (\rho + \Delta t + \Delta h)][(\rho + \Delta t + \Delta h) \cdot (\rho + \Delta t + \Delta h)] \\ &\rightarrow (3V_{7/8} \cdot \rho)(\rho \cdot \rho) + 3\Delta h V_{7/8} H \cdot \rho^2 + 3\Delta t V_{7/8} T \cdot \rho^2, \end{aligned} \quad (12)$$

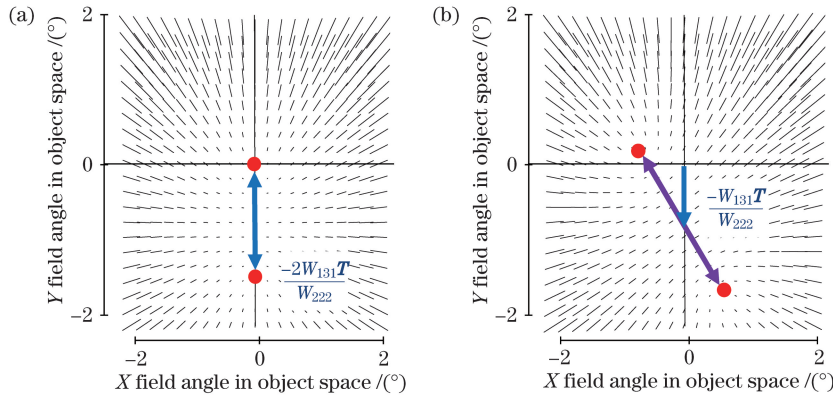


图 2 光瞳离轴系统的像散全视场图。(a)消球差的球面系统;(b)含  $Z_{5/6}$  项自由曲面系统

Fig. 2 Astigmatism FFDs of the pupil off-axis system. (a) Spherical system without spherical aberration; (b) freeform surface system with  $Z_{5/6}$

式中  $\Delta h$  为口径偏移矢量系数,整理可得视场常量彗差项、视场线性像散项和与光瞳偏心矢量有关的像散项。说明在光瞳离轴系统中引入  $Z_{7/8}$  项自由曲面后,将同时影响系统彗差和像散分布。分别将这三种像差与原系统的固有像差相加,可得到含  $Z_{7/8}$  项自由曲面的光瞳离轴系统三阶像散和彗差解析表达式。其中,像散表达式为

$$\begin{aligned} {}_{C_{7/8}}^{dec} W_{asti} = & 2W_{040} T^2 \cdot \rho^2 + W_{131} TH \cdot \rho^2 + \frac{1}{2} W_{222} H^2 \cdot \rho^2 + 3V_{7/8} \Delta h \cdot \rho^2 + 3V_{7/8} \Delta t \cdot \rho^2 = \\ & \frac{1}{2} W_{222} [(H + {}_{C_{7/8}}^{dec} a_{222})^2 + {}_{C_{7/8}}^{dec} b_{222}^2] \cdot \rho^2, \end{aligned} \quad (13)$$

其中,

$$\begin{cases} {}_{C_{7/8}}^{dec} a_{222} = -\frac{W_{131} T + 3\Delta h V_{7/8}}{W_{222}} \\ {}_{C_{7/8}}^{dec} b_{222}^2 = \frac{4W_{040} T^2 + 6\Delta t V_{7/8} T}{W_{222}} - {}_{C_{7/8}}^{dec} a_{222}^2 \end{cases} \quad (14)$$

由上式可知,决定像散双节点对称中心位置的矢量  ${}_{C_{7/8}}^{dec} a_{222}$  将由光瞳偏心矢量和自由曲面面型矢量共同决定,具体关系如图 3(a) 所示。

图 3(b) 为在光瞳离轴系统中引入  $Z_{7/8}$  项自由曲面后,三阶像散节点的分布情况。分析可知,在光瞳离轴系统中像散双节点现象依然存在,但双节点对称中心位置发生改变,并且双节点的相对位置将由面型和光瞳偏心矢量共同计算得出。

