# 基于平行面多靶标标定的单目大视场平面测量

杨东升,毕树生,蔡月日\*,袁 畅

北京航空航天大学机器人研究所,北京 100191

摘要 针对单目大视场平面测量时,测量平面内不便布置靶标和大尺寸靶标难以制作的问题,提出一种利用布设 在平行面上的小尺寸平面靶标进行标定的方法。选定一个平行面为标定平面,将单个小尺寸平面靶标合理放置在 标定平面的多个位置拍摄,整合构造出一个大尺寸平面靶标,采用非线性优化的方法进行摄像机内、外参的优化求 解。结合平行约束和距离参数得到测量平面与图像平面的单应矩阵,实现大视场平面测量。建立平面测量的精度 模型,对测量区域各处精度的分布以及影响测量精度的摄像机内参、安装角度和高度等因素进行理论分析和实验 验证。实验结果表明:该方法可有效保证整体测量精度;在上底 920 mm、下底 1360 mm、高 920 mm 的梯形视场内 标定,距标定平面 200 mm 的测量平面内的测量误差低于 0.6%;测量区域内各处误差的分布趋势与精度模型一 致。此方法完全适用于大视场平面测量。

# Wide-Area Monocular Plane Measurement Based on Calibration on a Parallel Plane Using Multiple Targets

Yang Dongsheng, Bi Shusheng, Cai Yueri, Yuan Chang Robotics Institute, Beihang University, Beijing, 100191, China

Abstract Aiming at the problem of inconvenient placement of a target in the measuring plane and the difficulty of making a large-scale target in wide-area monocular plane measurement system, a method of calibrating with small-size plane targets laid on a parallel plane is proposed. A parallel plane is selected as a calibration plane, a single small-size plane target is placed reasonably in a plurality of positions on the calibration plane for shooting, and a large-scale plane target is constructed by combining the photos and the nonlinear optimization method is used to complete the optimization of the internal and external parameters of the camera. Combining with the parallel constraint and the distance parameter, the homography matrix between the measuring plane and the image plane is obtained and then the wide-area plane measurement is realized. The precision model of plane measurement precision such as the internal parameters, the installation angle and height of the camera are analyzed theoretically and experimentally. The experimental results show that the proposed method can effectively guarantee the overall measurement precision. In the calibration in a trapezoidal visual field with an upper line of 920 mm, a lower line of 1360 mm and height of 920 mm, the measurement error is lower than 0.6% in the measuring plane away from the calibration plane 200 mm. The distribution of errors in the measuring area is consistent with that of the precision model. This method is fully applicable to the wide-area plane measurement.

**Key words** machine vision; wire-area plane measurement; calibration on parallel plane; precision analysis; nonlinear optimization

OCIS codes 150.1135; 150.1488; 150.0155

收稿日期: 2017-03-16; 收到修改稿日期: 2017-05-02

作者简介:杨东升(1990一),男,博士研究生,主要从事视觉 SLAM 和视觉测量等方面的研究。

E-mail: ydsf16@buaa.edu.cn

**导师简介**: 毕树生(1966—),男,博士,教授,主要从事柔性机构及超精密定位技术、柔性仿生机器人技术和机器人工程应用等方面的研究。E-mail: ssbi@buaa.edu.cn

\* 通信联系人。E-mail: caiyueri@buaa.edu.cn

# 1 引 言

单目视觉测量具有非接触、视场大、精度高和成本低等优点<sup>[1-4]</sup>,越来越多地应用于大尺寸平面目标的二 维测量<sup>[5-6]</sup>。目前单目大视场平面测量主要存在以下问题:1)测量平面内难以布置平面靶标进行摄像机标 定;2)视场范围大,采用小尺寸平面靶标标定精度低,而大尺寸平面靶标又难以加工;3)摄像机倾斜安装, 图像平面与测量平面不平行,测量范围内各处测量精度不同。

为了解决测量平面内难以布置靶标的问题,刘昶<sup>[7]</sup>采用双平面相机模型,将平面靶标放置在与测量平面 平行且距离已知的两个平面上进行标定,该方法须在两个平面上布置靶标。张振等<sup>[6]</sup>在单应矩阵中引入高 度参数,实现不同高度平面的二维测量,此方法要求在三维空间内布置控制点。

针对大视场测量的标定问题,文献[8-10]进行了深入的研究,提出采用多个小靶标拟合大靶标的方法, 然而该方法针对三维视觉的摄像机标定问题。李为民等<sup>[11]</sup>采用多项式拟合摄像机模型,提出一种大视场差 分标定方法,此方法要求各子靶标之间保持平行。方勇纯等<sup>[12]</sup>将多个小尺寸平面靶标铺设在平面上,融合 各个靶标的单应矩阵得到整个视场的全局单应矩阵,实现大视场平面测量,但是该方法未考虑摄像机畸变。

在平面测量时,一般采用图像平面与测量平面平行的安装形式。在这种情况下,待测物的世界坐标与图 像坐标仅差一个放大倍数<sup>[1]</sup>,测量平面内各位置的测量精度基本相同。然而在大部分测量场合,难以满足平 行安装条件,从而导致测量平面内各位置的测量精度不同。张振等<sup>[6]</sup>利用数值模拟的方式深入分析了相机 安装角度对平面测量分辨率的影响,然而未建立平面测量的精度模型。

