

海洋湍流随机相位屏模型

杨天星, 赵生妹

南京邮电大学信号处理与传输研究院, 江苏 南京 210003

摘要 提出一种海洋湍流随机相位屏模型。以海水折射率波动谱为基础,通过功率谱反演法将海洋湍流引起海水介质的折射率变化对传输光束产生的影响等效为随机相位屏对光束的影响,并利用相位结构函数和轨道角动量光束在海洋湍流中的传输特性验证该模型的有效性。研究表明:在光束折射率偏移量较小时,由随机相位屏模型获得的相位结构函数仿真值与理论值可较好地吻合;由随机相位屏模型获得的轨道角动量光束传输特性也与理论分析结果相一致。

关键词 海洋光学; 海洋湍流相位屏; 功率谱反演; 水下光通信; 轨道角动量

中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.1201001

Random Phase Screen Model of Ocean Turbulence

Yang Tianxing, Zhao Shengmei

*Institute of Signal Processing and Transmission, Nanjing University of Posts and Telecommunications,
Nanjing, Jiangsu 210003, China*

Abstract A random phase screen model of ocean turbulence is proposed. Based on the fluctuating spectrum of ocean refractive index, the influence of the refractive index fluctuation of ocean medium on the transmitted beam caused by oceanic turbulence is equivalent to the influence of random phase screens on the beam with the power spectrum inversion method. The validity of the proposed model is testified by the phase structure function and the transmission characteristic of orbital angular momentum beam in ocean turbulence. Results show that the phase structure function values calculated by the random phase screen model are coincident with the theoretical results when the offset of beam refractive index is small. At the same time, the transmission characteristics of the orbital angular momentum beam obtained by the random phase screen model are also consistent with the theoretical analysis results.

Key words oceanic optics; ocean turbulence phase screen; power spectrum inversion; underwater optical communication; orbital angular momentum

OCIS codes 010.4450; 060.4510; 010.7060

1 引 言

从 20 世纪开始,激光在水下的传输和通信就引起了研究人员的兴趣。近年来,随着水下光传输、成像、传感等技术^[1-4]的快速发展,人们更加关注水下光通信技术。

海水是一个复杂的物理、化学、生物组合系统,海洋湍流主要由海水介质对光的折射率起伏所引起。光波在海水中的传输特性是制约海水环境下光无线通信质量的重要因素之一。从 20 世纪 60 年代开始,相关研究引起了人们的广泛关注,例如,Kajiura^[5]研究了海洋湍流层的摩擦系数。1978 年 Brost 等^[6]利用模型

收稿日期: 2017-05-22; **收到修改稿日期:** 2017-07-19

基金项目: 国家自然科学基金(64075075, 61271238)、教育部“宽带无线通信与传感网技术”重点实验室开放课题(NYKL2015011)

作者简介: 杨天星(1992—),男,硕士研究生,主要从事量子信息技术、无线通信与信号处理技术方面的研究。

E-mail: 957986627@qq.com

导师简介: 赵生妹(1968—),女,博士,教授,主要从事量子信息技术、无线通信与信号处理技术方面的研究。

E-mail: zhaosm@njupt.edu.cn (通信联系人)

对海洋稳定边界层进行了分析。1984年 Dillon^[7]详细研究了海洋翻转性结构的能量情况;同年, Gargett^[8]介绍了稳定分层海洋内部铅直方向湍流密度的消散问题。2000年 Nikishov 等^[9]提出了一种综合考虑海水温度、盐度、折射率起伏等因素的空间功率谱以描述海洋湍流。

