

# 具有余弦-洛伦兹关联结构函数部分相干 高斯光束的聚焦性质

朱 洁<sup>1</sup>, 唐慧琴<sup>2</sup>, 李晓利<sup>1</sup>

<sup>1</sup>贵州理工学院理学院, 贵州 贵阳 550003;

<sup>2</sup>中南大学物理与电子学院, 湖南 长沙 410083

**摘要** 引入一类新的部分相干光束,其谱相干度或关联结构函数具有余弦-洛伦兹的非传统相关函数形式(即非高斯函数形式),这类部分相干光束满足 Gori 确定的充分条件,是物理上可实现的光束。基于广义惠更斯-菲涅耳衍射的 Collins 积分公式,获得了余弦-洛伦兹关联结构函数部分相干高斯光束通过近轴 ABCD 光学系统传输时其交叉谱密度函数的一般解析表达式,并探讨了光束经过薄透镜聚焦时光强分布的演化特性。结果表明:该类光束在合适的参数条件下能呈现自分裂和自整形等奇异传输特性,且这些传输特性与关联结构函数的性质密切相关;这类光束的自分裂和束斑形状变化是由关联结构函数中的不同因子产生的。因此,调控这类部分相干光束的关联结构函数分布可以有效调制其相干长度和非均匀性,从而可操控光束传输行为。该研究结果为实现 4 个正方形光束提供了可能方案,在工程技术领域具有重要的应用前景。

**关键词** 物理光学; 部分相干光束; 关联结构函数; 自分裂; 自整形

**中图分类号** O436      **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201737.1126001

## Focusing Properties of Partially Coherent Gaussian Beam with Cosine-Lorentz Correlated Structural Function

Zhu Jie<sup>1</sup>, Tang Huiqin<sup>2</sup>, Li Xiaoli<sup>1</sup>

<sup>1</sup>College of Science, Guizhou Institute of Technology, Guiyang, Guizhou 550003, China;

<sup>2</sup>School of Physical Science and Technology, Central South University, Changsha, Hunan 410083, China

**Abstract** We propose a new kind of partially coherent beams whose non-conventional correlation function, also called spectral degree of coherence (SDOC), contains two nonconventional components, i. e., a cosine and a Lorentz functions. Such beam meets the sufficient condition established by Gori, and thus it is physically realizable. Analytical expressions of the cross-spectral density function of the proposed beam passing through a paraxial ABCD optical system are derived based on the generalized Huygens-Fresnel diffraction Collins formula. The light intensity distribution properties of beams focused by a thin lens are further analytically investigated. Results show that the proposed beam exhibits extraordinary propagation properties such as self-splitting and self-shaping, and these transmission properties are closely related to the properties of the correlation function. The cosine-function factor of the total SDOC is responsible for the self-splitting behavior and the Lorentz-function factor determines the self-shaping phenomenon. It is clearly shown that modulating the non-conventional SDOC of a partially coherent beam can alter the coherence length and the degree of nonuniformity, and thus provides an effective way to manipulate its focusing properties. Therefore, the results provide an alternative method for realizing four square beam spots, and have important application prospect in the engineering field.

**Key words** physical optics; partially coherent beam; correlated structural function; self-splitting; self-shaping

**OCIS codes** 260.1960; 030.1640; 030.1670; 140.3300

**收稿日期:** 2017-05-11; **收到修改稿日期:** 2017-07-03

**基金项目:** 贵州理工学院高层次人才引进科研启动经费

**作者简介:** 朱 洁(1987—),女,博士,副教授,主要从事物理光学、光束传输与变换方面的研究。

E-mail: jiezh\_16@163.com

## 1 引 言

相干性质是光束的重要物理性质之一,部分相干光束一直是广泛研究的重要课题<sup>[1]</sup>。理论上,以往所研究的部分相干光束大都集中在关联结构函数具有高斯分布或贝塞尔函数分布的情形<sup>[2-6]</sup>。而实际中的部分相干光束的关联结构函数可以具有多种复杂的空间结构。为此,Gori 等<sup>[7]</sup>从理论上建立了构建部分相干光束关联结构函数的充分条件,此后提出了一系列新的、非传统(非高斯函数形式)的特殊关联结构函数的部分相干光束。近年来对此问题的研究比较活跃,研究表明,具有特殊关联结构函数的部分相干光束具有许多奇异性质。例如,具有厄米-高斯、矩形对称余弦-高斯及矩形对称拉盖尔-高斯关联结构函数的部分相干高斯光束在自由空间传输过程中展现出自分裂特性,即从单个高斯光斑演变为多光斑结构,经透镜聚焦或在大气湍流中传输时会产生自分裂-自复合现象<sup>[8-13]</sup>;具有环形对称拉盖尔-高斯关联结构函数的部分相干高斯光束在传输过程中呈现自整形效应,能从单个高斯光斑演变成环形结构,并且经过聚焦后可以在焦点附近产生三维可控的光学囚笼<sup>[14-28]</sup>;具有洛伦兹关联结构函数的部分相干(LSM)光束也具有自整形现象,能从单个高斯光斑演变成正方形光束<sup>[29-31]</sup>;具有相干格点分布关联结构函数的部分相干高斯光束在传输过程中呈现光强格点分布<sup>[32-36]</sup>。一些具有特殊关联结构函数的部分相干光束在实验中成功得到<sup>[10-12,15-17,33,37-38]</sup>。由于这些奇特的传输性质,具有特殊关联结构函数的部分相干光束在大气激光通信、图像传输、光学成像、粒子俘获、微粒操控等领域具有重要的应用价值。关于激光相干性调控及应用的详尽评述可在文献<sup>[39]</sup>中找到。本文将 LSM 光束推广到一类新的具有余弦-洛伦兹函数形式的关联结构函数部分相干光束,并命名为余弦-洛伦兹关联结构函数部分相干高斯(cLSM)光束。推导出了该类光束通过近轴 ABCD 光学系统传输的一般表达式,并以此为基础研究了光束通过薄透镜的聚焦性质。