针对单目大视场平面测量存在的问题,本文提出一种将小尺寸平面靶标放置在测量平面的平行面上进 行标定的方法。将小尺寸平面靶标放置在平行面上的多个位置进行拍摄,并整合成一个大尺寸平面靶标。 该方法仅设置一个平行面用于布置小尺寸平面靶标,相比双平行平面标定法<sup>[7,12]</sup>减少了一个平面,相比基于 变高单应的方法<sup>[6]</sup>无需在三维空间布置控制点。对于图像平面与测量平面不平行的情况,建立平面测量的 精度模型,对测量区域内各处精度的分布和影响精度的因素进行了分析。

# 2 测量原理

#### 2.1 摄像机模型

如图 1 所示,空间中一点在世界坐标系  $O_w X_w Y_w Z_w$  下的齐次坐标为  $p_w = (x_w, y_w, z_w, 1)^T$ ,在摄像机 坐标系  $O_c X_c Y_c Z_c$  下的齐次坐标为  $p_c = (x_c, y_c, z_c, 1)^T$ ,投影到以 pixel 为单位的图像坐标系 *ouv* 下的齐 次坐标为  $m = (u, v, 1)^T$ ,称为齐次图像坐标。*OXY* 为以 mm 为单位的图像坐标系, $\pi_1$  为摄像机图像平面。 根据摄像机针孔模型<sup>[13]</sup>:

$$\lambda m = A p_{\rm C} = A [R \quad T] p_{\rm W}, \qquad (1)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
 (2)

式中 A 称为摄像机内参矩阵,  $f_x$ 、  $f_y$ 分别为 u 轴和 v 轴上的归一化焦距;  $(u_0, v_0)^T$ 为主点坐标;  $\lambda$  为比例系数; R 和 T 分别为世界坐标系到摄像机坐标系的旋转矩阵和平移向量, 称为摄像机的外部参数。

由于加工制造等原因,实际的镜头并非理想的透视成像,而是存在一定的径向畸变和切向畸变<sup>[13]</sup>。 一般情况下,切向畸变较小<sup>[14]</sup>,本文予以忽略,仅考虑二阶径向畸变。记(u,v)<sup>T</sup>为理想图像坐标,  $\tilde{m} = (\tilde{u}, \tilde{v})^{T}$ 为畸变后的图像坐标,畸变模型为

$$\begin{cases} \tilde{u} = u + (u - u_0) \left[ k_1 \left( x^2 + y^2 \right) + k_2 \left( x^2 + y^2 \right)^2 \right] \\ \tilde{v} = v + (v - v_0) \left[ k_1 \left( x^2 + y^2 \right) + k_2 \left( x^2 + y^2 \right)^2 \right] \end{cases},$$
(3)

式中 $x = (u - u_0)/f_x, y = (v - v_0)/f_y$ 称为归一化的理想图像坐标; $k_1, k_2$ 为畸变系数,与 $f_x, f_y, u_0, v_0$ 共同构成非线性模型的摄像机内部参数。



Fig. 1 Camera model

#### 2.2 基于单应的平面测量原理

在进行平面测量时,将测量坐标系  $O_{\rm M}X_{\rm M}Y_{\rm M}Z_{\rm M}$  的原点  $O_{\rm M}$  建立在测量平面  $\pi_{\rm M}$  上, $Z_{\rm M}$  轴与测量平面 垂直,那么测量平面上  $z_{\rm M}$ =0。此时,测量坐标系即为世界坐标系。记测量坐标系到摄像机坐标系的旋转矩 阵  $\mathbf{R} = [\mathbf{r}_1 \, \mathbf{r}_2 \, \mathbf{r}_3]^{\rm T}$ ,测量平面上的点在测量坐标下的三维齐次坐标为  $\mathbf{p}_{\rm M} = (x_{\rm M}, y_{\rm M}, 0, 1)^{\rm T}$ ,二维齐次坐标为  $\tilde{\mathbf{p}}_{\rm M} = (x_{\rm M}, y_{\rm M}, 1)^{\rm T}$ ,根据(1)式可得:

$$\lambda \boldsymbol{m} = \boldsymbol{A} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R} & \boldsymbol{T} \end{bmatrix} \boldsymbol{p}_{\mathrm{M}} = \boldsymbol{A} \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_{1} & \boldsymbol{r}_{2} & \boldsymbol{T} \end{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{M}} \,. \tag{4}$$

记单应矩阵为

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{A} \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_1 & \boldsymbol{r}_2 & \boldsymbol{T} \end{bmatrix}_{\circ}$$
(5)

(5)式定义了测量平面到图像平面的可逆齐次变换<sup>[15]</sup>。若单应矩阵 H 和齐次图像坐标 m 已知,则可得到平面上的点在测量坐标系下的二维齐次坐标为

$$\widetilde{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{M}} = \lambda \boldsymbol{H}^{-1} \boldsymbol{m}_{\mathrm{o}}$$
(6)

由(6)式可知,平面测量的关键是标定出测量平面与图像平面之间的单应矩阵 H。

#### 2.3 平面测量步骤

在摄像机内参  $f_x$ 、 $f_y$ 、 $u_0$ 、 $v_0$ 、 $k_1$ 、 $k_2$  以及单应矩阵 **H** 已知时,可对测量平面内的目标进行二维测量,测量步骤如下:

1) 拍摄测量平面上的待测物,利用图像处理算法,如尺度不变特征变换(SIFT)角点提取算法,从图像 中提取待测物关键点带畸变的图像坐标(*ū*,*v*)<sup>T</sup>。