近年来,随着涡旋光束的优越特性逐渐被发现,人们开始研究海洋湍流对携带轨道角动量(OAM)的涡旋光束传输的影响^[10-11]。Xu 等^[12]推导了随机电磁涡旋光束在海洋湍流中传输的交叉谱密度矩阵的表达式,数值模拟了在海洋湍流介质中电磁涡旋光束的光谱密度、光谱相干度、光谱偏振度等传输特性的演变。Cheng 等^[13]运用 Rytov 近似理论,计算了海洋湍流对拉盖尔-高斯(LG)光束携带 OAM 模式传输的影响,得到单模式 OAM 光束在海洋湍流情况下传输时的探测概率分布,并计算了海洋湍流下基于贝塞尔-高斯光束的 OAM 通信系统的信道容量^[14],其中有效的海洋湍流模型是分析 OAM 光束在海水环境中传输特性的关键。

在过去的几十年里,光在自由空间(大气湍流)中的传输特性得到了深入研究^[15-17],其中大气湍流随机相位屏模型是模拟大气湍流对激光传输影响的一种直观有效的方法^[18-20]。在大气湍流随机相位屏模型中,湍流对自由空间光传输的影响可以等效为光束在一系列的随机相位屏间自由传输。相位屏能随机引起光束相位的改变,从而导致光束幅值的变化,据此可模拟出大气湍流对光束传输的影响。而在诸多湍流相位屏的研究方法中,McGlamery^[21]提出的功率谱反演法因具有计算速度快、适用于多种不同功率谱模型的特点而得到广泛应用。

本文基于 Nikishov 等^[9]提出的海洋湍流折射率功率谱,提出一种基于功率谱反演法的海洋湍流随机相位屏模型。结合文献[22]中的海洋湍流相位结构函数,对所提模型的统计特性进行验证;同时,研究了 OAM 光束在所提模型下的传输特性,并与文献[13]给出的结论进行比较,进一步验证了所提模型的有效性。

2 基于功率谱反演法的海洋湍流相位屏模型的建立

在无湍流区域,光束在传输方向上的归一化函数几乎与光源一致^[23]。在弱湍流区域,海洋湍流对光束强度的扰动比较小,于是,海洋湍流对光束传输的影响可以近似认为是一种纯相位扰动。因此,可以使用一系列随机相位屏的方式来模拟海洋湍流对光束传播的影响。图 1 为海洋湍流相位屏模型示意图。

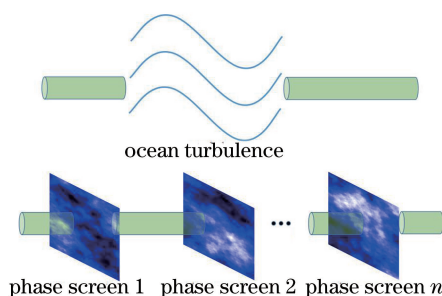


图 1 海洋湍流相位屏模型示意图

Fig. 1 Schematic of ocean turbulence phase screen model

假设相位屏所在的平面为 xy 平面,光束在 z 轴方向上传输。在空间域中,初始光束的光场为 $U_0(x, y)$ 。 $U_0(x, y)$ 为复数,它的模值表示光场强度,角度表示光场相位。假设光束在自由空间条件下传输,若在空间频域中的传输函数为 $U_{prop}(k_x, k_y)$,到达第一个相位屏之前,光束仅为一般传输。到达第一个相位屏时的光场为

$$U_{1-}(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F}[U_0(x, y)] \times U_{prop}(k_x, k_y) \}, \quad (1)$$

式中 k_x, k_y 分别为空间频域中 x 轴、 y 轴方向的频率分量, \mathcal{F} 表示傅里叶变换, \mathcal{F}^{-1} 表示傅里叶逆变换。光束穿过相位屏之后,其光场相位受到相位屏的影响,光场变为

$$U_{1+}(x, y) = U_{1-}(x, y) \exp[i\varphi(x, y)], \quad (2)$$

式中 $\varphi(x, y)$ 为随机相位屏的分布函数。

随机相位屏分布是反映海洋湍流折射率波动的随机复域值,在数值仿真时可用 $N \times N$ 的复数矩阵表示。基于功率谱反演法的相位屏产生方法是:首先生成一个复高斯随机矩阵,然后利用海洋湍流相位扰动的功率谱函数对其进行滤波,最后通过傅里叶逆变换获得相位屏。常见的海水折射率波动谱是由 Nikishov 等提出的^[9],其表达式为

$$\Phi(k_x, k_y) = 0.388 \times 10^{-8} \epsilon^{-1/3} (\sqrt{k_x^2 + k_y^2})^{-11/3} [1 + 2.35(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \eta)^{2/3}] \times \frac{\chi_T}{\omega^2} (\omega^2 e^{-A_T \delta} + e^{-A_S \delta} - 2\omega e^{-A_{TS} \delta}), \quad (3)$$