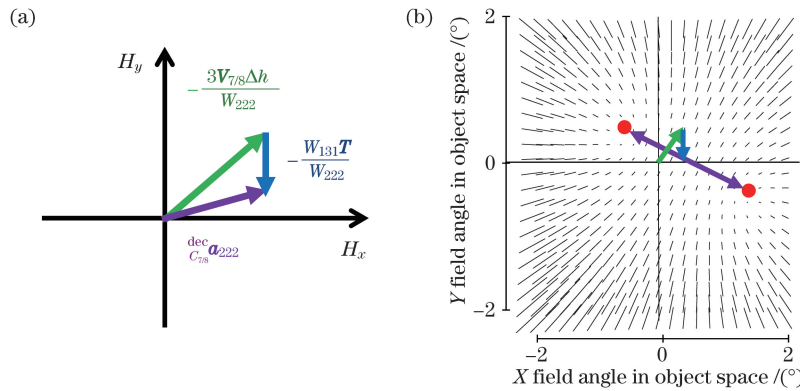


图 3 含  $Z_{7/8}$  项光瞳离轴系统像散节点分布。(a)双节点对称中心位置;(b)像散全视场图

Fig. 3 Distribution of pupil off-axis freeform system with  $Z_{7/8}$ . (a) Position of the symmetrical center of two nodes; (b) FFDs of astigmatism

含  $Z_{7/8}$  项自由曲面的光瞳离轴系统三阶彗差表达式为

$$\begin{aligned} {}_{C_{7/8}}^{\text{dec}} W_{\text{coma}} = & 4W_{040}(\mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\rho})(\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) + W_{131}(\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho})(\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) + (3V_{7/8} \cdot \boldsymbol{\rho})(\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) = \\ & [(\mathbf{W}_{131}\mathbf{H} + 4\mathbf{W}_{040}\mathbf{T} + 3\mathbf{V}_{7/8}) \cdot \boldsymbol{\rho}](\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}). \end{aligned} \quad (15)$$

光瞳离轴使球面系统的三阶彗差节点移出视场零点,位于  $-\frac{4W_{040}\mathbf{T}}{W_{131}}$ ,如图 4(a)所示<sup>[2]</sup>。引入  $Z_{7/8}$  项自由曲面后,彗差节点位置为光瞳偏心矢量和自由曲面面型矢量相加的结果,如图 4(b)所示,具体为

$$\mathbf{H} = \frac{-3V_{7/8} - 4W_{040}\mathbf{T}}{W_{131}}. \quad (16)$$

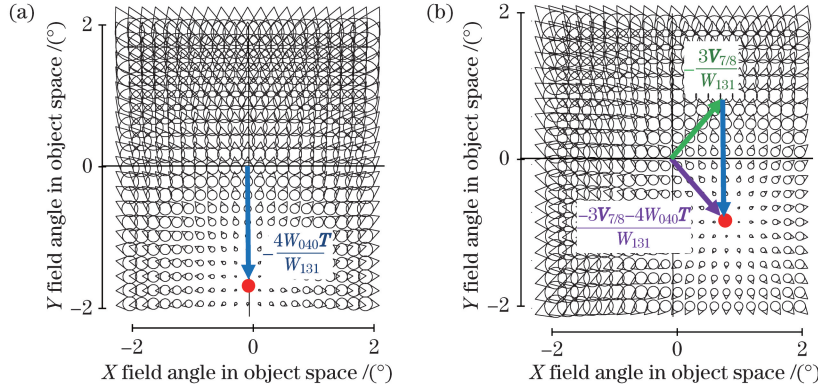


图 4 彗差全视场图。(a)球面光瞳离轴系统;(b)含  $Z_{7/8}$  项光瞳离轴自由曲面系统

Fig. 4 FFDs of coma. (a) Pupil off-axis spherical system; (b) pupil off-axis freeform system with  $Z_{7/8}$

### 3) 泽尼克多项式 $Z_9$ 项

在光瞳离轴系统中引入  $Z_9$  项自由曲面后,光学系统三阶像散表达式为

$$\begin{aligned} {}_{C_9}^{\text{dec}} W_{\text{asti}} = & 2W_{040}\mathbf{T}^2 \cdot \boldsymbol{\rho}^2 + W_{131}\mathbf{TH} \cdot \boldsymbol{\rho}^2 + \frac{1}{2}W_{222}\mathbf{H}^2 \cdot \boldsymbol{\rho}^2 + 12V_9\Delta t^2 \cdot \boldsymbol{\rho}^2 + 12V_9\Delta h^2\mathbf{H}^2 \cdot \boldsymbol{\rho}^2 = \\ & \left(\frac{1}{2}W_{222} + 12V_9\Delta h^2\right) [(\mathbf{H} - {}_{C_9}^{\text{dec}}\mathbf{a}_{222})^2 + {}_{C_9}^{\text{dec}}\mathbf{b}_{222}^2] \cdot \boldsymbol{\rho}^2, \end{aligned} \quad (17)$$