2) 采用 Levenberg-Marquardt 法求解非线性方程组(3)式,获得畸变矫正后的图像坐标(u,v)<sup>T</sup>。

3) 根据(6)式,利用单应矩阵计算出待测物关键点在测量坐标系下的二维齐次坐标  $\tilde{p}_{M}$ 。

### 3 标定原理

针对测量平面 π<sub>M</sub> 内难以布置平面靶标的问题,设置一个与其平行且距离 d 已知的平面为标定平面 π<sub>B</sub>, 如图 2 所示。将单个小尺寸平面靶标(称为小靶标)铺设在标定平面的多个位置进行拍摄,形成一个能够覆 盖整个视场的虚拟大尺寸平面靶标,解决大尺寸平面靶标难以加工的问题。

#### 3.1 构建大尺寸平面靶标

首先,对摄像机内参进行预先标定。将小靶标放置在摄像机的近场区域,尽量使拍摄到的小靶标能够充 满整个图幅。在不同的相对位置下,拍摄多幅图像,采用张氏法<sup>[16]</sup>标定出摄像机内参 f<sub>x</sub>、f<sub>y</sub>、u<sub>0</sub>、v<sub>0</sub>、k<sub>1</sub> 和 k<sub>2</sub>。

在标定出摄像机内参之后,如图 2 所示,将摄像机与测量平面  $\pi_{\rm M}$ 的相对位置固定。将小靶标放置在标 定平面  $\pi_{\rm B}$ 的不同位置拍摄,单个位置的小靶标图像只能覆盖部分视场,要求所有位置的小靶标图像组合在 一起能够覆盖整个视场。在每个位置的小靶标上建立小靶标坐标系,记第 *i* 个位置的小靶标坐标系为  $O_{\rm T}^{i}X_{\rm T}^{i}Y_{\rm T}^{i}Z_{\rm T}^{i}$ ,其中, $Z_{\rm T}^{i}$  轴与小靶标平面  $\pi_{\rm B}^{i}$  垂直,坐标原点  $O_{\rm T}^{i}$  在小靶标平面上。采用直接线性法(DLT)<sup>[17]</sup> 计算每个小靶标平面到图像平面的单应矩阵  $H^{i}$ ,在摄像机内参已知的情况下,利用(5)式计算出每个小靶标 坐标系到摄像机坐标系的旋转矩阵  $R_{\rm T}^{i}$  和平移向量  $T_{\rm T}^{i}$ 。在标定平面上建立标定坐标系  $O_{\rm B}X_{\rm B}Y_{\rm B}Z_{\rm B}$ ,为了方



图 2 标定原理示意图 Fig. 2 Schematic of calibration principle

便分析,令其与第1个位置的小靶标坐标系  $O_{T}^{1}X_{T}^{1}Y_{T}^{1}Z_{T}^{1}$  重合。标定坐标系到摄像机坐标系的旋转矩阵和 平移向量为  $R_{B} = R_{T}^{1}$  和  $T_{B} = T_{T}^{1}$ 。以摄像坐标系为中介,得到第*i*个位置的小靶标坐标系到标定坐标系的旋 转矩阵和平移向量分别为

$$\begin{cases} \boldsymbol{R}_{\mathrm{TB}}^{i} = (\boldsymbol{R}_{\mathrm{T}}^{1})^{-1} \boldsymbol{R}_{\mathrm{T}}^{i} \\ \boldsymbol{T}_{\mathrm{TB}}^{i} = (\boldsymbol{R}_{\mathrm{T}}^{1})^{-1} (\boldsymbol{T}_{\mathrm{T}}^{i} - \boldsymbol{T}_{\mathrm{T}}^{1}) \end{cases},$$
(7)

将(7)式写成分量形式为

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{\mathrm{TB}}^{i} = \begin{bmatrix} r_{11}^{i} & r_{12}^{i} & r_{13}^{i} \\ r_{21}^{i} & r_{22}^{i} & r_{23}^{i} \\ r_{31}^{i} & r_{32}^{i} & r_{33}^{i} \end{bmatrix}^{\circ} \\ \mathbf{T}_{\mathrm{TB}}^{i} = \begin{bmatrix} t_{1}^{i} & t_{2}^{i} & t_{3}^{i} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \end{cases}$$

$$(8)$$

由于所有位置的小靶标共面,理论上各个小靶标坐标系 O<sup>+</sup><sub>T</sub>X<sup>+</sup><sub>T</sub>Y<sup>+</sup><sub>T</sub>Z<sup>+</sup><sub>T</sub> 与标定坐标系 O<sub>B</sub>X<sub>B</sub>Y<sub>B</sub>Z<sub>B</sub> 的关系 Q有绕 Z<sub>B</sub> 轴的旋转和 X<sub>B</sub>、Y<sub>B</sub> 轴方向上的平移,即为

$$\begin{cases} \widetilde{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{TB}}^{i} = \begin{bmatrix} \cos \theta^{i} & -\sin \theta^{i} & 0\\ \sin \theta^{i} & \cos \theta^{i} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \widetilde{\boldsymbol{T}}_{\mathrm{TB}}^{i} = \begin{bmatrix} t_{1}^{i} & t_{2}^{i} & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \end{cases}$$
(9)

式中 $\theta^i$ 为旋转角度。但由于图像噪声、特征点提取精度和摄像机畸变等因素的影响,求解出的(8)式与(9) 式不同。为了保证平面约束,用(9)式代替(8)式,并取 $\theta^i = \arctan(r_{21}^i/r_{11}^i)$ 。