## 2 cLSM 源的理论模型

用  $W^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  表示单色部分相干光束在源平面处的交叉光谱密度函数,其中  $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1)$  和  $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2)$  是光源横平面上两个点的直角坐标。为便于计算,这里忽略了交叉光谱密度函数与光波频率的关系。由于交叉光谱密度函数必须有非负定的积分核,即对于任意的函数  $f(\mathbf{r})$ ,必定存在<sup>[7]</sup>

$$\iint d^2\mathbf{r}_1 d^2\mathbf{r}_2 W^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) f(\mathbf{r}_1) f(\mathbf{r}_2) \geq 0. \quad (1)$$

为此,Gori 等<sup>[7]</sup>证明:在空间-频率域中,为满足(1)式,部分相干光束的交叉光谱密度函数可以表示为

$$W^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \iint d^2\mathbf{v} p(\mathbf{v}) H_0^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{v}) H_0(\mathbf{r}_2, \mathbf{v}), \quad (2)$$

式中  $H_0(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  为任意函数, \* 表示共轭,  $p(\mathbf{v})$  为非负函数,  $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$  为非相干光的位置坐标。这时关联结构函数(也称谱相干度分布函数)可以表示为

$$\mu(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{W^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)}{\sqrt{W^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) W^{(0)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2)}}. \quad (3)$$

通过选择合适的  $H_0(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  和  $p(\mathbf{v})$ , 构建物理上可实现的交叉光谱密度函数及相应的关联结构函数,以描述具有不同性质的部分相干光束。通常认为  $H_0(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  具有类似 Fourier 的结构,即  $H_0(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \tau(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})$ , 其中  $\tau(\mathbf{r})$  一般为任意复函数,代表了源平面上场强度的分布位形结构形式,这里将研究  $\tau(\mathbf{r})$  具有高斯分布时的情形,即

$$\tau(\mathbf{r}) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{4\omega_0^2}\right), \quad (4)$$

式中  $\omega_0$  为束宽参数。设非负函数  $p(\mathbf{v})$  为

$$p(v_x, v_y) = \frac{1}{4} \left[ p_L\left(v_x + \frac{\beta_x}{\delta}, v_y + \frac{\beta_y}{\delta}\right) + p_L\left(v_x + \frac{\beta_x}{\delta}, v_y - \frac{\beta_y}{\delta}\right) + p_L\left(v_x - \frac{\beta_x}{\delta}, v_y + \frac{\beta_y}{\delta}\right) + p_L\left(v_x - \frac{\beta_x}{\delta}, v_y - \frac{\beta_y}{\delta}\right) \right], \quad (5)$$

式中  $\delta$  为相干长度参数,  $\beta_x, \beta_y$  为与余弦函数相关的参数,  $p_L(v_x, v_y)$  可表示为

$$p_L(v_x, v_y) = \delta^2 \exp[-\delta(|v_x| + |v_y|)]. \quad (6)$$

(6) 式为文献[30]中所用的正定函数。Fourier 平移定理<sup>[40]</sup>为

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(z - z_0) \exp(izx) dz = \exp(iz_0x) \int_{-\infty}^{\infty} f(y) \exp(ixy) dy, \quad (7)$$

式中  $z_0$  为平移参数。利用(7)式容易获得交叉光谱密度函数为

$$W^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \exp\left(-\frac{\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2}{4\omega_0^2}\right) \mu(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (8)$$

其中

$$\mu(x_d, y_d) = \frac{\delta^4}{(x_d^2 + \delta^2)(y_d^2 + \delta^2)} \cos\left(\frac{\beta_x x_d}{\delta}\right) \cos\left(\frac{\beta_y y_d}{\delta}\right), \quad (9)$$

式中  $x_d = x_1 - x_2, y_d = y_1 - y_2, \mu(0, 0) = 1$ 。由(9)式定义的关联结构函数具有余弦-洛伦兹函数形式, 其对应的部分相干高斯光束即为 cLSM 光束。实际上, 文献[30]研究的 LSM 光束是所引入的 cLSM 光束在  $\beta_x = \beta_y = 0$  时的特殊情形。正如  $p_L(\mathbf{v})$  是正定的, 由(5)、(6)式所定义的  $p(\mathbf{v})$  也总是正定的, 因此 cLSM 光束是物理上可实现的。图 1 给出了不同  $\beta_x (\beta_y)$  参数时 cLSM 光束在源平面上空间关联结构函数  $|\mu(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)|$  的分布情况。