其中,

$$\begin{cases} {}_{C_9}^{\text{dec}}\mathbf{a}_{222} = -\frac{W_{131}}{W_{222} + 24V_9\Delta h^2}\mathbf{T} \\ {}_{C_9}^{\text{dec}}\mathbf{b}_{222}^2 = \frac{8W_{040} + 48\Delta tV_9 - W_{131}^2}{(W_{222} + 24V_9\Delta h^2)^2}\mathbf{T}^2 \end{cases} \quad (18)$$

令  $q = 8W_{040} + 48\Delta tV_9 - W_{131}^2$ ,光瞳偏心矢量  $\mathbf{T}$  沿视场+Y 方向,则当  $q < 0$  时,  ${}_{C_9}^{\text{dec}}\mathbf{b}_{222}^2 < 0$ ,像散双节点均位于视场 Y 轴上,如图 5(a)所示;当  $q > 0$  时,像散双节点关于视场 Y 轴对称分布,如图 5(b)所示。

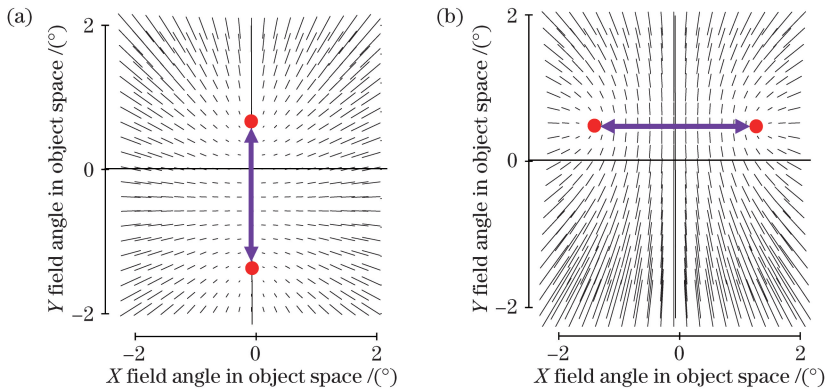


图 5 引入  $Z_9$  项光瞳离轴系统像散双节点分布。(a)  $q < 0$ ; (b)  $q > 0$

Fig. 5 Two nodes distribution of pupil off-axis freeform system with  $Z_9$ . (a)  $q < 0$ ; (b)  $q > 0$

在光瞳离轴系统中引入  $Z_9$  项自由曲面后,系统三阶彗差表达式为

$${}_{C_9}^{dec}W_{coma} = 4W_{040}(\mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\rho})(\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) + W_{131}(\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho})(\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) + 24V_9(\Delta t \cdot \boldsymbol{\rho})(\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) + 24V_9(\Delta h \cdot \boldsymbol{\rho})(\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}). \quad (19)$$

可求得彗差节点位于:

$$\mathbf{H} = -\frac{4W_{040} + 24\Delta t V_9}{W_{131} + 24V_9 \Delta h} \mathbf{T}. \quad (20)$$

球面光瞳离轴系统彗差节点位置与光瞳偏心矢量  $\mathbf{T}$  线性相关,当光瞳仅在子午面内平移,彗差节点位于视场  $Y$  轴上,如图 6(a)所示;引入  $Z_9$  项自由曲面后,彗差节点仍位于视场  $Y$  轴上。值得注意的是,由于面型系数  $V_9$  通常为亚波长量级,对彗差节点位置的影响几乎可以忽略,因此图 6(a)和图 6(b)中的彗差节点位置几乎相同。但  $Z_9$  项的引入改变了系统离焦,导致图 6(b)中各视场点彗差的方向与图 6(a)中相反。