式中 ϵ 为单位体积海水的能动耗散率,从海水深处到海水表面, ϵ 的取值范围为 $[10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}^3, 10^{-1} \text{ m}^2/\text{s}^3]$; χ_T 为均方温度耗散率,从海水深处到海水表面, χ_T 的取值范围为 $[10^{-10} \text{ K}^2/\text{s}, 10^{-4} \text{ K}^2/\text{s}]$; ω 为温度导致海洋湍流与盐度导致海洋湍流的比值,其取值范围为 $[-5, 0]$, -5 表示海洋湍流完全由温度导致, 0 表示海洋湍流完全由盐度导致; η 为 Kolmogorov 微尺度(内尺度)。通过大量实验测得其他参数分别为: $\delta = 8.284 \times (\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \eta)^{4/3} + 12.978 (\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \eta)^2$, $A_T = 1.863 \times 10^{-2}$, $A_S = 1.9 \times 10^{-4}$, $A_{TS} = 9.41 \times 10^{-3}$ 。

此时,与光束传播方向(z 轴)垂直的任意切片上的海水相位频谱应为

$$F_\Phi(k_x, k_y) = 2\pi k^2 \Delta z \Phi(k_x, k_y), \quad (4)$$

式中 Δz 为湍流层的厚度或光束的传播距离, $k = 2\pi/\lambda$ 为光束的波数。用 $F_\Phi(k_x, k_y)$ 对高斯随机复矩阵 $\mathbf{h}(k_x, k_y)$ 进行滤波,再进行傅里叶变换,可得到

$$\varphi(x, y) = C \sum_{k_x} \sum_{k_y} \mathbf{h}(k_x, k_y) \sqrt{F_\Phi(k_x, k_y)} \exp[i(k_x x, k_y y)], \quad (5)$$

式中 C 为控制相位屏方差的常数因子, $C = (\Delta k_x \Delta k_y)^{1/2}$ 。在离散化的空间域内, $x = m \Delta x$, $y = n \Delta y$, Δx , Δy 为取样间隔,为了方便计算,设 $\Delta x = \Delta y$, m, n 为整数;在波数域内, $k_x = m' \Delta k_x$, $k_y = n' \Delta k_y$, Δk_x , Δk_y 为取样间隔, m', n' 为整数, $\Delta k_x = 2\pi/(N \Delta x)$, $\Delta k_y = 2\pi/(N \Delta y)$, N 为栅格数目。(5)式可写为

$$\varphi(m \Delta x, n \Delta y) = \left[\left(\frac{2\pi}{N} \right)^2 \frac{1}{\Delta x \Delta y} \right]^{\frac{1}{2}} \sum_{m'} \sum_{n'} \mathbf{h}(m', n') \sqrt{F_\Phi(m', n')} \exp \left[i \left(\frac{2\pi m' m}{N} + \frac{2\pi n' n}{N} \right) \right]. \quad (6)$$

令 $\sigma^2(m', n') = \left(\frac{2\pi}{N \Delta x} \right)^2 F_\Phi(m', n')$, 可得到相位屏的表达式为

$$\varphi(m \Delta x, n \Delta y) = \sum_{m'} \sum_{n'} \mathbf{h}(m', n') \sigma(m', n') \exp \left[i \left(\frac{2\pi m' m}{N} + \frac{2\pi n' n}{N} \right) \right] = \text{FFT}[h(m', n') \sigma(m', n')], \quad (7)$$