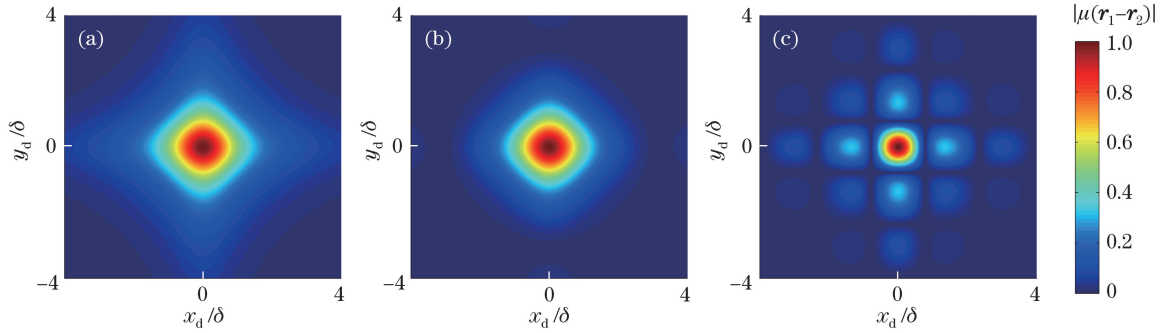


图 1 不同  $\beta_x (\beta_y)$  参数时 cLSM 光束在源平面上  $|\mu(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)|$  的分布情况。

(a)  $\beta_x = \beta_y = 0$ ; (b)  $\beta_x = \beta_y = 0.5$ ; (c)  $\beta_x = \beta_y = 2.0$

Fig. 1 Distributions of  $|\mu(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)|$  of cLSM beam in source plane for different values of  $\beta_x (\beta_y)$ .

(a)  $\beta_x = \beta_y = 0$ ; (b)  $\beta_x = \beta_y = 0.5$ ; (c)  $\beta_x = \beta_y = 2.0$

### 3 cLSM 光束通过 ABCD 光学系统的传输公式

推导 cLSM 光束的交叉光谱密度函数通过 ABCD 光学系统的传输公式。根据广义惠更斯-菲涅耳衍射积分的 Collins 公式, 部分相干光束通过 ABCD 光学系统时, 在  $z > 0$  处接收平面上的交叉光谱密度函数可以表示为<sup>[38]</sup>

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) = \frac{1}{(\lambda B)^2} \exp\left[\frac{ikD}{2B}(\boldsymbol{\rho}_2^2 - \boldsymbol{\rho}_1^2)\right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{r}_1 d^2\mathbf{r}_2 W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0) \times \exp\left[-\frac{ikA}{2B}(\mathbf{r}_1^2 - \mathbf{r}_2^2) + \frac{ik}{B}(\mathbf{r}_1 \cdot \boldsymbol{\rho}_1 - \mathbf{r}_2 \cdot \boldsymbol{\rho}_2)\right], \quad (10)$$

式中  $\boldsymbol{\rho}_1 = (\rho_{x1}, \rho_{y1})$  和  $\boldsymbol{\rho}_2 = (\rho_{x2}, \rho_{y2})$  为接收横平面上两点的位置直角坐标,  $A, B$  和  $D$  为近轴光学系统的传输矩阵的矩阵元,  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\lambda$  代表光波波长。

将交叉光谱密度函数[(8)式]代入(10)式, 得到

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) = \frac{\delta^4}{(\lambda B)^2} \exp\left[\frac{ikD}{2B}(\boldsymbol{\rho}_2^2 - \boldsymbol{\rho}_1^2)\right] \times [W_{++}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) + W_{+-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) + W_{-+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) + W_{--}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)], \quad (11)$$

式中

$$W_{\pm\pm}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2\mathbf{r}_1 d^2\mathbf{r}_2}{[(x_1 - x_2)^2 + \delta^2][(y_1 - y_2)^2 + \delta^2]} \times \exp\left[-\frac{\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2}{4w_0^2} - \frac{ikA}{2B}(\mathbf{r}_1^2 - \mathbf{r}_2^2) + \frac{ik}{B}(\mathbf{r}_1 \cdot \boldsymbol{\rho}_1 - \mathbf{r}_2 \cdot \boldsymbol{\rho}_2) \pm i\beta_x \frac{x_1 - x_2}{\delta} \pm i\beta_y \frac{y_1 - y_2}{\delta}\right], \quad (12)$$

令  $\mathbf{r}_s = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ ,  $\mathbf{r}_d = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ ,  $\boldsymbol{\rho}_s = (\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)/2$ ,  $\boldsymbol{\rho}_d = \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2$ , 则有

$$W_{\pm\pm}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2\mathbf{r}_s d^2\mathbf{r}_d}{(x_d^2 + \delta^2)(y_d^2 + \delta^2)} \exp\left(-\frac{x_s^2 + y_s^2}{2w_0^2} - \frac{x_d^2 + y_d^2}{8w_0^2}\right) \times \exp\left[-\frac{ikA}{B}(x_s x_d + y_s y_d) + \frac{ik}{B}(\rho_{xd} x_s + \rho_{xs} x_d + \rho_{yd} y_s + \rho_{ys} y_d) \pm \frac{i\beta_x}{\delta} x_d \pm \frac{i\beta_y}{\delta} y_d\right], \quad (13)$$

完成对  $\mathbf{r}_s$  的积分并整理后, (13) 式可表示为

$$W_{\pm\pm}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = 2\pi w_0^2 \exp\left[-\frac{k^2 w_0^2}{2B^2}(\rho_{xd}^2 + \rho_{yd}^2)\right] Q_x(U_{x\pm}) Q_y(U_{y\pm}), \quad (14)$$