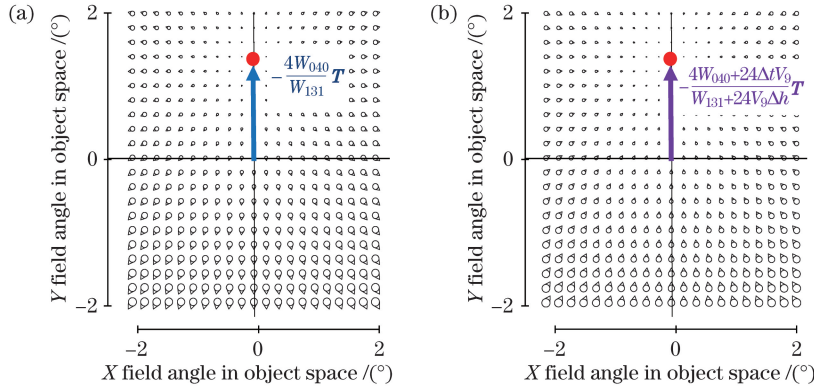


图 6 彗差全视场图。(a)球面光瞳离轴系统;(b)含  $Z_9$  项光瞳离轴自由曲面系统

Fig. 6 FFDs of coma. (a) Pupil off-axis spherical system; (b) pupil off-axis freeform system with  $Z_9$

泽尼克多项式高阶项自由曲面面型对光瞳离轴系统像差分布的影响较复杂,像差节点个数将更多,且节点位置均由光瞳偏心矢量和面型矢量共同决定。

### 3 设计实例

#### 3.1 设计指标

根据上节分析的自由曲面对光瞳离轴系统像差分布的影响,设计了一个光瞳离轴三反空间天文光学系统。利用自由曲面平衡光瞳离轴所引起的非对称像差,有效控制光学系统点扩展函数(PSF)的椭率,以满足天文观测需求。

天文学家通过对星系椭率的反演,研究太空暗物质与暗能量。而光学系统会改变图像中星系的椭率,引入测量误差。因此设计时要严格控制 PSF 椭率,以便后期通过算法能较好地去除此类仪器效应<sup>[7]</sup>。PSF 椭率的定义有很多种,目前最常用的表示方法为

$$e = \frac{Q_{xx}^w - Q_{yy}^w + 2iQ_{xy}^w}{Q_{xx}^w + Q_{yy}^w}, \quad (21)$$

式中,  $Q_{ij}^w = \frac{\int I(x,y)x_i x_j W(x,y) dx dy}{\int I(x,y) W(x,y) dx dy}$  为权重系数,  $I(x,y)$  为采样点  $(x,y)$  的 PSF 值,  $W(x,y)$  为 PSF 半

峰全宽的高斯权重函数。不同的 PSF 采样方式会得到不同的椭率结果。研究规定对 PSF 采用  $2048 \times 2048$  采样,网格采样间隔  $0.1 \mu\text{m}$ ,由此产生的测量误差将小于  $10^{-4}$  量级<sup>[8]</sup>。

不同种类像差对 PSF 椭率的贡献不同,图 7 为光学系统残余不同种类像差时对应的 PSF 图样及椭率。其中,图 7(a)为仅存球差,图 7(b)为校正像散但残余彗差,图 7(c)为校正彗差但残余像散,图 7(d)为残余彗差和像散。通过仿真可知,残余像散对系统 PSF 椭率影响较大,设计时应应对像散加以控制。

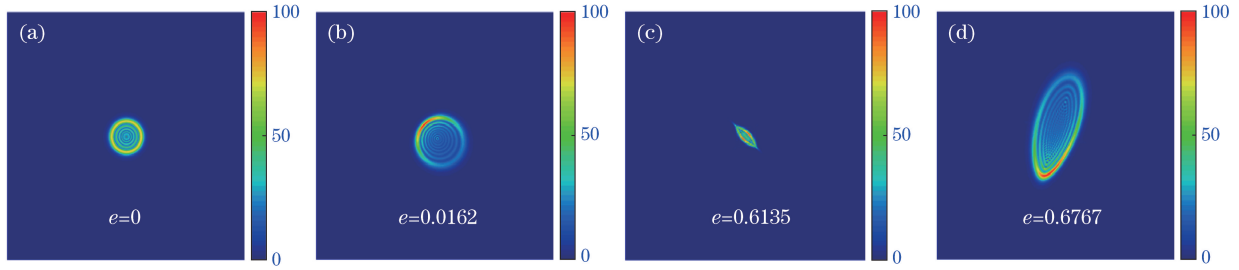


图 7 不同残余像差对 PSF 椭率的影响。(a)仅残余球差;(b)校正正像散残余彗差;(c)校正彗差残余像散;(d)残余彗差和像散

Fig. 7 Effect of different residual aberrations on PSF ellipticity. (a) Residual spherical aberration; (b) residual coma after correcting astigmatism; (c) residual astigmatism after correcting coma; (d) residual coma and astigmatism

