

基于多测量向量模型的下视三维合成孔径雷达成像方法

康 乐^{1,2}, 张 群^{1,2,3}, 陈一畅^{1,2}, 刘奇勇^{1,2}

¹空军工程大学信息与导航学院, 陕西 西安 710077;

²信息感知技术协同创新中心, 陕西 西安 710077;

³复旦大学电磁波信息科学教育部重点实验室, 上海 200433

摘要 基于压缩感知的下视三维合成孔径雷达(DL 3D SAR)成像算法可以采用低于 Nyquist 采样率的采样数据实现平台正下方的高分辨成像。但是已有的算法在跨航向重构时采用的大都是单测量向量(SMV)模型,存在重构耗时、受噪声干扰大的缺点。从单测量向量的推广形式即多重测量向量(MMV)模型出发,将 DL 3D SAR 中的跨航向处理与沿航迹向处理顺序交换,利用多重测量向量恢复具有相同稀疏结构的跨航向信号,提出了一种基于 MMV 模型的 DL 3D SAR 成像算法。相比于 SMV 模型的 DL 3D SAR 成像算法,该算法在运算时间、抗噪性能及重构精度方面均有所提高,并通过仿真实验验证了算法的有效性。

关键词 成像系统; 合成孔径雷达; 三维成像; 压缩感知; 多测量向量

中图分类号 TN957.52 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.1111003

Imaging Method of Downward-Looking 3D Synthetic Aperture Radar Based on Multiple Measurement Vectors Model

Kang Le^{1,2}, Zhang Qun^{1,2,3}, Chen Yichang^{1,2}, Liu Qiyong^{1,2}

¹College of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China;

²Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding, Xi'an, Shaanxi 710077, China;

³Key Laboratory for Information Science of Electromagnetic Waves, Fudan University, Shanghai 200433, China

Abstract The downward-looking three-dimensional synthetic aperture radar (DL 3D SAR) imaging method based on compressed sensing could complete the high-resolution imaging by using the sampling data below the Nyquist sampling rate. However, the existing DL 3D SAR imaging methods which used for cross-track profile reconstruction are based on the single measurement vectors (SMV) model and has defects of time-consuming and noise-affected. Based on the multiple measurement vectors (MMV) model, the order of cross-track and along-track in the DL 3D SAR imaging process are exchanged. By using the same sparse structure in cross-track domain for different along-track measurements, the DL 3D SAR imaging method based on MMV model is proposed. The proposed method is superior to the SMV-based method both on time-consuming, reconstruction accuracy and anti-noise performance, and the effectiveness is verified by the simulation experiments.

Key words imaging systems; synthetic aperture radar; three-dimensional imaging; compressed sensing; multiple measurement vectors

OCIS codes 110.3055; 110.3010; 110.6880; 280.6730

1 引 言

下视三维合成孔径雷达(DL 3D SAR)可以获得平台正下方的三维散射分布,在对地观测、战场信息获

收稿日期: 2017-05-14; **收到修改稿日期:** 2017-07-03

基金项目: 国家自然科学基金(61471386,61631019)

作者简介: 康 乐(1993—),男,博士研究生,主要从事雷达信号处理、三维成像方面的研究。

E-mail: 18810495946@163.com

导师简介: 张 群(1963—),男,博士,教授,主要从事雷达信号处理、认知雷达成像方面的研究。

E-mail: zhangqunnus@163.com

取以及态势感知等领域具有广阔的应用前景^[1]。因而基于 chirp scaling 算法和极坐标格式算法的二维 SAR 算法,以及 DL 3D SAR 成像方法^[2-3]也陆续被提出,利用发射大带宽信号获得距离向分辨率,利用平台运动形成的合成孔径获得沿航迹向分辨率,利用沿机翼分布的天线阵列获得跨航向分辨率。在其他参数固定的情况下,跨航向分辨率严格受限于有效阵列长度。而在实际 SAR 成像中,有效阵列长度会因为通道故障、天线设计或平台限制等问题而被缩短,从而降低跨航向分辨率。

近年来,压缩感知(CS)理论应用广泛^[4-6]。由于三维成像是三维空间中重构二维表面,具有先验稀疏性^[7],所以基于将雷达成像处理转化为含噪声条件下稀疏信号重构问题的思路,CS 被引入 DL 3D SAR 成像中。针对跨航向阵列孔径综合和有限阵列长度下实现跨航向高分辨率的问题,研究表明,利用 CS 理论可以提高跨航向分辨率并有效抑制旁瓣^[8],解决稀疏优化采样^[9-10]、线阵非均匀分布问题^[11],得到超分辨的克拉默-拉奥界^[12]等。然而这些研究在距离向和沿航迹向均采用传统的脉冲压缩方法,将跨航向处理分割为单个脉内测量向量进行重构,没有考虑各脉冲间测量向量的联系,从而增加了 CS 固有的计算复杂度和对噪声敏感的特性。事实上,这种联系被固定的距离-沿航迹向-跨航向处理顺序所隐藏。

在场景的观测过程中,SAR 每次接收到的脉冲回波信号都是由具有相同结构的目标散射点反射而来,其数据采集模型类似于 CS 理论中的多重测量向量(MMV)模型^[11]。目前已提出一些 MMV 模型下的 CS 重构算法^[13-14],但由于 DL 3D SAR 跨航向没有明显的相同稀疏结构,不能直接应用。提出了一种基于 MMV 模型的 DL 3D SAR 成像算法,结合 DL 3D SAR 信号特点,将沿航迹向和跨航向的处理顺序交换,从阵列信号处理的角度,将每个距离切片的数据均看成是对目标点的多重测量向量,不同的测量向量对应于不同的采样脉冲,利用推广后的正交匹配追踪算法重构出表征目标同一距离切片的航迹-跨航向稀疏矩阵,然后在航迹向采用快速傅里叶变换(FFT)即可得到三维重构成像结果。