式中  $U_{q\pm} = \rho_{qs} - \frac{2iAz_R}{B}\rho_{qd} \pm \frac{B\beta_q}{k\delta}(q=x, y)$ ,  $Q_q(U_{q\pm}) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx_d}{x_d^2 + \delta^2} \exp\left(-\frac{\Omega x_d^2}{8w_0^2} + \frac{ik}{B}U_{q\pm}x_d\right) = L\left(-\frac{k}{B}U_{q\pm}\right) \otimes G\left(-\frac{k}{B}U_{q\pm}\right)$ ,  $z_R = k w_0^2/2$  为 Rayleigh 距离,  $\otimes$  表示卷积,  $\Omega = 1 + 16z_R^2 A^2/B^2$ 。推出  $Q_q(U_{q\pm})$  表达式中第二个等号后的式子利用了卷积定理<sup>[40]</sup>

$$F_1(\tau) \otimes F_2(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\kappa) f_2(\kappa) \exp(-i\kappa\tau) d\tau, \quad (15)$$

且有<sup>[38]</sup>

$$G\left(-\frac{k}{B}U_{q\pm}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_d \exp\left(-\frac{\Omega x_d^2}{8w_0^2} + \frac{ik}{B}U_{q\pm}x_d\right) = \sqrt{\frac{8w_0^2}{\Omega}} \exp\left(-\frac{2k^2 w_0^2}{\Omega B^2}U_{q\pm}^2\right), \quad (16)$$

$$L\left(\frac{k}{B}U_{q\pm}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx_d}{x_d^2 + \delta^2} \exp\left(-\frac{ik}{B}U_{q\pm}x_d\right) = \frac{\pi}{\delta} \exp\left(-\frac{k\delta}{B}|U_{q\pm}|\right), \quad (17)$$

再次利用卷积计算公式<sup>[40]</sup>  $L(X) \otimes G(X) = \int_{-\infty}^{\infty} d\Lambda L(\Lambda) G(X - \Lambda)$ , 可以完成  $Q_q(U_{q\pm})$  的计算, 即

$$Q_q(U_{q\pm}) = \frac{\pi}{\delta} \sqrt{\frac{8\pi w_0^2}{\Omega}} \exp\left(\frac{\Omega\delta^2}{8w_0^2}\right) \left\{ \exp\left(-\frac{k\delta}{B}U_{q\pm}\right) \operatorname{erfc}\left[\sqrt{\frac{2}{\Omega}} \frac{k w_0}{B} \left(\frac{\delta\Omega B}{8z_R} - U_{q\pm}\right)\right] + \exp\left(\frac{k\delta}{B}U_{q\pm}\right) \operatorname{erfc}\left[\sqrt{\frac{2}{\Omega}} \frac{k w_0}{B} \left(\frac{\delta\Omega B}{8z_R} + U_{q\pm}\right)\right] \right\}, \quad (18)$$

式中  $\operatorname{erfc}(x) = 1 - 2 \int_0^x \exp(-\tau^2) d\tau / \sqrt{\pi}$  为互补误差函数<sup>[40]</sup>。由(11)式可得 cLSM 光束在接收平面上的强度分布表达式为

$$I(\boldsymbol{\rho}) = W(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}, z) = I_0 [I_{x+}(\rho_x) I_{y+}(\rho_y) + I_{x+}(\rho_x) I_{y-}(\rho_y) + I_{x-}(\rho_x) I_{y+}(\rho_y) + I_{x-}(\rho_x) I_{y-}(\rho_y)], \quad (19)$$

式中  $I_0 = \pi^2 \delta^2 \frac{16z_R^2}{\Omega B^2} \exp\left(\frac{\Omega\delta_w^2}{4}\right)$ ,

$$I_{q\pm}(\rho_q) = \exp\left[-\frac{2\delta_w z_R}{B} \left(\rho_{qw} \pm \frac{B\beta_q}{2z_R \delta_w}\right)\right] \operatorname{erfc}\left[\sqrt{\frac{8}{\Omega}} \frac{z_R}{B} \left(\frac{\Omega B \delta_w}{8z_R} - \rho_{qw} \mp \frac{B\beta_q}{2\delta_w z_R}\right)\right] + \exp\left[-\frac{2\delta_w z_R}{B} \left(\rho_{qw} \pm \frac{B\beta_q}{2z_R \delta_w}\right)\right] \operatorname{erfc}\left[\sqrt{\frac{8}{\Omega}} \frac{z_R}{B} \left(\frac{\Omega B \delta_w}{8z_R} + \rho_{qw} \pm \frac{B\beta_q}{2\delta_w z_R}\right)\right], \quad (20)$$

其中  $\delta_w = \delta/w_0$ ,  $\rho_{qw} = \rho_q/w_0$  ( $q=x, y$ ) 为横向标度坐标。

因此, 基于(19)、(20)式可以方便地对 cLSM 光束通过近轴 ABCD 光学系统时的传输性质演变进行探讨。

### 4 cLSM 光束通过薄透镜的聚焦特性

利用前面得到的传输公式研究 cLSM 光束经过薄透镜的聚焦性质。设薄透镜的焦距为  $f$ ，并设输入平面在薄透镜的一个焦点上，接收平面到薄透镜的距离为  $l$ ，则系统的传输矩阵可写为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-l/f & f \\ -1/f & 0 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