根据欧洲 Euclid 望远镜的设计指标,规定设计的空间天文光学系统 PSF 椭率小于 0.15。为满足大视场需求,采用多片探测器拼接的方式,单片探测器像元个数为  $4112 \times 4096$ ,像元尺寸为  $15 \mu\text{m}$ 。多片拼接实现大视场,以缩短巡天周期。具体设计指标如表 1 所示。

表 1 光学系统设计指标

Table 1 Specifications of the optical system

Effective focal length	Pupil diameter	Field of view	PSF ellipticity
25 m	2 m	$1.2^\circ \times 1.2^\circ$	$< 0.15$

### 3.2 设计方法

研究采用库克式三反结构作为系统初始结构,通过二次成像方式,为后续杂光抑制提供空间<sup>[9]</sup>。光焦度分配原则以潘君骅推导的共轴三反系统为基础<sup>[10-13]</sup>。另外还需计算光瞳离轴量  $T$ :

$$T = \frac{D + d_{cp}}{1 - \alpha_1} - \frac{D}{2}, \quad (22)$$

式中  $D$  为系统通光口径,  $\alpha_1$  为次镜(SM)对主镜(PM)的遮拦比;  $d_{cp}$  为投射在次镜上边缘与入射口径下边缘光线之间的空气间隔,当  $d_{cp} > 0$  时,系统消除遮拦影响,如图 8 所示,其中 TM 为三镜。

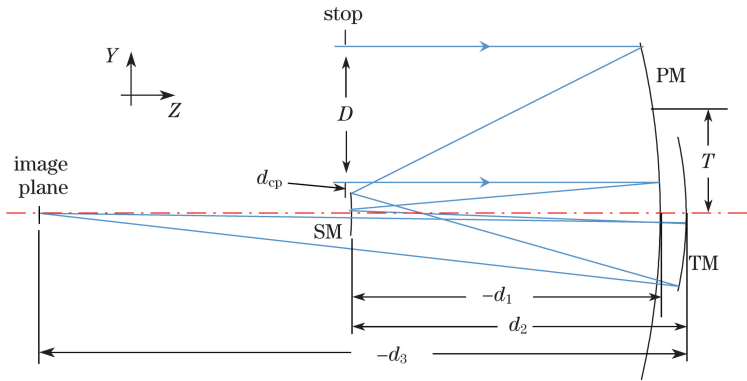


图 8 光瞳离轴光学系统初始结构示意图

Fig. 8 Initial configuration of the pupil off-axis optical system

初始结构建立后,系统三阶像散全视场分布如图 9(a)所示。由于光瞳沿  $Y$  轴离轴量较大,像散双节点中仅有一个节点(图中圆点)位于视场  $Y$  轴下边缘,该视场点对应的 PSF 椭率几乎为零,如图 9(b)所示。该现象验证了像散对 PSF 椭率的影响。初始结构的视场上边缘残余像散量较大,PSF 椭率达到 0.297,不能满足设计要求,需进一步优化。

在不增加系统结构尺寸的前提下,在三镜上引入自由曲面,将像散节点移进设计视场,以平衡视场内非对称像差。首先,将  $C_5$  项泽尼克系数作为优化变量,设置合理的边界条件进行迭代优化。根据上节的分析,