本文算法在跨航向空域上进行降采样,提高了抗噪性能,缩短了成像时间。特别是在跨航向采用 MMV 模型后,较已有的成像算法可以进一步减少采样数,提高算法效率。首先分析 DL 3D SAR 的信号模型,随后阐述与 MMV 模型的内在联系,并对 MMV 模型下的重构性能,从重构精度、抗噪能力和算法耗时方面进行了理论分析与仿真实验验证。

2 信号模型

2.1 多测量向量模型

CS 理论中,若信号 $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^M$ 只有 $K (K \ll N)$ 个非零值(或者绝对值较大的分量),则称 \mathbf{x} 是 K 稀疏的。若存在矩阵 $\Phi \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 有 $\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x}$, $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^M$, 则称 \mathbf{y} 为观测量,若矩阵 Φ 满足约束等距性质(RIP)条件^[15], 则已知 \mathbf{y} 与 Φ 而求 \mathbf{x} 这一欠定问题可转化为 \mathbf{x} 的 1 范数最小化问题求解,即

$$\min \|\mathbf{x}\|_1, \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x}. \quad (1)$$

而当 \mathbf{x} 是非稀疏信号时,若存在矩阵 Ψ 使得 $\mathbf{x} = \Psi \mathbf{s}$, 式中 \mathbf{s} 是稀疏信号,则称 Ψ 为稀疏基矩阵,也称稀疏字典。则有 $\mathbf{y} = \Phi \Psi \mathbf{s} = \mathbf{A} \mathbf{s}$, 称 \mathbf{A} 为感知矩阵。若 \mathbf{A} 满足 RIP 条件,依然可以如(1)式求解 \mathbf{x} 。此时,采样数目 M 由信号中的信息决定,从而突破了 Nyquist 采样定律的限制。

当观测量 \mathbf{y} 为向量时,称 \mathbf{y} 为单测量向量(SMV),而(1)式对应的模型称之为 SMV 模型。在雷达成像中,目前技术大都基于 SMV 模型,当回波为矩阵时,一般进行向量化处理转化为 SMV 模型。但是 SMV 模型不能充分利用信号的高维稀疏性,存在存储空间利用率低、耗时长、成像质量提高有限等问题^[16]。利用回波数据的二维稀疏结构,可以克服这些缺陷,其形式如下:

$$\min \|\mathbf{X}\|_1, \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{Y} = \Phi \mathbf{X} = \Phi [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_L]. \quad (2)$$

当 \mathbf{X} 的各列具有相同的支撑集时,称 \mathbf{X} 的稀疏结构相同,(2)式的模型称为 MMV 模型, \mathbf{Y} 称为多重观测, L 为观测重数。由于 SAR 一般对地成像,场景的稀疏结构不随观测位置而变化,可以很好地应用 MMV 模型提高低信噪比条件下的重构概率,获得高分辨图像^[17]。

2.2 DL 3D SAR 信号模型

DL 3D SAR 成像的几何模型如图 1 所示, x 轴为航迹向, y 轴为跨航向, z 轴为距离向,载机平台距离为

H , 平台沿 x 轴以匀速 v 飞行, 并对正下方观测区域成像, 观测区域为 $KP_n(x_n, y_n, z_n), n=1, 2, \dots, N$ 。天线阵列沿 y 轴分布在机翼上, 由 N 个间隔为 d 的天线阵元组成, 线阵长度为 $L_y = (N-1)d$ 。在慢时间 t_{man} , 第 n 个天线阵元的坐标为 (x_m, y_n, H) , 其中 $x_m = vt_{\text{man}}, y_n = -(N-1)d/2 + (n-1)d$ 。 O 是三维成像场景的坐标原点。采用脉冲时宽为 T_r , 信号中心载频为 f_c , 调频率为 K_r 的线性调频信号为发射信号, 则第 n 个阵元在慢时间 t_{man} 接收到回波信号解线调后可以表示为

$$S(t, t_{\text{man}}, y_n) = \sum_K \sigma_k \text{rect} \left[\frac{t - 2R(t_{\text{man}}, y_n)/c}{T_r} \right] \exp \left\{ j\pi K_r \left[t - \frac{2R(t_{\text{man}}, y_n)}{c} \right]^2 \right\} \exp \left[-j \frac{4\pi}{\lambda} R(t_{\text{man}}, y_n) \right], \quad (3)$$

式中 t 为快时间, $t_k = x_k/v$ 是 P_k 的方位时间, T_a 为观测时间, σ_k 为点目标的后向散射系数, c 为光速, λ 为波长, R 是散射点 $P_k(x_k, y_k, z_k)$ 与第 n 个阵元的瞬时斜距, 表示为

$$R(t_{\text{man}}, y_n) = \sqrt{(vt_{\text{man}} - x_k)^2 + (y_n - y_k)^2 + (H - z_k)^2} \approx R_0 + \frac{(vt_{\text{man}} - x_k)^2}{2R_0} + \frac{y_n^2 - 2y_n y_k}{2R_0}, \quad (4)$$

式中 R_0 为斜距在零多普勒平面上的投影。

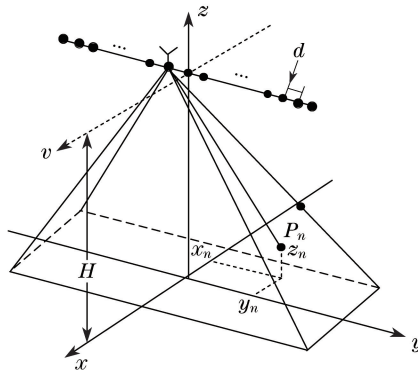


图 1 DL 3D SAR 成像模型
Fig. 1 Imaging mode of DL 3D SAR

3 基于多测量向量的 DL 3D SAR 成像算法

3.1 成像模型

基于 SMV 的 DL 3D SAR 成像关键为将三维回波数据进行分维处理。在距离向和航迹向基于匹配滤波完成脉冲; 在跨航向将不同距离单元、不同航迹单元的信号脉冲压缩转化为基于 SMV 模型的信号重构问题, 利用 1 范数最小化、原子范数最小化及奇异值分解等方法求解, 具体如图 2 所示。距离压缩后, 对某距离切片的每次观测就相当于该距离切片的一次慢时间采样, 而慢时间采样信号聚焦于航迹-跨航向平面中的一些点, 因而多重观测的稀疏结构必然不同, 无法满足 MMV 模型的应用条件。