记第 *i* 个位置的小靶标上第 *j* 个特征点在其小靶标坐标系  $O_{T}^{i}X_{T}^{i}Y_{T}^{i}Z_{T}^{i}$ 下的三维齐次坐标为  $p_{T}^{i,j} = (x_{T}^{i,j}, y_{T}^{i,j}, 0, 1)^{T}$ ,则其在标定坐标系  $O_{B}X_{B}Y_{B}Z_{B}$ 下的三维齐次坐标为

$$\boldsymbol{p}_{\mathrm{B}}^{i,j} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\hat{R}}_{\mathrm{TB}}^{i} & \boldsymbol{\hat{T}}_{\mathrm{TB}}^{i} \\ \boldsymbol{0}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{1} \end{bmatrix} \boldsymbol{p}_{\mathrm{T}}^{i,j} \,. \tag{10}$$

由(10)式将所有位置小靶标的特征点统一至标定坐标系 O<sub>B</sub>X<sub>B</sub>Y<sub>B</sub>Z<sub>B</sub>下,从而构成一幅平面大尺寸靶标。

#### 3.2 摄像机内外参的非线性优化

根据以上分析,结合(1)式,可得第*i*个位置的小靶标上第*j*个特征点在其小靶标坐标系 $O_{T}^{i}X_{T}^{i}Y_{T}^{i}Z_{T}^{i}$ 下的齐次坐标与其齐次图像坐标 $m_{i,j}$ 的关系为

$$\lambda_{i,j}\boldsymbol{m}_{i,j} = \boldsymbol{A} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{\mathrm{B}} & \boldsymbol{T}_{\mathrm{B}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tilde{R}}_{\mathrm{TB}}^{i} & \boldsymbol{\tilde{T}}_{\mathrm{TB}}^{i} \\ \boldsymbol{0}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{1} \end{bmatrix} \boldsymbol{p}_{\mathrm{T}}^{i,j}, \qquad (11)$$

式中 $\lambda_{i,j}$ 为比例系数,结合(3)式计算出畸变后的图像坐标 $\hat{m}_{i,j}$ 。记在图像中提取到的对应特征点的图像坐

标为 $\hat{m}_{i,j}$ 。将 3.1 节求取的摄像机内参矩阵 A,畸变系数  $k_1$ 、 $k_2$ ,摄像机外参  $R_B$ 、 $T_B$  以及各小靶标坐标系到标定坐标系的旋转矩阵  $\hat{R}_{TB}^i$ 和平移向量  $\hat{T}_{TB}^i$ ,作为优化初值,构建使所有位置小靶标特征点重投影误差平方和最小的优化函数为

$$f(\boldsymbol{A},\boldsymbol{k}_{1},\boldsymbol{k}_{2},\boldsymbol{R}_{\mathrm{B}},\boldsymbol{T}_{\mathrm{B}},\boldsymbol{\tilde{R}}_{\mathrm{TB}}^{i},\boldsymbol{\tilde{T}}_{\mathrm{TB}}^{i}) = \min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \| \hat{\boldsymbol{m}}_{i,j} - \boldsymbol{\tilde{m}}_{i,j} \|^{2}, \qquad (12)$$

式中m为小靶标放置位置的个数,n为小靶标上特征点的个数。采用Levenberg-Marquardt法对(12)式进行优化搜索,即可获得摄像机内参 $A_{\chi k_1, \chi k_2}$ 和外参 $R_B_{\chi}T_B$ 的最优解。

# 3.3 求解测量平面到图像平面的单应矩阵

建立测量坐标系  $O_{M}X_{M}Y_{M}Z_{M}$ ,坐标原点  $O_{M}$  在测量平面  $\pi_{M}$  上, $Z_{M}$  轴与标定坐标系  $O_{B}X_{B}Y_{B}Z_{B}$  的  $Z_{B}$ 轴同向且共线, $X_{M}$ 、 $Y_{M}$  轴分别与  $X_{B}$ 、 $Y_{B}$  轴同向且平行,如图 2 所示。由于测量平面与标定平面平行,那么 测量坐标系到标定坐标系的旋转矩阵为单位矩阵 I,平移向量为  $T_{BM} = (0,0,-d)^{T}$ 。记标定坐标系到摄像 机坐标系 的旋转矩阵  $R_{B} = [r_{B}^{1} r_{B}^{2} r_{B}^{3}]$ 。测量 平 面上 的点 在 测量坐标系下的三维齐次坐标为  $p_{M} = (x_{M}, y_{M}, 0, 1)^{T}$ ,二维齐次坐标为 $\hat{p}_{M} = (x_{M}, y_{M}, 1)^{T}$ ,其在标定坐标系下的三维齐次坐标为  $p_{B}$ 。根据 (1)式可得二维齐次坐标  $\hat{p}_{M}$  与齐次图像坐标 *m* 的关系为

$$\lambda m = A \begin{bmatrix} R_{\rm B} & T_{\rm B} \end{bmatrix} p_{\rm B} = A \begin{bmatrix} R_{\rm B} & T_{\rm B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & T_{\rm BM} \\ 0^{\rm T} & 1 \end{bmatrix} p_{\rm M} = A \begin{bmatrix} R_{\rm B} & R_{\rm B}T_{\rm BM} + T_{\rm B} \end{bmatrix} p_{\rm M} = A \begin{bmatrix} r_{\rm B}^{\rm I} & r_{\rm B}^{\rm 2} & R_{\rm B}T_{\rm BM} + T_{\rm B} \end{bmatrix} \tilde{p}_{\rm M} .$$
(13)