式中 FFT 表示快速傅里叶变换。

3 模型的验证

通过第 2 节的分析,得到了基于海洋湍流随机相位屏的数学模型,本节将从相位结构函数和 OAM 光束传输特性两方面对其进行验证。

3.1 相位结构函数验证

与大气湍流相似,海洋湍流的统计特性也可以用结构函数来描述,因此可以将相位结构函数作为验证模拟的相位屏正确与否的一种判断标准。根据文献[22],得到海洋湍流相位结构函数的理论表达式为

$$D(r) = 2 \left[\frac{1 - \Delta z^2 (1.84\omega^2 - 40.341\omega + 2077)}{3.063 \times 10^{-7} k^2 (1.116\omega^2 - 2.235\omega + 1.119)} \right] \left(\frac{r'}{r_0} \right)^{5/3}, \quad (8)$$

式中 ω 为光束的束腰半径; r' 为波平面两点之间的距离; r_0 为海洋湍流的相干长度,可表示为

$$r_0 = \left[3.603 \times 10^{-7} k^2 \Delta z \epsilon^{-1/3} \frac{\chi_T}{2\omega^2} (1.116\omega^2 - 2.235\omega + 1.119) \right]^{-3/5} (r_0 \gg \eta). \quad (9)$$

根据海洋湍流随机相位屏的数学模型,并通过数值仿真可得到相位结构函数。相位结构函数的定义式为

$$D(r) = \langle [\varphi(\rho + r) - \varphi(\rho)]^2 \rangle, \quad (10)$$

式中 ρ 和 r 为二维坐标的变量。因此,可用数值仿真方法计算距离为 $0 \sim r$ 的点之间的均方差。在数值仿真中,取相位屏的中心点为固定点,计算中心点和与它相距 $0 \sim r$ 的点的相位均方差。为了取集合平均,对随机产生的 1000 幅相位屏进行数学平均。

在比较理论值与仿真值之前,设置参数为: $\epsilon = 0.001 \text{ m}^2/\text{s}^3$, $\chi_T = 10^{-8} \text{ K}^2/\text{s}$, $\omega = -4$, $\Delta z = 30 \text{ m}$, 波长 $\lambda = 628 \text{ nm}$ 。此时根据(9)式可得 $r_0 = 0.065 \text{ m}$,将其代入(8)式可得 $D(r) = 2(r/r_0)^{5/3}$ 。相位屏采样点个数为 200×200 ,模拟宽度为 1 m 。根据(10)式得到相位结构函数的数值仿真结果,图 2 为相位结构函数的理论值与数值仿真结果的比较图。

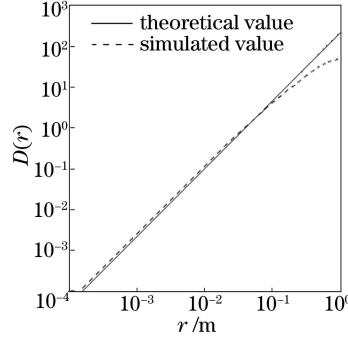


图 2 相位结构函数曲线

Fig. 2 Phase structure function curves

由图 2 可以看出在光束折射率偏移量较小的地方,模拟得到的相位结构函数值与理论值较为接近,表明相位屏可以较好地反映海洋湍流的高频部分。相位屏的最小和最大空间频率分别为 $f_{\min} = \Delta f = 1/L$, $f_{\max} = N' \Delta f / 2 = 1/(2\Delta x)$,其中 Δf 为空间频率间隔, L 为相位屏的尺寸, N' 为取样点数。相位屏并不包含 $(-\Delta f_x/2, \Delta f_x/2)$ 和 $(-\Delta f_y/2, \Delta f_y/2)$ 这两部分低频成分,于是在光束折射率偏移量大的地方相位结构函数仿真值与理论值存在偏差。