则 Fresnel 数  $F_N = z_R/B = z_R/f$ 。采用上述标度坐标，由(19)、(20)式可知，在给定平面上的光强分布主要由表征相干长度与光束宽度的比值  $\delta_w$ 、反映关联性质的参数  $\beta_x(\beta_y)$  及 Fresnel 数决定。这里已设源平面上的光束具有高斯强度分布，即输入平面上的光强分布总是单个圆形高斯光斑。

按照(19)、(20)式计算 cLSM 光束在焦点附近强度花样的演变过程，图 2 为计算结果，这里  $\delta_w = 1/4$ ，并设  $\beta = \beta_x = \beta_y$ 。图 2(a)为  $\beta = 2.0$  时，cLSM 光束被薄透镜聚焦时在焦点附近的演变情形。cLSM 光束从单个环形高斯光斑演变成在焦点处的 4 个正方形光斑，其过焦点后的演变过程与从近处传输至焦点处的演变过程刚好相反，因此这一光束在自分裂的同时还伴有自整形-复合的复杂演变行为。另外，参数  $\beta$  的大小对 cLSM 光束的强度花样演变过程有重要影响。如图 2(b)所示，当  $\beta$  足够小(如  $\beta = 0.5$ )时，在焦点处光斑形状仍会发生变化但没有明显可见的自分裂现象，这正好对应了源平面上空间关联结构函数的分布特性(图 1)。图 2(c)给出了 LSM 光束( $\beta = 0$ )被薄透镜聚焦时在焦点附近的演化情形，可以看到 LSM 光束的光强分布从单个高斯形的环形光斑自整形为在焦平面上的正方形光斑。实际上，在  $\beta$  为 0 和 0.5 时，其空间关联结构分布相差不大且都是单斑结构，但  $\beta$  足够大时空关联结构分布呈现了多斑分布形状。此外， $\beta$  越大多个正方形光斑分离得越开，因此在这个意义上  $\beta$  参数或余弦关联结构函数因子控制着光束的自分裂行为<sup>[12-13]</sup>。考虑到光束强度演变关于焦点对称，下面只讨论焦点一侧  $l < f$  范围内的演变。

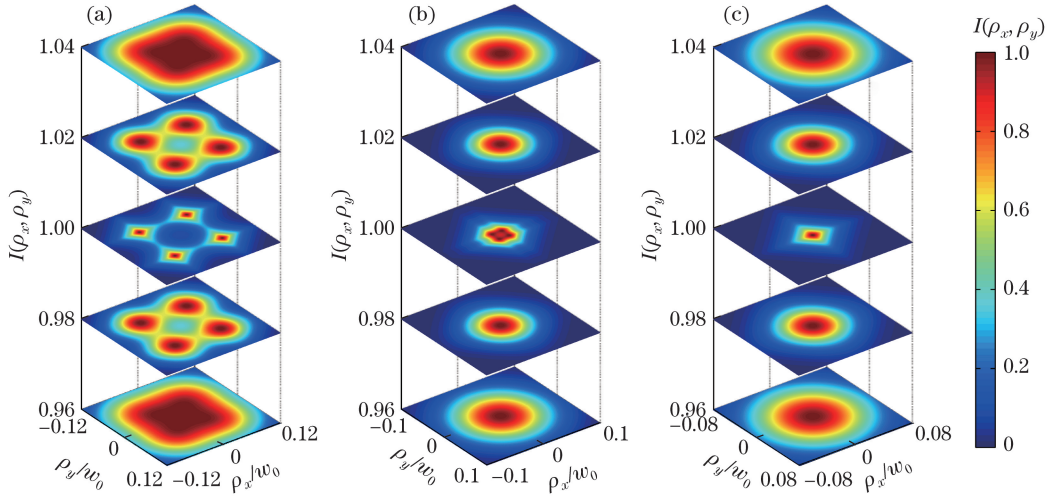


图 2  $\delta_w = 1/5, F_N = 100$  时不同  $\beta$  参数下 cLSM 光束在焦点附近的强度分布。  
(a)  $\beta = 2.0$ ; (b)  $\beta = 0.5$ ; (c)  $\beta = 0$

Fig. 2 Intensity distributions of cLSM beam near focusing point for different  $\beta$  when  $\delta_w = 1/5$  and  $F_N = 100$ .  
(a)  $\beta = 2.0$ ; (b)  $\beta = 0.5$ ; (c)  $\beta = 0$

图 3 分析了表征相干长度的参数  $\delta_w$  对 cLSM 光束在焦点附近强度演变过程的作用。由图 3(a)可知， $\delta_w$  足够小时，在焦平面上可获得 4 个分界清晰的正方形光斑。随着  $\delta_w$  的增加，焦平面上的 4 个光斑间的距离减小、各光斑形状也渐呈圆形高斯分布[图 3(b)、(c)]。因此，可以认为表征相干长度的参数  $\delta_w$  或洛伦兹关联结构函数因子主要控制了光束的自整形效果<sup>[30]</sup>，只当  $\delta_w$  足够小时才有明显的自整形现象出现。相干长度越大，光束越接近完全相干光束，而完全相干光束不会出现自整形、自分裂等非寻常效应，所以这里的结果反映了自整形与自分裂现象的出现是非相干性的结果。特别地，相干程度越低，这类效应越显著，从而在焦平面上形成更明显的正方形光斑。另外，从横坐标尺度的不同可看出，尽管这里反映聚焦能力的 Fresnel