由此得到测量平面到图像平面的单应矩阵  $H = A [r_B^1 \ r_B^2 \ R_B T_{BM} + T_B]$ 。

# 4 平面测量精度分析

#### 4.1 精度模型

如图 3 所示,假设摄像机绕摄像机坐标系  $O_c X_c Y_c Z_c$  的  $X_c$  轴顺时针旋转角度  $\alpha$ (称为摄像机安装角度),摄像机坐标系  $O_c X_c Y_c Z_c$  原点  $O_c$  到测量平面  $\pi_M$  的垂直距离为 h(称为摄像机安装高度),测量区域为 一个等腰梯形。将光轴与测量平面的交点作为测量坐标系的原点,测量坐标系  $X_M$  轴与摄像机坐标系  $X_c$  轴 同向且平行。忽略镜头畸变,假设归一化焦距  $f_x = f_y = f$ ,根据(1) 式和几何关系,得测量平面上点的二维 坐标为

$$\begin{cases} x_{\rm M} = \frac{h \left( u - u_{\rm 0} \right)}{f \cos \alpha + \left( v - v_{\rm 0} \right) \sin \alpha} \\ y_{\rm M} = \frac{h \left( v - v_{\rm 0} \right)}{\left[ f \cos \alpha + \left( v - v_{\rm 0} \right) \sin \alpha \right] \cos \alpha} \end{cases}$$
(14)

对(14)式求偏导,可得

$$\frac{\partial x_{\rm M}}{\partial u} = \frac{h}{f\cos\alpha + (v - v_0)\sin\alpha},$$

$$\frac{\partial x_{\rm M}}{\partial v} = -\frac{h(u - u_0)\sin\alpha}{[f\cos\alpha + (v - v_0)\sin\alpha]^2},$$

$$\frac{\partial y_{\rm M}}{\partial u} = 0,$$

$$\frac{\partial y_{\rm M}}{\partial v} = \frac{hf}{[f\cos\alpha + (v - v_0)\sin\alpha]^2},$$
(16)

假设  $u \upsilon$  轴像素坐标提取的精度为  $\Delta u = \Delta v = \delta$ ,建立平面测量的精度模型,则  $X_{\rm M}$  轴的测量精度为

$$\Delta x_{\rm M} = \sqrt{\left(\frac{\partial x_{\rm M}}{\partial u}\Delta u\right)^2 + \left(\frac{\partial x_{\rm M}}{\partial v}\Delta v\right)^2} = \delta \sqrt{\left(\frac{\partial x_{\rm M}}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_{\rm M}}{\partial v}\right)^2},\tag{17}$$

Y<sub>M</sub> 轴的测量精度为

$$\Delta y_{\rm M} = \sqrt{\left(\frac{\partial y_{\rm M}}{\partial u}\Delta u\right)^2 + \left(\frac{\partial y_{\rm M}}{\partial v}\Delta v\right)^2} = \delta \left|\frac{\partial y_{\rm M}}{\partial v}\right|,\tag{18}$$

总体测量精度为





#### 4.2 精度模型分析

由(15)~(19)式可知,平面测量精度的影响因素有:像素坐标提取精度δ;摄像机内参 f、u<sub>0</sub>、v<sub>0</sub>;测量平面上待测点投影到图像上的图像坐标(u,v)<sup>T</sup>,也表征待测点在测量区域中的位置;摄像机安装参数α和h。

由(15)、(16)式可知,摄像机等效焦距 f 越大,主点坐标 u<sub>0</sub>、v<sub>0</sub> 越大,即图像分辨率越高;摄像机安装高 度 h 越低,(15)、(16)式的绝对值越小,从而(17)~(19)式的值越小,系统的测量精度越高。由此可知,短焦 距高分辨率相机与长焦距低分辨率相机可以得到相同的测量精度。

为便于精度分析,将一组参数代入(17)~(19)式,如表 1 所示。计算每个图像点对应的测量精度。将测量精度投影到测量平面上,得到测量区域内不同位置的测量精度,如图 4 所示。结合精度模型,可以得出: 1)测量区域内  $X_{\rm M}$  轴的精度与图像坐标 u 和 v 相关, $Y_{\rm M}$  轴的精度只受图像坐标 v 影响;2)测量区域内不同位置的总体测量精度各异,靠近梯形测量区域上底边处的精度相对较高,靠近下底边处的精度相对较低,两个下底角处的精度最低;3)  $X_{\rm M}$  轴与  $Y_{\rm M}$  轴精度不同,当前参数下, $X_{\rm M}$  轴的精度大部分优于  $Y_{\rm M}$  轴的精度,其他参数需要具体分析。

Image resolution /(pixel×pixel)	f	<i>u</i> <sub>0</sub>	$v_0$	h /mm	θ /(°)	δ /pixel
$4032 \times 3024$	3460	2016	1512	900	25	1

表 1 精度分析参数 Table 1 Parameters for precision analysis

根据精度模型(17)~(19)式较难看出摄像机安装角度  $\alpha$  对测量精度的影响,因此取  $h = 900 \text{ mm}, \alpha$  为  $0 \sim 1 \text{ rad}, 会制每个角度对应的最低测量精度,即梯形测量区域两个下底角处的测量精度,如图 5 所示。由图 5 可知,摄像机安装角度 <math>\alpha$  越小,系统的测量精度越高。

综上所述,为了获取较高的测量精度,应选用长焦距高分辨率摄像机、使摄像机图像平面与测量平面平 行、降低安装高度,但是这样会导致测量区域变小。在工程测量中,应根据实际需求妥善处理测量区域大小 与测量精度的关系。

# 5 实验与结果分析

采用的摄像机图像分辨率为 4032 pixel×3024 pixel,像素物理尺寸为 1.22  $\mu$ m,镜头焦距为 4 mm。如 图 6 所示,摄像机安装在三角架上,小靶标摆放在地面上。摄像机与地面的距离约为 900 mm,夹角为 25°,标定视场大小约为上底 920 mm、下底 1360 mm、高 920 mm 的等腰梯形区域。小靶标采用 A3 纸打印,棋盘 格大小为 34.5 mm×34.5 mm,特征点个数为 9×6=54。