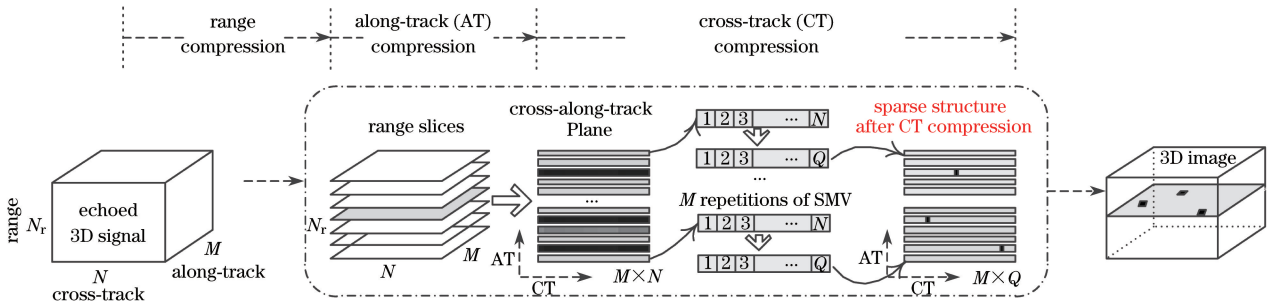


图 2 基于 SMV 的 DL 3D SAR 维成像流程图

Fig. 2 Workflow of the SMV-based DL 3D SAR imaging

为将 MMV 模型应用于跨航向成像处理中, 必须使不同观测下跨航向聚焦后的信号具有相同的稀疏结

构。因此,将 DL 3D SAR 成像流程变为距离向-跨航向-航迹向的顺序。

距离向压缩在距离频域、方位时域和跨航时域中通过匹配滤波实现。将(3)式转化到距离频域:

$$S(f_r, t_{\text{man}}, y_n) = \sum_K \sigma_k \text{rect}\left(\frac{f_r}{T_r K_r}\right) \exp\left(-j \frac{\pi f_r^2}{K_r}\right) \exp\left[-j \frac{4\pi f_r}{c} R(t_{\text{man}}, y_n)\right] \exp\left[-j \frac{4\pi}{\lambda} R(t_{\text{man}}, y_n)\right], \quad (5)$$

式中 f_r 是距离频率。距离压缩匹配滤波函数为

$$H_1(f_r) = \text{rect}[f_r/(T_r K_r)] \exp[-j\pi f_r^2/K_r], \quad (6)$$

距离压缩后的时域信号如下:

$$S(t, t_{\text{man}}, y_n) = \sum_K \sigma_k \text{sinc}\left\{T_r K_r \left[t - \frac{2R(t_{\text{man}}, y_n)}{c}\right]\right\} \exp\left\{-j \frac{4\pi}{\lambda} R(t_{\text{man}}, y_n)\right\}. \quad (7)$$

航迹向的徙动矫正 在频域进行,由驻定相位原理可知,航迹向上有 $f_a = -K_a(vt_{\text{man}} - x_k)$ 的关系,其中 $K_a = 2v^2/(\lambda R_0)$ 为航迹向调频率,代入(4)式可以得到航迹向频域中的距离徙动项为

$$\Delta R_a(f_a) = (\lambda^2 R_0 f_a^2)/(8V^2), \quad (8)$$

由于目标偏移随距离变化,方位向距离徙动一般采用插值实现。方位向距离徙动补偿后信号为

$$S(t, t_{\text{man}}, y_n) = \sum_K \sigma_k \text{sinc}\left\{T_r K_r \left[t - \frac{2R(y_n)}{c}\right]\right\} \exp\left[-j \frac{4\pi}{\lambda} R(t_{\text{man}}, y_n)\right]. \quad (9)$$

假设 $s_m = [s(t_{\text{man}}, y_1) \ \cdots \ s(t_{\text{man}}, y_N)]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 是某距离切片第 m 个脉冲下,跨航向 N 个天线阵元的观测信号,这里 N 个天线阵元相当于 N 点采样。将成像场景沿跨航向进行等间隔的网格划分 $\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}_1 \ \cdots \ \hat{y}_Q]^T \in \mathbb{C}^{Q \times 1}$, 则 \hat{y}_i 就是第 i 个格点坐标。则剩余的距离徙动项 $R(y_n)$ 可表示为 $R(y_n) = R_0 + (y_n^2 - 2y_n y_q)/R_0$, 校正函数可写为

$$H_{c1}(f_r, y_n) = \exp[(j\pi f_r y_n^2)/(cR_0)], \quad (10)$$

$$H_{c2}(f_r, y_n) = \exp[-j2\pi f_r y_n y_q/(cR_0)]. \quad (11)$$

当线阵天线尺寸远小于目标斜距时, $R(y_n)$ 中的二次项对距离徙动的影响很小,此时只需考虑(11)式即可;而当目标的俯仰角很小时, $R(y_n)$ 中的一次项对距离徙动的影响很小,此时只需考虑(10)式即可。在距离向频域、跨航向时域、航迹向时域中选取所需的校正函数与(9)式相乘即可完成跨航向徙动校正,即

$$S(t, t_{\text{man}}, y_n) = \text{IFFT}\{\text{FFT}[S(t, t_{\text{man}}, y_n)]_t \cdot H_{c1} \cdot H_{c2}\}_t = \sum_K \sigma_k \text{sinc}\left[T_r K_r \left(t - \frac{2R_0}{c}\right)\right] \exp\left[-j \frac{4\pi}{\lambda} R(t_{\text{man}}, y_n)\right], \quad (12)$$