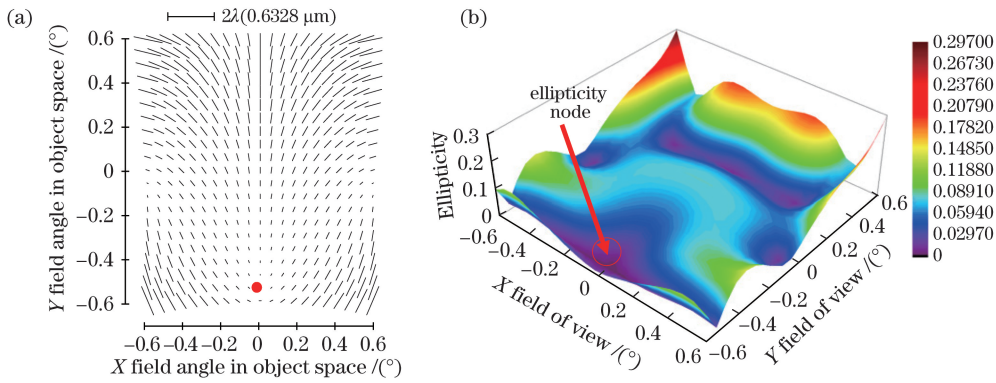


图 9 (a)二次曲面系统像散全视场分布;(b)系统全视场 PSF 椭率

Fig. 9 (a) FFDs of astigmatism distribution of the conic system; (b) PSF ellipticity of the full field

$C_5$  项不改变像散双节点对称中心位置,而且能够保证节点在视场 Y 轴上向视场中心方向移动。但优化后其他视场点的像散量依然较大,仍不满足设计要求。因此,考虑引入  $C_8$  项,与光瞳偏心矢量共同作用,进一步改变像散双节点对称中心位置,使双节点基本出现在设计视场当中。经两轮迭代优化后,虽然系统 PSF 椭率大幅降低到 0.17,但仍大于设计要求的 0.15。因此考虑引入其他高阶泽尼克系数( $C_{11}$ 、 $C_{15}$ 、 $C_{16}$ )进一步优化。引入的泽尼克系数需保持系统像差分布关于视场 Y 轴对称,而且高阶项的引入将增加三阶像散节点个数,能够有效平衡全视场像散,对降低系统 PSF 椭率具有重要作用。系统 PSF 椭率随三镜面型的变化情况如图 10 所示。可见,随着高阶自由曲面的引入,PSF 椭率逐渐下降到 0.15 以下,平均值为 0.06,满足设计指标要求。若继续引入自由曲面高阶项,系统成像质量将进一步提高,但会对加工和检测提出更高的要求。

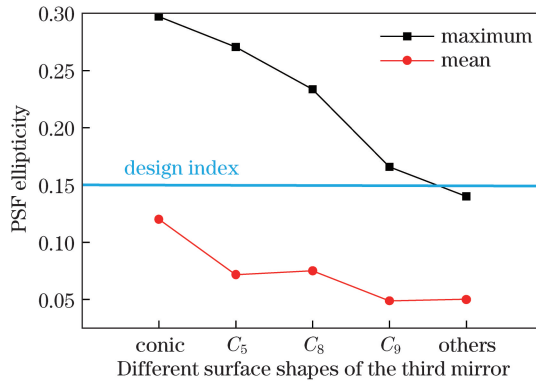


图 10 不同泽尼克系数对 PSF 椭率的影响

Fig. 10 Effect of different Zernike coefficients on PSF ellipticity

### 3.3 设计结果

优化后系统光路如图 11 所示,主次镜均为二次曲面,三镜为自由曲面。系统三阶像散和彗差全视场分布如图 12 所示。像散在全视场范围内存在三个节点,其中一个节点位于视场 Y 轴上,接近视场中心,另两个节点分别对称分布于视场 Y 轴两侧。系统三阶彗差在设计视场内存在两个节点,均在视场 Y 轴上。

优化后系统全视场 PSF 椭率和波像差分别如图 13(a)和(b)所示。由于视场上边缘仍残余一定量的像散,导致该区域椭率较大,但最大值为 0.1495,满足设计指标要求。全视场波前误差均方根(RMS)值小于  $\lambda/10$ ,成像质量接近衍射极限;并且系统波前误差分布与 PSF 椭率分布情况近似,说明设计时可以通过控制波前误差来间接控制 PSF 椭率<sup>[14]</sup>。