# 5.1 标定实验

按照 3.1 节所述方法,对摄像机进行预标定,获得摄像机内参为  $f_x = 3456.6$ 、 $f_y = 3470.3$ 、 $u_0 = 2020.2$ 、 $v_0 = 1496.0$ 、 $k_1 = 0.0791$ 、 $k_2 = -0.0461$ 。



图 4 (a)测量区域内不同位置的测量精度分布;(b)  $y_M = -500 \text{ mm} \text{ 时},测量精度随 <math>x_M$  的分布; (c)  $x_M = 0 \text{ mm} \text{ 时},测量精度随 <math>y_M$  的分布

Fig. 4 (a) Distribution of measurement precision of different positions in the measuring area; (b) distribution of measurement precision versus  $x_{\rm M}$ , when  $y_{\rm M} = -500$  mm; (c) distribution of measurement precision versus  $y_{\rm M}$ , when  $x_{\rm M} = 0$  mm



图 5 测量精度随摄像机安装角度的变化

Fig. 5 Measurement precision versus camera angles



图 6 实验装置 Fig. 6 Experimental setup

为了对比标定效果,分别进行两组实验。第一组实验按照图 7(a)所示的位置分别摆放并拍摄小靶标,9 个位置的小靶标基本能够覆盖整个标定视场。第二组实验仅采用单幅小靶标图像,如图 7(b)所示,本文采 用图 7(a)中1号位置的小靶标图像。两组实验均采用本文方法进行标定,但是所采用的小靶标图像个数不 同,第一组实验采用多个小靶标图像,能够覆盖整个视场,称之为多靶标方法;第二组实验采用单个小靶标图 像,仅能覆盖视场的局部区域,称之为单靶标方法。利用 3.1 和 3.2 节的方法,标定出两组实验的摄像机内、 外参,如表 2 所示。距标定平面 0,50,100,150,200 mm 处各设一个测量平面。利用 3.3 节所述方法,求得 两组标定方法对应 5 个测量平面的单应矩阵,共计 10 个。



图 7 靶标图像。(a)第一组;(b)第二组

Fig. 7 Target images. (a) First group; (b) second group

表 2 标定结果

Group		A		$k_{1}$	$k_{2}$		<b>R</b> B	$m{T}_{ m B}$	
	3854.2	0	2023.6		Γ	0.9936	0.1123	-0.0135 -547.7	1
1	0	4017.5	1543.8	0.1142	-0.2166	-0.0919	0.8713	0.4821 - 388.2	
	0	0	1			0.0659	-0.4778	0.8760 [ 1280.9 ]	
	3443.1	0	1972.1		Γ	0.7132	0.7009	-0.0079 $[-498.8]$	1
2	2 0 3478.5 1512.2 0.1	0.1039	-0.1559	-0.6282	0.6440	0.4367 -409.8			
	0	0	1			0.3111	-0.3065	0.8996 1155.4	

# 5.2 精度测量实验

图 8(a)为所设计的 5 个测量平面。为了验证系统的测量精度,将小靶标作为标准物,在各个测量平面上,按照图 8(b)所示的 9 个位置摆放并拍摄。摆放时,使小靶标的  $X_{\rm T}$  方向与梯形测量区域的底边平行。如图 8(c)所示,采用 2.3 节所述方法,测量小靶标上 54 个特征点的测量坐标。由此,计算沿靶标坐标系  $O_{\rm T}X_{\rm T}Y_{\rm T}$  的  $X_{\rm T}$  方向和  $Y_{\rm T}$  方向相邻两个特征点的间距  $d_x$ 和  $d_Y$ ;对应  $X_{\rm T}$  方向和  $Y_{\rm T}$  方向的间距组数分别 为  $N_x$ 和  $N_Y$ ,本文采用的小靶标  $N_x$ =48, $N_Y$ =45;小靶标特征点间距的真值为 d=34.5 mm。定义小靶标的绝对测量误差为

$$e_{a} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{X}} |d_{X}^{i} - d| + \sum_{j=1}^{N_{Y}} |d_{Y}^{j} - d|}{N_{X} + N_{Y}},$$
(20)

相对测量误差为

е

$$= \frac{\sum_{i=1}^{N_X} |d_X^i - d| + \sum_{j=1}^{N_Y} |d_Y^j - d|}{(N_X + N_Y) \cdot d} \times 100\% .$$
 (21)

由每个测量平面上9个位置的小靶标,可得9组测量误差。这9组测量误差实际表征了测量区域内9



图 8 精度测量实验示意图。(a)测量平面;(b)小靶标摆放位置;(c)小靶标特征点间距

Fig. 8 Schematic of precision measurement experiment. (a) Measuring planes; (b) positions of small targets; (c) feature point intervals of a small target

个位置的测量误差。根据以上方法,在各测量平面上,分别利用多靶标和单靶标方法获得标定参数,并测量 各平面上9个位置的测量误差。图 9~11 分别为 0,100,200 mm 平面内 9 个位置的测量误差。