式中 IFFT 为快速傅里叶逆变换。

距离压缩后,在航迹-跨航向平面上,每次观测结果相当于其沿航迹向的一系列信号。而在航迹向未压缩的情况下,先进行跨航向压缩,在徙动校正完成的条件下,则会聚焦于航迹-跨航向平上的某些直线,从而使得多重观测具有相同的稀疏结构。设 $\mathbf{g}_m = [g_1(t_{\text{man}}) \ \cdots \ g_Q(t_{\text{man}})]^T \in \mathbb{C}^{Q \times 1}$ 为相应的跨航向聚焦后的信号。则所有天线阵元在慢时间 t_{man} 的回波信号可以写为

$$s_m = [\varphi_1 \ \cdots \ \varphi_Q] [g_1(t_{\text{man}}) \ \cdots \ g_Q(t_{\text{man}})]^T = \Psi \mathbf{g}_m, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (13)$$

式中 M 为航迹向采样点数。

$$\Psi = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \cdots \ \varphi_Q], \varphi_i = \left[\exp\left(-j \frac{4\pi}{\lambda R_0} y_1 \hat{y}_i\right) \ \exp\left(-j \frac{4\pi}{\lambda R_0} y_2 \hat{y}_i\right) \ \cdots \ \exp\left(-j \frac{4\pi}{\lambda R_0} y_N \hat{y}_i\right) \right]^T. \quad (14)$$

考虑通过低秩观测矩阵来进行降采样,一般而言,随机矩阵与任意矩阵均不相关^[18-19],因此选取随机采样序列为对角元素的对角阵 $\Theta_m \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 作为采样矩阵,降采样后的信号表示为

$$s'_m = \Theta_m \Psi \mathbf{g}_m + e, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (15)$$

式中 $\Theta = \text{diag}(\mathbf{B})$, $\mathbf{B} = [b_1 \ b_2 \ \cdots \ b_N]^T$, $b_i \in \{0, 1\}$, \mathbf{B} 表示采样序列, b_i 取 1 时表示第 i 个阵元采样, b_i 取 0 时表示第 i 个阵元不采样。

(13)式的结构符合压缩感知中的 SMV 模型,因此信号 \mathbf{g}_m 可以通过观测向量 s_m 重构得到,其中 Ψ 是稀

疏基矩阵。但是,对于每一个距离切片中的每一个脉冲,都需要进行一次 **SMV** 的重构运算。假设距离向采样点数为 N_r ,由于航迹向采样数(脉冲数)为 M ,那么对三维成像而言,则共需 MN_r 次重构运算,而 **CS** 重构运算量相对复杂,高分辨成像所需二维采样数目 MN_r 一般很大,因此采用 **SMV** 模型进行三维成像效率低下。

由于按照距离向-跨航向-航迹向的处理顺序以保证不同航迹向观测具有相同的稀疏结构,**MMV** 模型已经满足条件。考虑到采样矩阵是先验设定的,不同的航迹向观测应该不变,则 Θ_m 对于 $m=1,2,\dots,L$ 可以统一描述为 Θ 。而航迹向的多重观测向量可以表示为 $\mathbf{S}=[s_1 \ \dots \ s_L] \in \mathbb{C}^{N \times L}$,降采样信号可以表示为 $\mathbf{E}=\Theta\mathbf{S}$,待重构信号为 $\mathbf{G}=[g_1 \ \dots \ g_L] \in \mathbb{C}^{Q \times L}$ 。基于 **MMV** 模型的信号可表示为

$$\mathbf{E} = \Theta\mathbf{P}\mathbf{G} = \Phi\mathbf{G}, \quad (16)$$

式中 $\Phi = \Theta\mathbf{P}$ 。相应的求解问题可描述为

$$\mathbf{G} = \arg \min F(\mathbf{G}), \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{E} = \Theta\mathbf{S} = \Phi[\mathbf{g}_1 \ \mathbf{g}_2 \ \dots \ \mathbf{g}_L], \quad (17)$$

式中 $F(\mathbf{G})$ 的定义需要匹配 \mathbf{G} 的稀疏结构。前面分析可知 \mathbf{G} 是二维数据经过一维压缩后的结果,沿行(跨航向)成直线形式,因此应先将矩阵转化为行的稀疏度量构成的列,再进行列的稀疏度量如下:

$$F(\mathbf{G}) = \|\mathbf{G}\|_{1,1} = \sum_{i=1}^Q \|\mathbf{G}^i\|_1, \quad (18)$$

式中 \mathbf{G}^i 表示 \mathbf{G} 的第 i 行。

针对(17)式的形式,考虑到三维成像的数据量问题,选取 **CS** 重构算法中较快速的正交基追踪(**OMP**)算法^[20]及扩展 **OMP** 算法^[15]来进行求解。假设所有距离单元均重构完毕,剩余信号可表示为

$$S(t, t_{\text{man}}, y_q) = \sum_q \zeta(y_q) \text{sinc} \left[B_r \left(t - \frac{2R_0}{c} \right) \right] \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(vt_{\text{man}} - x_k)^2}{R_0} \right] \exp \left(-j \frac{4\pi}{\lambda} R_0 \right), \quad (19)$$

式中 ζ 是跨航向聚焦的结果,与航迹向无关。

可以看出,在 **MMV** 模型下,三维成像仍需要进行 N_r 次 **MMV** 的重构运算,但是由于 **OMP** 算法的核心计算是对感知矩阵的求逆过程,而每次 **SMV** 和 **MMV** 重构中,都仅需做一次求逆运算,在感知矩阵维数较大时,单次 **SMV** 重构和 **MMV** 重构的计算量在同一级别。因而采用 **MMV** 模型能够有效地提高计算效率。