优化后系统的调制传递函数(MTF)如图 14 所示,全视场 MTF 值在奈奎斯特频率 33 lp/mm 处优于 0.5,成像质量良好,满足使用要求。



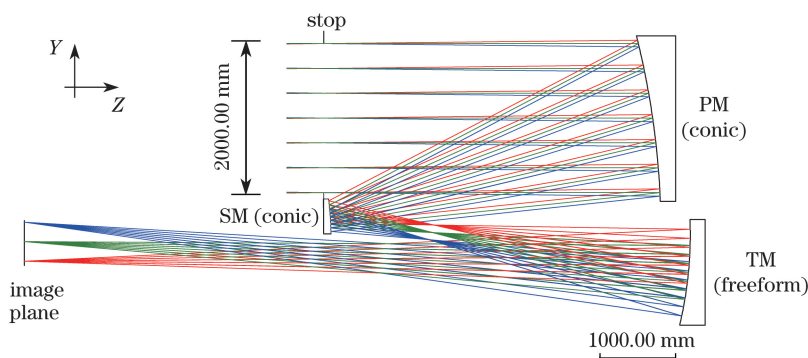


图 11 优化后的系统光路图  
Fig. 11 Layout of the optimized system

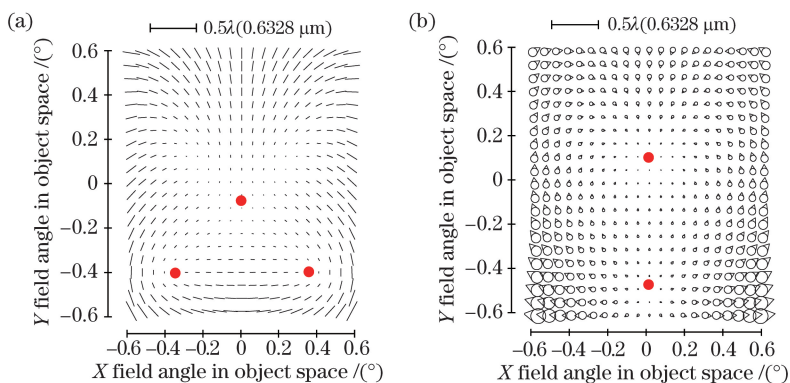


图 12 (a) 优化后系统三阶彗散全视场分布; (b) 优化后系统三阶彗差全视场分布  
Fig. 12 (a) Third-order astigmatism FFDs of the optimized system; (b) third-order coma FFDs of the optimized system

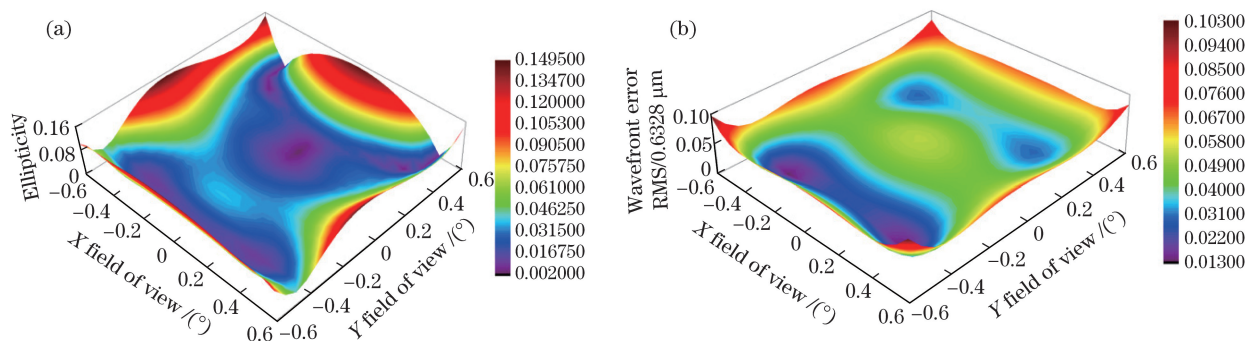


图 13 (a) 优化后系统全视场 PSF 椭率; (b) 波前误差 RMS 值  
Fig. 13 (a) Full field PSF ellipticity of the optimized system; (b) RMS value of the wavefront error