实际上,5.1 节利用单靶标方法标定时,分别单独采用了图 7(a)中 1~9 号位置的小靶标图像。但是,通 过精度测量实验发现,采用1号位置的小靶标图像获得的标定参数达到的测量精度最优。图 9~11 中单靶 标方法的测量精度曲线即为图 7(a)1号位置的小靶标图像的标定参数所得。对比同一测量平面内两种不同 的标定方法,可知:1)采用多靶标方法,在整个测量区域内不同位置的测量误差较为一致,而采用单靶标方 法,只有离标定靶标较近的区域误差较小,如1、2、4、5号位置的误差相对距离较远的区域误差较小;2)多靶 标方法的测量精度优于单靶标方法的,尤其在距标定平面较远的测量平面上,多靶标方法的测量误差远小于 单靶标方法的。这主要是因为单靶标方法采用的小靶标仅能覆盖一部分视场,标定出的摄像机参数仅反映 局部区域的特性;而多靶标方法整合了多个位置的小靶标,标定出的摄像机参数更能反映整个视场的全局特 性,因此测量精度更高,能够保证大视场测量的整体精度。这进一步验证了本文方法的有效性。









图 10 100 mm 平面内各位置测量误差。(a)绝对误差;(b)相对误差

Fig. 10 Measurement error of different positions on 100 mm plane. (a) Absolute error; (b) relative error



图 11 200 mm 平面内各位置测量误差。(a)绝对误差;(b)相对误差

Fig. 11 Measurement error of different positions on 200 mm plane. (a) Absolute error; (b) relative error

计算一个测量平面上9个位置测量误差的平均值和最大值,将其作为该测量平面的平均和最大测量误差,称之为该平面的整体测量误差。对于多靶标方法,绘制各测量平面整体测量误差如图12所示。可知随着测量平面与标定平面距离的增加,最大整体测量误差由0.28%增大至0.55%,误差呈上升趋势。分析原因有:1)实验时,很难保证测量平面与标定平面绝对平行,距离越远平面间的平行度越差;2)实验设置的测量

平面与标定平面的距离有一定误差,距离越大误差值越大;3)实验时相机聚焦在标定平面,测量平面距标定 平面越远,图像离焦越严重,从而导致特征点提取精度越低。因此,在实际应用中,应尽量使标定平面靠近测 量平面,以获取较高的测量精度。但是,在上述实验条件下,200 mm 测量平面的最大整体测量误差仍保持 在 0.6%以内,能够满足一般应用场合。



图 12 采用多靶标方法获得的各测量平面整体测量误差与距离的关系。(a)绝对误差;(b)相对误差 Fig. 12 Relationship between total measurement error and distance of different planes using multi-target method. (a) Absolute error; (b) relative error

图 13 为采用多靶标方法获得的各测量平面的测量误差分布,其中每条曲线代表了单个测量平面上对应 的 9 个位置的测量误差分布。由图 13 可知:1)在各测量平面上,9 个位置的测量误差变化趋势大致相同;2) 1、2、3 位置,即梯形测量区域下底边处的误差相对较大,7、8、9 位置,即上底边处的误差相对较小;3)大部分 测量平面的 1、3 位置,即梯形测量区域的两个下底角处误差最大。当前实验参数与 4.2 节采用的参数基本 一致,将两者的结果对比分析,发现测量平面内不同位置精度的分布情况基本吻合,由此验证了精度分析的 正确性。但由于精度模型中未引入畸变参数,以及靶标精度、环境噪声、角点提取精度等因素的影响,精度的 分布情况与理论分析并不完全相同。



图 13 采用多靶标方法获得的各测量平面内测量误差分布。(a)绝对误差;(b)相对误差

Fig. 13 Measurement error distribution of different planes using multi-target method. (a) Absolute error; (b) relative error 小靶标在摆放时 X<sub>T</sub> 方向与梯形测量区域的上下底边平行,因此单个小靶标沿靶标坐标系 X<sub>T</sub> 方向的 特征点间距绝对和相对测量误差

$$e_{a}^{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{X}} |d_{X}^{i} - d|}{N_{X}}, \ e_{r}^{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{X}} |d_{X}^{i} - d|}{N_{X} \cdot d} \times 100\%$$
(22)

(22)式可以表示该小靶标位置 X<sub>M</sub> 轴的测量误差。同理,沿 Y<sub>T</sub> 方向的特征点间距绝对和相对测量误差

$$e_{a}^{Y} = \frac{\sum_{j=1}^{N_{Y}} |d_{Y}^{j} - d|}{N_{Y}}, \ e_{r}^{Y} = \frac{\sum_{j=1}^{N_{Y}} |d_{Y}^{j} - d|}{N_{Y} \cdot d} \times 100\%$$
(23)

(23)式可以表示该小靶标位置  $Y_{\rm M}$  轴的测量误差。取 50 mm 测量平面,计算平面内 9 个小靶标位置  $X_{\rm M}$  轴和  $Y_{\rm M}$  轴的测量误差,测量结果如图 14 所示。由图 14 可知,整体上  $X_{\rm M}$  轴误差比  $Y_{\rm M}$  轴的小,其精度 优于  $Y_{\rm M}$  轴,这与 4.2 节的分析结果一致,进而验证了精度分析的正确性。



图 14 50 mm 平面内不同位置  $X_{\rm M}$  轴和  $Y_{\rm M}$  轴的误差。(a)绝对误差;(b)相对误差

Fig. 14 Error of  $X_{\rm M}$  and  $Y_{\rm M}$  axes in different positions on the 50 mm plane. (a) Absolute error; (b) relative error