3.2 OAM 光束传输特性验证

为了进一步验证海洋湍流随机相位屏模型的有效性,对 OAM 光束在海洋湍流中的传输特性进行分析。LG 光束是较为常见的携带 OAM 的光束,其在柱坐标系下沿 z 轴方向传输的电场表达式为

$$U(r, \theta, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p + |l|)!}} \frac{1}{\omega(z)} \left[\frac{r\sqrt{2}}{\omega(z)} \right]^{|l|} L_p^l \left[\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right] \exp \left[\frac{-r^2}{\omega^2(z)} \right] \exp \left[\frac{-ikr^2 z}{2(z^2 + z_R^2)} \right] \times \exp \left[i(2p + |l| + 1) \tan^{-1} \frac{z}{z_R} \right] \exp(-il\theta), \quad (11)$$

式中 z 为传输距离, $z_R = \pi\omega_0/\lambda$ 为瑞利距离, $L_p^l(\cdot)$ 为缔合拉盖尔多项式, p 为径向指数, l 为拓扑荷数。2016 年 Cheng 等^[13]利用 Rytov 近似理论给出了在海洋湍流环境中,湍流因素对 OAM 螺旋谱的影响,结果表明:光束在海洋湍流中传输时,不同模式之间的 OAM 会发生串扰。OAM 光束在海洋湍流中的探测概率为

$$P_l(z) = \int_0^R \left(L_{p_0}^{l_0} \left[\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right] \right)^2 \left[\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right]^{l_0} \exp \left(-\frac{2r^2}{\omega^2(z)} - \frac{2r^2}{\rho_0^2} \right) I_{l-l_0} \left(\frac{2r^2}{\rho_0^2} \right) r dr / \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^R \left(L_{p_0}^{l_0} \left[\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right] \right)^2 \left[\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right]^{l_0} \exp \left(-\frac{2r^2}{\omega^2(z)} - \frac{2r^2}{\rho_0^2} \right) I_{m-l_0} \left(\frac{2r^2}{\rho_0^2} \right) r dr \right\}, \quad (12)$$

式中 $I_n(\cdot)$ 为第二类 n 阶贝塞尔函数, ρ_0 为有效空间相干长度, l_0 为初始光束的拓扑荷数, p_0 为径向指数。

根据基于相位屏模型的 LG 光束的探测概率可验证所提模型的正确性。假设未经过相位屏的 LG 光束的光场强分布为 $U_{l_0}(r, \theta, z)$, 根据(1)、(2)式, LG 光束经过相位屏之后,由于湍流的弥散作用,得到不同 OAM 模式的叠加态 $\sum_l U_l(r, \theta, z)$ 。由于不同 l 值的 OAM 光束是相互正交的,利用正交性可以提取出 U_l 中 $l=l_0$ 的分量,则 LG 光束的探测概率可以表示为

$$P = \frac{\int |U_{l=l_0}(r, \theta, z)|^2 r dr d\theta}{\sum_l \int |U_l(r, \theta, z)|^2 r dr d\theta}. \quad (13)$$

对 LG 光束在海洋湍流中的探测概率分布进行数值仿真。传输距离为 1~50 m, $l_0 = 1, p_0 = 1, \omega = 0.01$ m。相位屏中各参数分别为: $\eta = 0.001, \epsilon = 0.001 \text{ m}^2/\text{s}^3, \chi_T = 10^{-7} \text{ K}^2/\text{s}, \omega = -4$ 。对 100 次计算结果取平均, 得到最终的仿真结果。图 3 显示了不同波长下 OAM 光束的探测概率与传输距离之间的关系, 结果表明探测概率随着波长的增加而增大。若进一步考虑海水的吸收和色散, 则认为蓝绿光最适合传输。