最后,航迹向压缩在距离时域、航迹频域和跨航向时域中完成,匹配滤波的参考函数为

$$H_3(f_a) = \exp[(j\pi f_a^2)/K_a]. \quad (20)$$

将(19)式对 t_{man} 做 **FFT** 后乘以匹配滤波参考函数 $H_3(f_a)$,再经航迹向 **IFFT** 即完成三维压缩,压缩后的信号表达式为

$$S(t, t_{\text{man}}, y_q) = \text{IFFT}[\text{FFT}(S)_{tm} \cdot H_3]_{fa} = \sum_q \text{sinc} \left[B_r \left(t - \frac{2R_0}{c} \right) \right] \zeta(y_q) \text{sinc}[B_a(vt_{\text{man}} - x_k)], \quad (21)$$

式中 B_a 是航迹向带宽。算法流程如图 3 所示。

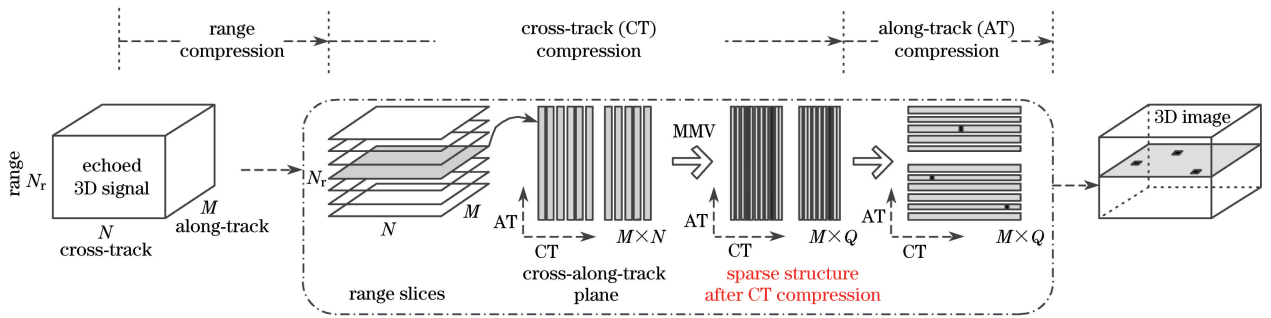


图 3 基于 **MMV** 的 DL 3D SAR 成像流程图

Fig. 3 Workflow of the **MMV**-based DL 3D SAR imaging

3.2 性能分析

CS 理论要求待恢复信号具有稀疏性,在 DL 3D SAR 成像下的目标回波信号是先验满足的。这是由于

三维成像是在三维空间中对散射表面成像,在每个跨航向切面上最多表现为线的形式。MMV 模型要求多重观测的信号具有相同的稀疏结构,这在调整成像处理顺序后已经满足。若存在越距离单元徙动,则可以采取重构前后矫正的策略,也可以将相邻若干航迹向采样分组,选取适当的 L 值即可。

在 SAR 成像应用中,得益于运算速度的优势,贪婪类算法应用较广。因此针对贪婪类算法中最具代表性的 OMP 算法^[20]及其扩展算法^[15]在 DL 3D SAR 成像中的重构概率及复杂度加以分析。其具体算法如表 1、2 所示。

表 1 正交匹配追踪算法

Table 1 OMP algorithm

Inputs: measurement vector \mathbf{y} , sensing matrix \mathbf{A} , sparse level K ;

Initializations: residue error vector $\mathbf{r} = \mathbf{y}$, support set $\Omega = \emptyset$;

for $k = 1:K$;

 step 1: Obtain support, $\eta_k \leftarrow \arg \max |\mathbf{A}^H * \mathbf{r}|$;

 step 2: Update support set $\Omega = \Omega \cup \{\eta_k\}$;

 step 3: Solution of least square

$\boldsymbol{\rho} = (\mathbf{A}(:, \Omega)^H \mathbf{A}(:, \Omega))^{-1} \mathbf{A}(:, \Omega)^H * \mathbf{y}$;

 step 4: Update residual $\mathbf{r} = \mathbf{y} - \mathbf{A}(:, \Omega) * \boldsymbol{\rho}$;

end

 step 5: $\hat{\mathbf{x}}(\Omega) = \boldsymbol{\rho}$;

outputs: The sparse signal $\hat{\mathbf{x}}$, residue error vector \mathbf{r} .

表 2 扩展正交匹配追踪算法

Table 2 Extended OMP algorithm

Inputs: measurement matrix \mathbf{Y} , sensing matrix \mathbf{A} , sparse level K ;

Initializations: $\mathbf{X} = \mathbf{0}$, residue error Matrix $\mathbf{R} = \mathbf{Y}$, support set $\Omega = \emptyset$;

for $k = 1:K$;

 step 1: Obtain support, $\eta_k \leftarrow \arg \max \|\mathbf{A}^H * \mathbf{R}^{(k)}\|_{1,1}$;

 step 2: Update support set $\Omega = \Omega \cup \{\eta_k\}$;

 step 3: Solution of least square

$\hat{\mathbf{X}}(\Omega, :) = (\mathbf{A}(:, \Omega)^H \mathbf{A}(:, \Omega))^{-1} \mathbf{A}(:, \Omega)^H * \mathbf{R}^{(k)}$;

 step 4: Update residual $\mathbf{R}^{(k)} = \mathbf{Y}^{(k)} - \mathbf{A}(:, \Omega) * \hat{\mathbf{X}}(\Omega, :)$;

end

outputs: The sparse signal $\hat{\mathbf{X}}$, residue error matrix \mathbf{R} .