# 6 结 论

提出了一种基于平行面多靶标标定的单目大视场平面测量方法,在测量平面的平行面上的多个位置布 置并拍摄一个小尺寸平面靶标,利用平面约束关系将多个位置的小尺寸平面靶标转化成一个大尺寸平面靶 标,用于摄像机内、外参的优化求解,结合测量平面到标定平面的平行关系和距离约束获得测量平面到图像 平面的单应矩阵,从而实现大视场平面测量。同时,建立了平面测量的精度模型,对测量区域各位置精度的 分布以及影响平面测量精度的因素进行了理论分析和实验验证。实验结果表明,本文方法具有较高的整体 测量精度,所建精度模型的误差分布与通过实验获得的误差分布一致。对于一般工业应用,与基于变高单应 的方法<sup>[4]</sup> 相比,该方法无须布置三维控制点,只需一幅小尺寸靶标,标定装置简单、成本低。相对基于全局单 应的方法<sup>[12]</sup>,该方法只须一个标定平面,减少了一个平面或省去了移动摄像机;同时,引入了相机畸变参数, 提高了测量精度。但是,为了保证精度,该方法须要对摄像机进行预标定,并要求所有小靶标共面。本文模 型可用于指导摄像机的选取、安装和待测物体的摆放等工作。该方法解决了测量平面内难以布置靶标以及 大视场测量时高精度大尺寸靶标制造困难的问题,可广泛应用于单目大视场平面测量。

#### 参考文献

[1] Huang Guiping, Li Guangyun, Wang Baofeng, et al. Evolution for monocular vision measurement [J]. Acta Metrologica Sinica, 2004, 25(4): 314-317.

黄桂平,李广云,王保丰,等.单目视觉测量技术研究[J].计量学报,2004,25(4):314-317.

[2] Zhu Jigui, Li Yanjun, Ye Shenghua, et al. Study on single camera simulating stereo vision measurement technology
 [J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(7): 943-948.

邾继贵,李艳军,叶声华,等.单摄像机虚拟立体视觉测量技术研究[J].光学学报,2005,25(7):943-948.

[3] Wang Baofeng, Li Guangyun, Wang Hongming, et al. New method for geometrical shape acquisition using single camera[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008, 29(3): 589-593.

王保丰, 李广云, 王红明, 等. 单相机几何量检测新方法[J]. 仪器仪表学报, 2008, 29(3): 589-593.

- [4] Liu Xuejun, Wang Meizhen, Zhen Yan, et al. Geometric measurement based on single image: a survey[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011, 36(8): 941-947.
- 刘学军,王美珍,甄艳,等.单幅图像几何量测研究进展[J].武汉大学学报信息科学版,2011,36(8):941-947.
- [5] Liu Chang, Wei Feiyun, Sun Weiguang. Visual metrology for steel plate sizes based on two-parallel-plane camera model
   [J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(4): 714-725.
   刘昶, 韦飞云,孙维广.基于双平行平面相机模型的钢板尺寸视觉测量[J].光学 精密工程, 2016, 24(4): 714-725.
- [6] Zhang Zhen, Xu Feng, Shen Jie, *et al*. Plane measurement method with monocular vision based on variable-height homography[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(8): 1860-1868.
   张振, 徐枫, 沈洁, 等. 基于变高单应的单目视觉平面测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(8): 1860-1868.
- [7] Liu Chang. Two parallel planes calibration for two-dimensional object vision measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(11): 1115004.

刘昶. 二维目标视觉测量的双平行平面标定[J]. 光学学报, 2013, 33(11): 1115004.

[8] Sun Junhua, Liu Zhen, Zhang Guangjun, et al. Camera calibration based on flexible 3D target[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(12): 3433-3439.

孙军华, 刘震, 张广军, 等. 基于柔性立体靶标的摄像机标定[J]. 光学学报, 2009, 29(12): 3433-3439.

- [9] Yang Bowen, Zhang Liyan, Ye Nan, et al. Camera calibration technique of wide-area vision measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(9): 0915001.
- 杨博文,张丽艳,叶南,等.面向大视场视觉测量的摄像机标定技术[J].光学学报,2012,32(9):0915001.
- [10] Huo Ju, Yang Ning, Yang Ming, et al. Calibration of camera with wide field-of-view based on spliced small targets
   [J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42(6): 1474-1479.
   霍炬,杨宁,杨明,等.基于小靶标拼接的大视场摄像机标定方法[J].红外与激光工程, 2013, 42(6): 1474-1479.
- [11] Li Weimin, Yu Qiaoyun, Liu Chao. Calibration method with separation pattern of a single-camera based on difference coordinates[J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(5): 697-701.
   李为民, 俞巧云, 刘超. 采用分离式差分标定靶的单摄像机标定方法[J]. 光学学报, 2006, 26(5): 697-701.
- [12] Fang Yongchun, Zhang Xuebo, Wang Congyuan, *et al.* Monocular vision measurement method based on global homography matrix: CN104616292A[P]. 2015-5-13.
   方勇纯,张雪波,王聪媛,等.基于全局单应矩阵的单目视觉测量方法: CN104616292A[P]. 2015-5-13.
- [13] Zhang Guangjun. Vision measurement [M]. Beijing: Science Press, 2008: 33-36.
   张广军.视觉测量 [M].北京:科学出版社, 2008: 33-36.
- [14] Wei G Q, De Ma S. Implicit and explicit camera calibration: theory and experiments[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1994, 16(5): 469-480.
- [15] Zeng Hui, Deng Xiaoming, Zhao Xunpo, *et al*. Line-based homography estimation and its application in visual metrology[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(5): 449-455.
  曾慧,邓小明,赵训坡,等. 基于线对应的单应矩阵估计及其在视觉测量中的应用[J]. 自动化学报, 2007, 33(5): 449-455.
- [16] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [17] Hartley R, Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision second edition [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2003: 88-90.