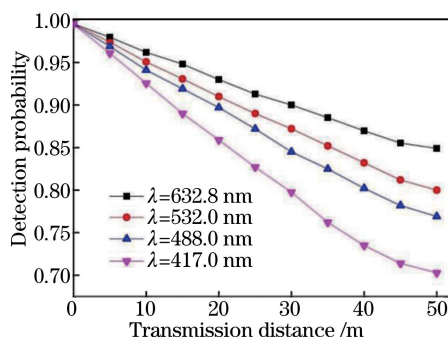


图 3 不同波长时 OAM 光束的探测概率随传输距离 Δz 的变化

Fig. 3 Variation in detection probability of OAM beam with Δz under different λ

进一步分析可知, 以上所得结果与文献[13]推导出的结果相符。根据文献[13], 当波长为 417 nm、其他参数相同的情况下, OAM 光束在 10, 20, 40 m 处的探测概率分别为 0.91, 0.85, 0.77, 同等条件下由所提海洋湍流随机相位屏模型获得的结果分别为 0.93, 0.85, 0.74; 当波长为 532 nm、其他参数相同的情况下, OAM 光束在 10, 20, 40 m 处探测概率分别为 0.94, 0.90, 0.83, 所提模型获得的结果分别为 0.95, 0.91, 0.85, 其他情况下也大体相同。由于相位屏具有随机性, 每次得到的结果都会有细小的差别, 所以本文结果与文献[13]推导出的公式计算结果也存在微小差异。

以上是从 OAM 光束探测概率的角度对所提模型进行验证。文献[13]运用 Rytov 近似理论计算了海洋湍流下 LG 光束的探测概率。使用海洋湍流相位屏模型在相同参数情况下得到的结果与文献[13]的结果一致, 可以验证所提模型能够有效地模拟海洋湍流对 OAM 光束传输的影响。

4 结 论

采用功率谱反演法, 提出了一种基于海洋湍流折射率功率谱的海洋湍流随机相位屏模型。在弱湍流扰动情形下, 当海洋湍流引起的光强波动足够小时, 海水介质因受海洋湍流的影响, 产生折射率变化, 进而对光束传输产生影响, 这种影响可等效为随机相位屏对光束传输的影响。基于相位结构函数和相位屏对 OAM 光束在海洋湍流中传输特性的影响进行分析, 验证了海洋湍流随机相位屏模型的有效性。数值结果表明: 光束折射率偏移量较小时, 由随机相位屏模型获得的相位结构函数与理论值可较好地吻合; 同时, 由随机相位屏模型获得的 OAM 光束的传输特性也与不同方法分析得出的结果相符合。因此, 基于功率谱反演法的海洋湍流随机相位屏模型可以有效地描述海洋湍流对光束传输的作用, 这将为水下 OAM 光束复用技术的研究提供基础。

参 考 文 献

- [1] Pu Huan, Ji Xiaoling. Problems of optical imaging in oceanic turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(10): 1026014.
蒲欢, 季小玲. 海洋湍流中光学成像相关问题研究[J]. 光学学报, 2016, 36(10): 1026014.
- [2] Baghdady J, Miller K, Morgan K, *et al.* Multi-gigabit/s underwater optical communication link using orbital angular momentum multiplexing[J]. Optics Express, 2016, 24(9): 9794-9805.
- [3] Noh Y, Lee U, Lee S, *et al.* Hydrocast: Pressure routing for underwater sensor networks[J]. IEEE Transactions on