从重构概率来看,基于 MMV 模型的 DL 3D SAR 跨航向成像重构,由于利用 L 个测量向量具有相同稀疏结构的先验信息,在相同的降采样率下能以更高概率重构。一次重构成功的条件为

$$\sum_{i=i}^{N_r} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^Q |\hat{\gamma}_{ijk} - \gamma_{ijk}|^2 / |\gamma_{ijk}|^2 < 0.1, \quad (22)$$

式中 $\hat{\gamma}$ 为 CS 重构成像像素幅值,而 γ 为传统 FFT 方法在全采样条件下经过跨航向插值后的成像像素幅值。

假设跨航向信号长度为 N ,随机采样其中的 M 个值,并利用 OMP 重构算法恢复原始信号时,精确重构概率能够达到 $p \in [0, 1]$ 。在多测量向量情况下,若进行了 L 次测量,SMV 模型下每次均能精确重构的概率为 p^L ,或者说精确重构次数的期望为 $E[N_L]_{\text{SMV}} = pL$ 。而在 MMV 模型下,考虑 L 次测量,将 L 次重构结果中出现次数最多的残差支撑集作为整体的残差支撑集,因此, L 次均能精确重构的概率为 $pL/L = p \geq p^L$ 。

从抗噪性能来看,含噪的 CS 重构得到的是信号稀疏域的表达,只重构出绝对值较大的元素,而忽略绝对值较小的元素。在高斯白噪声环境下,基于 SMV 的成像方法其散射点坐标的克拉默-拉奥界^[9]为

$$\text{CRB}(\mathbf{y}) \approx \sigma^2 / 2N. \quad (23)$$

基于 MMV 的成像方法重构散射点坐标的克拉默-拉奥界求解可认为是序贯观测下的参数估计问题,按照费希尔信息矩阵求逆,再观察其对角线元素的方法^[21]可得:

$$\text{CRB}(\mathbf{y}) \approx \sigma^2 / 2NL, \quad (24)$$

式中 σ^2 为噪声方差。可看出 L 越大,重构散射点坐标的克拉默-拉奥界越小,即抗噪性能越好。但要注意实际中 L 越大,对多次观测稀疏结构的一致性要求也越强,需要根据实际应用选取。

从计算复杂度来看,SMV 模型的 OMP 重构负担主要来自支撑集获取中的内积计算和最小二乘解中的广义逆计算。表 3 中 K 表示目标区域的强散射点数目, N_r 表示距离向的采样数目, M 表示航迹向的采样数目。可见基于 SMV 和 MMV 的成像算法中,为了获得支撑集 Ω ,残差与感知矩阵的内积计算次数均为 $O(2KN_r M)$;为了求得最小二乘解,广义逆计算次数分别为 $O(2KN_r M)$ 和 $O(2KN_r M/L)$,其中 $1 < L < M$,当 $L = 1$ 时,模型退化为 SMV 模型,而 $L = N$ 对应可取到的最大重数的 MMV 模型。可见 L 值越大,耗时减小越明显。随着跨航向分辨率的提高,感知矩阵的维数在不断扩大,求逆运算占比提高。利用 MMV 模型的耗时减小也越明显。

表 3 复杂度分析

Table 3 Analysis of complexity

Operation	SMV-based method	MMV-based method
Obtain the support	$O(2KN_rM)$	$O(2KN_rM)$
Solution of least square	$O(2KN_rM)$	$O(2KN_rM/L)$

4 数值仿真

主要从重构效率、抗噪声干扰和重构精度方面对本文算法进行分析,并与基于 SMV 的三维成像算法进行比较。仿真实验参数如表 4 所示。

表 4 仿真参数

Table 4 Simulation parameter

Parameter	Value	Parameter	Value
Carrier frequency /GHz	37.5	Radar velocity /($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	50
Pulse bandwidth /MHz	300	Number of antenna elements	128
Chirp duration / μs	1.0	Along-track resolution /m	0.4
Radar height /m	500	Range resolution /m	0.5
Cross-track resolution /m	0.4		

首先讨论重构概率与采样率、稀疏度的关系。设定目标散射点在航迹向 10 m、距离向 500 m 处随机分布,采样点数从 10 到 128,间隔为 2, $L=10$,蒙特卡罗实验次数为 100。散射点个数为 5 和 10 的重构精度与采样数的关系曲线如图 4(a)、(b)所示。从图 4 可以看出,本文算法能以更低的采样率达到高概率重构。并且,高概率重构所需的采样率也随散射点数目增大而增大,这是由于场景先验稀疏性下降的缘故。

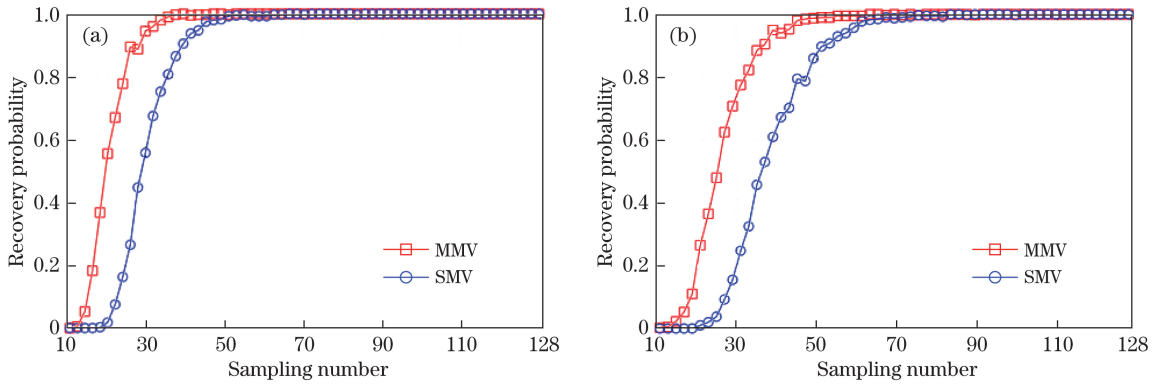


图 4 采样数与重构概率关系曲线。(a)散射点数为 5;(b)散射点数为 10

Fig. 4 Relationship curves of the sampling number and reconstruction accuracy.