参数  $F_N$  是相同的,但相干长度参数  $\delta_w$  的不同导致了透镜的聚焦能力明显不同。在焦平面上, $\delta_w$  越小,光斑相互分开得越远,尽管 4 个光斑局部呈现了很强的聚焦特性,但这些光斑总体仍分布在更大的区域[图 3(a) 的分布区域比图 3(c)大得多]。

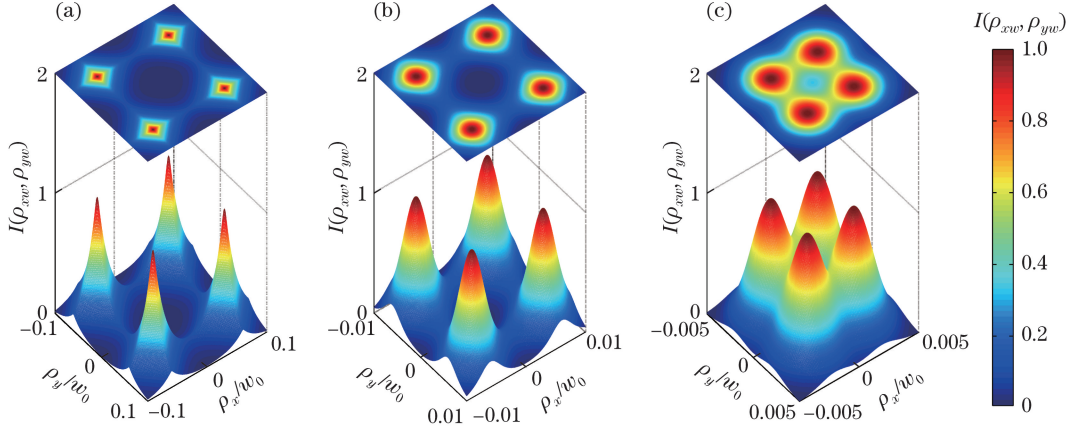


图 3  $\beta_x = \beta_y = 3, F_N = 250$  时不同  $\delta_w$  参数下 cLSM 光束在焦平面上的强度分布。

(a)  $\delta_w = 0.1$ ; (b)  $\delta_w = 1.0$ ; (c)  $\delta_w = 3.0$

Fig. 3 Intensity distributions of cLSM beam at focal plane for different  $\delta_w$  when  $\beta_x = \beta_y = 3$  and  $F_N = 250$ .

(a)  $\delta_w = 0.1$ ; (b)  $\delta_w = 1.0$ ; (c)  $\delta_w = 3.0$

图 4 讨论了  $\delta_w, \beta_x$  和  $F_N$  相同而  $\beta_y$  不同时 cLSM 光束在焦点附近的光场分布, $\beta_x$  与  $\beta_y$  的不同反映了源场关联结构函数的对称性变化。由图 4 可知, $\beta_x = \beta_y$  时, $l$  从  $0.96f$  到  $f$  (焦平面处) 的光强分布呈四重对称 [图 4(a)],在焦点处可获得 4 个分界清晰的正方形光斑。但随着  $\beta_y$  偏离  $\beta_x$ ,光强度分布变为呈二重对称 [图 4(b)、(c)],因此焦平面上光斑的对称性可以反映源场关联结构性质的对称性。

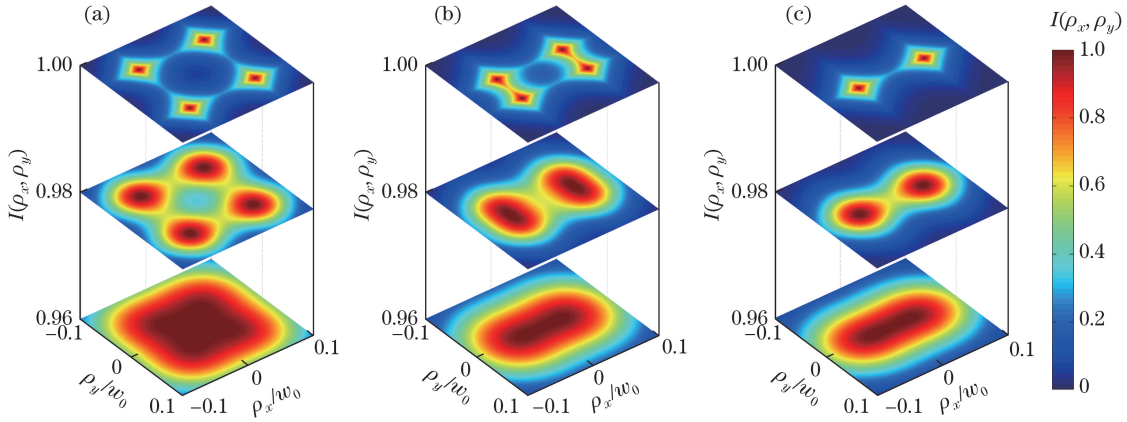


图 4  $\delta_w = 1/10, F_N = 200$  和  $\beta_x = 2$  时不同  $\beta_y$  参数下 cLSM 光束在焦点附近的强度分布。

(a)  $\beta_y = 2$ ; (b)  $\beta_y = 1$ ; (c)  $\beta_y = 0$

Fig. 4 Intensity distributions of cLSM beam near the focusing point for different  $\beta_y$  when  $\delta_w = 1/10, F_N = 200$  and  $\beta_x = 2$ .