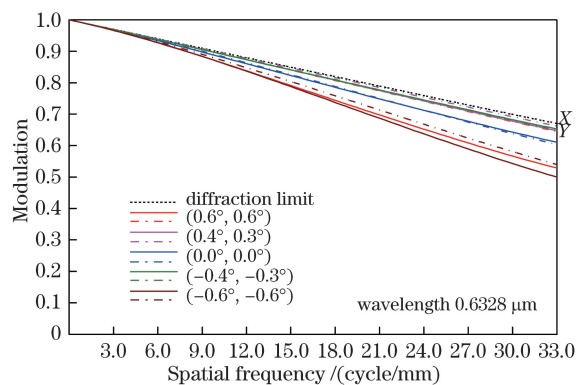


图 14 优化后系统的 MTF 曲线  
Fig. 14 MTF curves of the optimized system

## 4 结 论

在光瞳离轴系统中引入低阶泽尼克多项式自由曲面,没有改变系统三阶像散双节点和彗差单节点特性,但节点位置将根据光瞳离轴系统的固有像差和自由曲面面型发生改变。根据自由曲面对光瞳离轴系统像差分布的影响,有针对性地优化自由曲面面型,设计了长焦距大视场空间天文光学系统。不仅保证了像差分布的对称性,而且有效控制了视场内 PSF 椭率,减小了光学系统对天体观测的测量误差,提高了系统成像质量。未来还需进一步分析高阶自由曲面对光瞳离轴系统像差分布的影响,为高阶像差的校正和光瞳离轴系统装调提供理论指导。

## 参 考 文 献

- [1] Thompson K. Description of the third-order optical aberrations of near-circular pupil optical systems without symmetry[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2005, 22(7): 1389-1401.
- [2] Wang J, Guo B H, Sun Q, *et al.* Third-order aberration fields of pupil decentered optical systems[J]. *Optics Express*, 2012, 20(11): 11652.
- [3] Fuerschbach K, Rolland J P, Thompson K P. Extending nodal aberration theory to include mount-induced aberrations with application to freeform surfaces[J]. *Optics Express*, 2012, 20(18): 20139.
- [4] Fuerschbach K, Rolland J P, Thompson K P. Theory of aberration fields for general optical systems with freeform surfaces[J]. *Optics Express*, 2014, 22(22): 26585.
- [5] Yang T, Zhu J, Jin G. Nodal aberration properties of coaxial imaging systems using Zernike polynomial surfaces[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2015, 32(5): 822-836.
- [6] Shi Haodong, Jiang Huilin, Zhang Xin, *et al.* Research on freeform optical system aberration characteristic based on vector aberration[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(12): 1208003.  
史浩东, 姜会林, 张新, 等. 基于矢量像差的自由曲面光学系统像差特性研究[J]. *光学学报*, 2015, 35(12): 1208003.
- [7] Paulin-Henriksson S, Amara A, Voigt L, *et al.* Point spread function calibration requirements for dark energy from cosmic shear[J]. *Astronomy Astrophysics*, 2008, 484(1): 67-77.
- [8] Kaiser N, Squires G, Broadhurst T. A method for weak lensing observations[J]. *Astrophysical Journal*, 1995, 449(2): 460-475.
- [9] Zhu Yang, Zhang Xin, Wu Yanxiong, *et al.* Research on the optical design and stray light suppression for off-axis reflective space astronomical telescope[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(8): 0822002.  
朱杨, 张新, 伍雁雄, 等. 离轴反射式空间天文望远系统设计及其杂散光抑制研究[J]. *光学学报*, 2014, 34(8): 0822002.
- [10] Pan Junhua. The design, manufacture and test of the aspherical optical surfaces[M]. Suzhou: Suzhou University Press, 2004.  
潘君骅. 光学非球面的设计、加工与检验[M]. 苏州: 苏州大学出版社, 2004.
- [11] Zhao Chunzhu, Cui Qingfeng, Zhao Yuanming, *et al.* Design of fuselage conformal optical system based on freeform correctors[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(10): 1022010.  
赵春竹, 崔庆丰, 赵渊明, 等. 基于自由曲面校正器的机身共形光学系统设计[J]. *光学学报*, 2015, 35(10): 1022010.
- [12] Chang Jun, Weng Zhicheng, Jiang Huilin, *et al.* Design on three-reflective-mirror system used in space[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, 23(2): 216-219.  
常军, 翁志成, 姜会林, 等. 用于空间的三反射镜光学系统设计[J]. *光学学报*, 2003, 23(2): 216-219.
- [13] Liu Jun, Huang Wei, Xu Weicai, *et al.* Optical design of the off-axis three-mirror reflective telecentric system with wide field of view[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(12): 122203.  
刘军, 黄玮, 许伟才, 等. 大视场像方远心离轴三反射镜光学系统设计[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(12): 122203.
- [14] Zeng F, Zhang X, Zhang J P, *et al.* Optics ellipticity performance of an unobscured off-axis space telescope[J]. *Optics Express*, 2014, 22(21): 25277.