(a) 5 scattering points; (b) 10 scattering points

其次讨论观测重数 L 与信噪比及跨航向重构概率的关系,当 L 选取 1, 4, 16, 64, 128 时,信噪比在 $[-3, 5]$ 内,间隔为 0.5 dB,蒙特卡罗实验次数为 100,计算重构概率。则观测重数 L 、重构概率及信噪比的关系如图 5 所示,可见同一信噪比条件下,观测重数越小重构概率越低,满足高概率重构时所需的信噪比越高。

最后验证本文算法耗时与旁瓣抑制能力。目标模型及位置如图 6 所示,反射系数均设为 1,信噪比为 5 dB。三维成像结果如图 7 所示,其顶点处的航迹-跨航向剖面如图 8 所示,可见利用本文算法重构跨航向时,只重构出稀疏的峰值点,而旁瓣得到抑制。对于从整体成像效果上看,基于 CS 两种模型下的成像算法均能精确成像,与传统算法相比所需数据量小、成像性能优。其中,MMV 模型下的 CS 算法旁瓣抑制效果更明显。

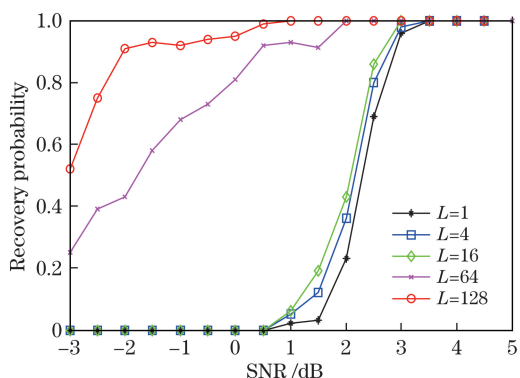


图 5 观测重数,信噪比及重构精度关系曲线

Fig. 5 Relationship curves of observation multiplicity, signal-to-noise ratio and reconstruction accuracy

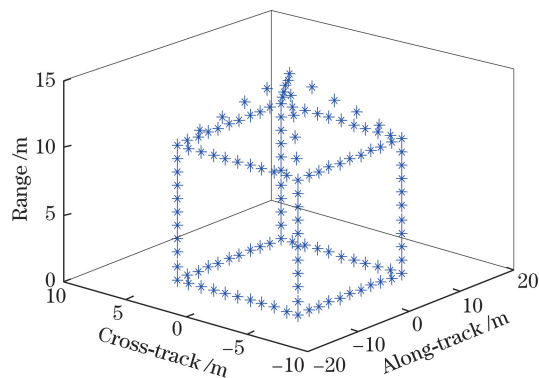


图 6 三维目标模型

Fig. 6 3D imaging scene

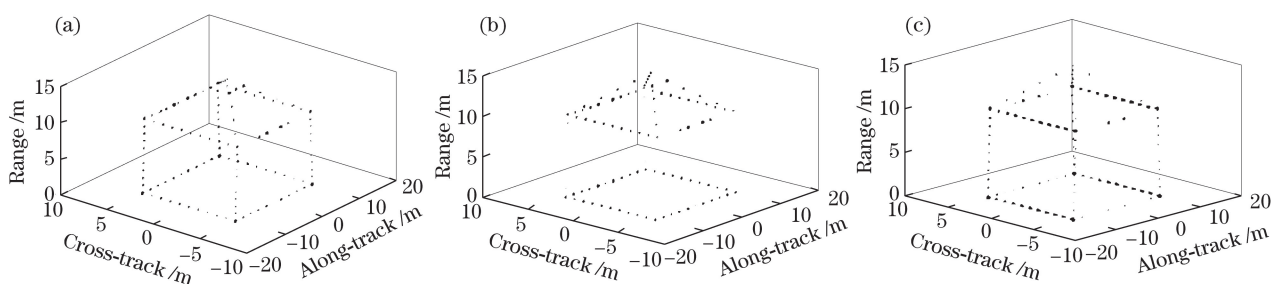


图 7 不同方法的三维成像结果。(a) MMV 方法;(b) SMV 方法;(c)本文方法

Fig. 7 3D imaging results of different methods. (a) MMV-based method; (b) SMV-based method; (c) proposed method

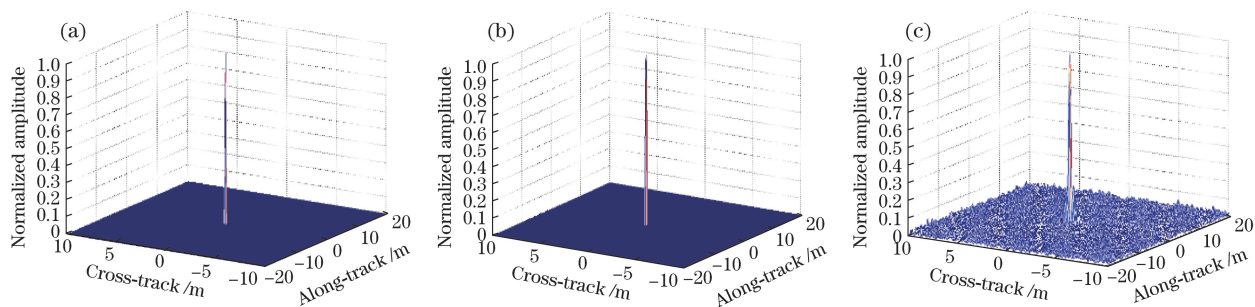


图 8 不同方法的航迹-跨航向切面图。(a) MMV 方法;(b) SMV 方法;(c)本文方法

Fig. 8 Along-cross-track planes of different methods. (a) MMV-based method; (b) SMV-based method; (c) proposed method

对于不同 L 情况下的 MMV、SMV 算法运行时间如表 5 所示。由于感知矩阵 Φ 存在随机性,实验在相同的计算机平台下(主频 CPU 为 3.3 GHz 内存为 2G),蒙特卡罗实验次数为 100,从表 2 中可以直观地看出,两种模型的运算效率, L 值越大,耗时减小越明显,故利用 MMV 模型可以有效地解决已有 CS 成像算法重构时间长的问题。

表 5 算法耗时

Table 5 Running time of methods

Performance	SMV based imaging method		MMV-based method		
	$L=1$	$L=4$	$L=16$	$L=64$	$L=128$
Mean running time /s	207.60	122.30	65.52	47.19	33.17