(a)  $\beta_y = 2$ ; (b)  $\beta_y = 1$ ; (c)  $\beta_y = 0$

当其他条件相同时, $F_N$  的大小可反映透镜系统的聚焦能力,其值越大,聚焦程度越高(即焦平面上光斑分布越集中)。这是因为对给定的输入光斑大小, $F_N$  越大意味着焦距越小,则聚焦能力越强。在前面的讨论中, $F_N$  在  $100 \sim 250$  大范围内取值,反映了这类光束在其他条件合适时可在较大参数范围内实现光束自分裂及自整形,特别是这里采用的是标度或复合参数,因此所得结果有较普遍的意义。如  $F_N = 200, \lambda = 632.8 \text{ nm}$  时, $w_0 = 1 \text{ mm}$  时可取透镜焦距约为  $24.8 \text{ mm}$ , $w_0 = 5 \text{ mm}$  时对应的透镜焦距约取  $620 \text{ mm}$ 。

cLSM 光束的关联结构函数中包含了余弦函数和洛伦兹函数两个因子,因此这种光束聚焦过程中的自分裂是由余弦关联结构函数因子引起的,而束斑形状自整形是洛伦兹型关联结构函数因子作用的结果。

考虑到薄透镜焦平面上的分布行为也可理解为光束在自由空间传输时的远场分布行为,所以 cLSM 光束在自由空间传输时,在远场也可观察到自分裂和自整形现象。最近的研究表明<sup>[37]</sup>,利用空间光调制器可实现具有任意远场分布的随机部分相干光束,说明可直接利用这一技术来产生此类光束。

## 5 结 论

将新引入的 LSM 光束进行推广,引入了 cLSM 光束。基于广义惠更斯-菲涅耳衍射积分的 Collins 公式,求得了 cLSM 光束的交叉光谱密度函数通过 ABCD 光学系统的一般表达式,并以通过薄透镜聚焦为例详细考察了这类光束的强度变化。结果表明,cLSM 光束在合适的参数条件下能呈现自分裂、自整形等奇异传输特性,即不是简单地从单个束斑到多个束斑的分裂,而是伴随了光斑花样从初始的圆形高斯分布花样自整形为正方形分布花样。关联结构函数包含了余弦函数和洛伦兹函数两个因子,光束在聚焦过程中的自分裂是由余弦关联结构函数因子引起的,而自整形是洛伦兹型关联结构函数因子作用的结果。因此,通过精心调控源光场中关联结构函数可以实现操控光束的聚焦(或远场)行为。研究结果表明,cLSM 光束在源平面上具有复杂相关关联结构性质时会呈现出丰富的演变行为,同时其在焦平面上的光场强度分布可反映源场相关关联结构信息。该研究可提供同时获得 4 个具有特殊空间结构的光束,有望在激光领域实现多目标攻击等工程应用中发挥较大作用。

## 参 考 文 献

- [1] Mandel L, Wolf E. Optical coherence and quantum optics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995: 33-39.
- [2] Wolf E, Collett E. Partially coherent sources which produce the same far-field intensity distribution as a laser[J]. Optics Communications, 1978, 25(3): 293-296.
- [3] Gori F, Guattari G, Padovani C. Modal expansion for  $J_0$ -correlated Schell-model sources[J]. Optics Communications, 1987, 64(4): 311-316.
- [4] Ponomarenko S A. A class of partially coherent beams carrying optical vortices[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2001, 18(1): 150-156.
- [5] Li J, Gao X M, Chen Y R. Tight focusing of  $J_0$ -correlated Gaussian Schell-model beam through high numerical aperture[J]. Optics Communications, 2012, 285(16): 3403-3411.
- [6] Cang J, Xiu P, Liu X. Propagation of Laguerre-Gaussian and Bessel-Gaussian Schell-model beams through paraxial optical systems in turbulent atmosphere[J]. Optics and Laser Technology, 2013, 54: 35-41.
- [7] Gori F, Santarsiero M. Devising genuine spatial correlation functions[J]. Optics Letters, 2007, 32(24): 3531-3533.
- [8] Chen Y H, Gu J X, Wang F, *et al.* Self-splitting properties of a Hermite-Gaussian correlated Schell-model beam[J]. Physical Review A, 2015, 91(1): 013823.
- [9] Yu J Y, Chen Y H, Liu L, *et al.* Splitting and combining properties of an elegant Hermite-Gaussian correlated Schell-model beam in Kolmogorov and non-Kolmogorov turbulence[J]. Optics Express, 2015, 23(10): 13467-13481.
- [10] Chen Y H, Yu J Y, Yuan Y S, *et al.* Theoretical and experimental studies of a rectangular Laguerre-Gaussian-correlated Schell-model beam[J]. Applied Physics B, 2016, 122(2): 31.
- [11] Yu Jiayi, Chen Yahong, Cai Yangjian. Nonuniform Laguerre-Gaussian correlated beam and its propagation properties[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(21): 214202.  
余佳益, 陈亚红, 蔡阳健. 非均匀拉盖尔-高斯关联光束及其传输特性[J]. 物理学报, 2016, 65(21): 214202.
- [12] Liang C H, Wang F, Liu X L, *et al.* Experimental generation of cosine-Gaussian-correlated Schell-model beams with rectangular symmetry[J]. Optics Letters, 2014, 39(4): 769-772.
- [13] Mei Z R. Light sources generating self-splitting beams and their propagation in non-Kolmogorov turbulence[J]. Optics Express, 2014, 22(11): 13029-13040.
- [14] Mei Z R, Korotkova O. Random sources generating ring shaped beams[J]. Optics Letters, 2013, 38(2): 91-93.
- [15] Wang F, Liu X, Yuan Y, *et al.* Experimental generation of partially coherent beams with different complex degrees of coherence[J]. Optics Letters, 2013, 38(11): 1814-1816.
- [16] Chen Y H, Cai Y J. Generation of a controllable optical cage by focusing a Laguerre-Gaussian correlated Schell-model beam[J]. Optics Letters, 2014, 39(9): 2549-2552.