- Vehicular Technology, 2016, 65(1): 333-347.
- [4] Han Biao, Zhao Wei, Wang Wei, *et al.* Modified photon counting communication method for underwater application [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(8): 0806004.
韩彪, 赵卫, 汪伟, 等. 面向水下应用的改进型光子计数通信方法[J]. *光学学报*, 2016, 36(8): 0806004.
- [5] Kajiura K. A model of the bottom boundary layer in water waves [J]. *Bulletin of the Earthquake Research Institute*, 1968, 46: 75-123.
- [6] Brost R A, wyngaard J C. A model study of the stably stratified planetary boundary layer [J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1978, 35(8): 1427-1440.
- [7] Dillon T M. The energetics of overturning structures: Implications for the theory of fossil turbulence [J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1984, 14(3): 541-549.
- [8] Gargett A E. Vertical eddy diffusivity in the ocean interior [J]. *Journal of Marine Research*, 1984, 42(2): 359-393.
- [9] Nikishov V V, Nikishov V I. Spectrum of turbulent fluctuations of the sea-water refraction index [J]. *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 2000, 27(1): 82-98.
- [10] Allen L, Beijersbergen M w, Spreeuw R J C, *et al.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [11] Zhao Shengmei, Jiang Xincheng, Gong Longyan, *et al.* Communications using orbital angular momentum multiplexing [J]. *Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition)*, 2015, 35(6): 1-13.
赵生妹, 蒋欣成, 巩龙延, 等. 轨道角动量态复用通信研究 [J]. *南京邮电大学学报(自然科学版)*, 2015, 35(6): 1-13.
- [12] Xu J, Zhao D M. Propagation of a stochastic electromagnetic vortex beam in the oceanic turbulence [J]. *Optics & Laser Technology*, 2014, 57: 189-193.
- [13] Cheng M J, Guo L X, Li J T, *et al.* Propagation of an optical vortex carried by a partially coherent Laguerre-Gaussian beam in turbulent ocean [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(17): 4642-4648.
- [14] Cheng M J, Guo L X, Li J T, *et al.* Channel capacity of the OAM-based free-space optical communication links with Bessel-Gauss beams in turbulent ocean [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2016, 8(1): 7901411.
- [15] wang Bei, Shi Peng, Zhao Shengmei. Numerical simulations of FSO channel through atmosphere turbulence [J]. *Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition)*, 2012, 32(4): 32-37.
王李, 施鹏, 赵生妹. 大气湍流下自由光通信信道模型的数值仿真 [J]. *南京邮电大学学报(自然科学版)*, 2012, 32(4): 32-37.
- [16] Zhao Jiaqi, Xu Yinfan, Li Jiehui, *et al.* Turbulence channel modeling of visible light communication under strong background noise and diversity receiving technologies [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(3): 0301001.
赵嘉琦, 徐银帆, 李洁慧, 等. 强背景光下可见光大气湍流信道建模及分集接收技术 [J]. *光学学报*, 2016, 36(3): 0301001.
- [17] Ke Xizheng, Liu Mei. Diversity reception technology over atmospheric turbulence channels in wireless optical communication [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(1): 0106005.
柯熙政, 刘妹. 湍流信道无线光通信中的分集接收技术 [J]. *光学学报*, 2015, 35(1): 0106005.
- [18] Zhang Huimin, Li Xinyang. Numerical simulation of wavefront phase screen distorted by atmospheric turbulence [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, 33(1): 14-19.
张慧敏, 李新阳. 大气湍流畸变相位屏的数值模拟方法研究 [J]. *光电工程*, 2006, 33(1): 14-19.
- [19] Xiang Jinsong. High-frequency error compensation method for the fast Fourier transform-based turbulent phase screen [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(10): 1001003.
向劲松. 快速傅里叶变换湍流相位屏高频误差的补偿方法 [J]. *光学学报*, 2014, 34(10): 1001003.
- [20] Feng Fan, Li Changwei. Simulation of atmospheric turbulence phase screen based on wavelet analysis [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(1): 0101004.
丰帆, 李常伟. 基于小波分析的大气湍流相位屏模拟 [J]. *光学学报*, 2017, 37(1): 0101004.
- [21] McGlamery B L. Computer-simulation studies of restoration of turbulence-degraded images (A) [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1976, 66(2): 174-174.
- [22] Lu L, Ji X L, Baykal Y. wave structure function and spatial coherence radius of plane and spherical waves propagating through oceanic turbulence [J]. *Optics Express*, 2014, 22(22): 27112-27122.
- [23] He Q, Turunen J, Friberg A T. Propagation and imaging experiments with Gaussian Schell-model beams [J]. *Optics Communications*, 1988, 67(4): 245-250.