上述仿真实验结果表明,本文算法在 0 dB 以上均可以取得较高的重构概率,能够满足一般地面场景 SAR 成像抗噪需求。但由于 MMV 重构需要每次观测具有相同的稀疏结构,即要求跨航向距离徙动不超过一个分辨单元,经第 3 节推导只需满足远场条件即可。虽然该算法有效降低了重构成像耗时,但是由于 SAR 三维成像数据量过大,仍然不具有实时成像能力。最后,由于雷达回波仅反映物体表面的散射信息,而三维成像是将二维曲面投影于三维空间中,具有先验稀疏性,因此压缩感知不会局限算法的应用范围。

5 结 论

提出一种基于 MMV 的 DL 3D SAR 成像方法,适用于远场地面目标非实时高分辨三维成像。相比基于 SMV 的方法而言,在相同采样率下能够提高跨航向重构概率,提高成像质量;在其他参数相同情况下,能够提高抗噪性能,大幅缩短算法耗时。

应指出,对于海面等强噪声背景下的目标,如何构造优化函数抑制噪声,并进一步提高计算效率以实现实时成像还需要进一步深入研究。

参 考 文 献

- [1] Klare J, Cerutti-Maori D, Brenner A, *et al.* Image quality analysis of the vibrating sparse MIMO antenna array of the airborne 3D imaging radar ARTINO[C]. Proceedings of IEEE International Symposium on Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2007: 5310-5314.
- [2] Zhang D H, Zhang X L. Downward-looking 3D linear array SAR imaging based on chirp scaling algorithm[C]. Proceedings of the 2009 2nd Asian-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar, 2009: 1043-1046.
- [3] Peng X M, Hong W, Wang Y P, *et al.* Polar format imaging algorithm with wave-front curvature phase error compensation for airborne DLSLA three-dimensional SAR[J]. IEEE Geoscience & Remote Sensing Letters, 2014, 11(6): 1036-1040.
- [4] Donoho D. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [5] Weng Jiawen, Tan Suiyan. Imaging resolution of self-interference incoherent digital holographic system[J]. Chinese J Lasers, 2016, 43(6): 0609006.
翁嘉文, 谭穗妍. 自干涉非相干全息成像系统分辨率[J]. 中国激光, 2016, 43(6): 0609006.
- [6] Huang Zhijuan, Tang Chaoying, Chen Yueting, *et al.* Remote sensing image reconstruction method based on non-local similarity and low rank matrix[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(6): 0611002.
黄芝娟, 唐超影, 陈越庭, 等. 基于非局部相似性和低秩矩阵的遥感图像重构方法[J]. 光学学报, 2016, 36(6): 0611002.
- [7] Li Xueshi, Sun Guangcai, Xu Gang, *et al.* A new method of downward-looking 3D-SAR based on compressed sensing[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(5): 1017-1023.
李学仕, 孙光才, 徐刚, 等. 基于压缩感知的下视三维 SAR 成像新方法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(5): 1017-1023.
- [8] Bao Q, Han K Y, Lin Y, *et al.* Imaging method for downward-looking sparse linear array three-dimensional synthetic aperture radar based on reweighted atomic norm[J]. Journal of Applied Remote Sensing, 2016, 10: 015008.
- [9] Bao Q, Jiang C L, Lin Y, *et al.* Measurement matrix optimization and mismatch problem compensation for DLSLA 3D SAR cross-track reconstruction[J]. Sensors, 2016, 16(8): 1333.
- [10] Tian H, Li D J. Sparse flight array SAR downward-looking 3-D imaging based on compressed sensing[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2016, 13(10): 1395-1399.
- [11] Zhang S Q, Zhu Y T, Kuang G Y, *et al.* Analytic estimation performance bounds of downward-looking linear array 3D SAR imaging based on compressive sensing[C]. Proceedings of IEEE Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2015: 3179-3182.
- [12] Zhang S Q, Zhu Y T, Dong G G, *et al.* Truncated SVD-based compressive sensing for downward-looking three-dimensional SAR imaging with uniform/nonuniform linear array[J]. IEEE Geoscience & Remote Sensing Letters, 2015, 12(9): 1853-1857.
- [13] Chen J, Huo X M. Theoretical results on sparse representations of multiple-measurement vectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(12): 4634-4643.
- [14] Li Shaodong, Chen Wenfeng, Yang Jun, *et al.* Fast OMP algorithm based on bayesian test for multiple measurement

- vectors model[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(7): 1731-1737.
- 李少东, 陈文峰, 杨军, 等. 多量测向量模型下基于贝叶斯检验的快速 OMP 算法研究[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(7): 1731-1737.
- [15] Blanchard J D, Cermak M, Hanle D, *et al.* Greedy algorithms for joint sparse recovery[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(7): 1694-1704.
- [16] Li Shaodong, Yang Jun, Chen Wenfeng, *et al.* Overview of radar imaging technique and application based on compressive sensing theory[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(2): 495-508.
- 李少东, 杨军, 陈文峰, 等. 基于压缩感知理论的雷达成像技术应用与研究进展[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(2): 495-508.
- [17] Schmitt M, Stilla U. Compressive sensing based layover separation in airborne single-pass multi-baseline InSAR[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2013, 10(2): 313-317.
- [18] Barranca V J, Kovacic G, Zhou D, *et al.* Improved compressive sensing of natural scenes using localized random sampling[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 31976.
- [19] Wang Qi, Ma Lingling, Li Chuanrong, *et al.* Improved method of dictionary atom selection in compressive sensing spectral reconstruction[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(9): 0930002.
- 汪琪, 马灵玲, 李传荣, 等. 压缩感知光谱重构中的字典原子选取优化方法[J]. 光学学报, 2016, 36(9): 0930002.
- [20] Pilatri A L, Tavares J M R S. Reconstruction algorithms in compressive sensing: an overview[C]. Edition of the Doctoral Symposium in Informatics Engineering, 2016: 127-137.
- [21] Zhou J X, Zhao H Z, Sri Z G, *et al.* Analytic performance bounds on estimates of scattering center parameters[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(2): 813-826.