- [17] Chen Y H, Wang F, Zhao C L, *et al.* Experimental demonstration of a Laguerre-Gaussian correlated Schell-model vortex beam[J]. Optics Express, 2014, 22(5): 5826-5838.
- [18] Chen Y H, Liu L, Wang F, *et al.* Elliptical Laguerre-Gaussian correlated Schell-model beam[J]. Optics Express, 2014, 22(11): 13975-13987.
- [19] Guo L N, Chen Y H, Liu L, *et al.* Propagation of a Laguerre-Gaussian correlated Schell-model beam beyond the paraxial approximation[J]. Optics Communications, 2015, 352: 127-134.
- [20] Xu H F, Zhang Z, Qu J, *et al.* The tight focusing properties of Laguerre-Gaussian-correlated Schell-model beams[J]. Journal of Modern Optics, 2016, 63(15): 1429-1437.
- [21] Qiu Y L, Chen Z X, He Y J. Propagation of a Laguerre-Gaussian correlated Schell-model beam in strongly nonlocal nonlinear media[J]. Optics Communications, 2017, 389: 303-309.
- [22] Mei Z R, Korotkova O. Cosine-Gaussian Schell-model sources[J]. Optics Letters, 2013, 38(14): 2578-2580.
- [23] Mei Z R, Schchepakina E, Korotkova O. Propagation of cosine-Gaussian-correlated Schell-model beams in atmospheric turbulence[J]. Optics Express, 2013, 21(15): 17512-17519.
- [24] Pan L, Ding C, Wang H. Diffraction of cosine-Gaussian-correlated Schell-model beams[J]. Optics Express, 2014, 22(10): 11670-11679.
- [25] Xu H F, Zhang Z, Qu J, *et al.* Propagation factors of cosine-Gaussian correlated Schell-model beams in non-Kolmogorov turbulence[J]. Optics Express, 2014, 22(19): 22479-22489.
- [26] Ding C L, Liao L M, Wang H X, *et al.* Effect of oceanic turbulence on the propagation of cosine-Gaussian-correlated Schell-model beams[J]. Journal of Optics, 2015, 17(3): 035615.
- [27] Zhu S J, Chen Y H, Wang J, *et al.* Generation and propagation of a vector cosine-Gaussian correlated beam with radial polarization[J]. Optics Express, 2015, 23(26): 33099-33115.
- [28] Song Z Z, Liu Z J, Zhou K Y, *et al.* Propagation factor of electromagnetic concentric rings Schell-model beams in non-Kolmogorov turbulence[J]. Chinese Physics B, 2017, 26(2): 024201.
- [29] Peng X, Chen C D, Chen B, *et al.* Far-field intensity of Lorentz related beams[J]. Optics Communications, 2016, 381: 189-194.
- [30] Li J, Wang F, Korotkova O. Random sources for cusped beams[J]. Optics Express, 2016, 24(16): 17779-17791.
- [31] Wang F, Korotkova O. Circularly symmetric cusped random beams in free space and atmospheric turbulence[J]. Optics Express, 2017, 25(5): 5057-5067.
- [32] Ma L Y, Ponomarenko S M. Free-space propagation of optical coherence lattices and periodicity reciprocity[J]. Optics Express, 2015, 23(2): 1848-1856.
- [33] Chen Y H, Ponomarenko S A, Cai Y J. Experimental generation of optical coherence lattices[J]. Applied Physics Letters, 2016, 109(6): 061107.
- [34] Mao Y M, Mei Z R. Random sources generating ring-shaped optical lattice[J]. Optics Communications, 2016, 381: 222-226.
- [35] Liu X L, Yu J Y, Cai Y J, *et al.* Propagation of optical coherence lattices in the turbulent atmosphere[J]. Optics Letters, 2016, 41(18): 4182-4185.
- [36] Song Z Z, Liu Z J, Zhou K Y, *et al.* Propagation properties of Gaussian Schell model array beams in non-Kolmogorov turbulence[J]. Journal Optics, 2016, 18(10): 105601.
- [37] Hyde IV M W, Basu S, Voelz D G, *et al.* Experimentally generating any desired partially coherent Schell-model source using phase-only control[J]. Journal of Applied Physics, 2015, 118(9): 093102.
- [38] Chang Chengcheng, Pu Jixiong, Chen Ziyang, *et al.* Generation of non-uniformly correlated stochastic electromagnetic beams[J]. Acta Physica Sinica, 2017, 66(5): 054212.  
昌成成, 蒲继雄, 陈子阳, 等. 非均匀关联随机电磁光束的产生[J]. 物理学报, 2017, 66(5): 054212.
- [39] Chen Yahong, Cai Yangjian. Laser coherence modulation and its applications[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(10): 1026002.  
陈亚红, 蔡阳健. 激光相干性调控及应用[J]. 光学学报, 2016, 36(10): 1026002.
- [40] Gradshteyn I S, Ryzhik I M. Table of integral, series, and products[M]. New York: Academic Press, 1980.