# 单相机监控偏折术测量方法

李 晨,张 旭,屠大维,贾君慧,崔 伟,张 璨 上海大学机电工程与自动化学院,上海 200072

**摘要** 基于相位测量偏折术的测量原理,针对移动屏幕偏折术测量方法中的重复标定问题,提出了基于单相机监控的偏折术测量方法。通过辅助相机监控 LCD 显示屏幕的两个位置,通过 PnP 方法和坐标系变换确定 LCD 显示 屏幕在主相机中的位姿关系。利用绝对相位追踪对应同一像素的 LCD 显示屏幕两个位置上的同名相位点,确定 入射光线,最终确定法线和梯度信息,并根据径向基函数插值法精确重建镜面面形。采用镜面标定法对具有不同 视场的主辅相机进行标定。该方法只需标定一次,不会产生重复标定误差。仿真和实验验证了该方法的可行性, 初步实验结果验证该方法具有较高的检测精度。

关键词 测量;单相机监控;绝对相位追踪;镜面标定;径向基函数插值

中图分类号 TH74 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201737.1012007

## **Deflectometry Measurement Method of Single-Camera Monitoring**

Li Chen, Zhang Xu, Tu Dawei, Jia Junhui, Cui Wei, Zhang Can

School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072, China

**Abstract** Aiming at the problem of repeated calibration in the traditional mobile screen deflectometry, a deflectometry measurement method of single-camera monitoring is proposed based on the principle of the phase measurement deflectometry. The two positions of a LCD screen were monitored by an auxiliary camera, and the position of the LCD screen relative to the main camera was determined by the PnP method and the coordinate system transformation. The incident light was determined by the absolute phase tracking of the homonymy phase points at two positions of the LCD screen for the same pixel. Accordingly, the normal line and gradient information were determined and the mirror surface was reconstructed accurately through the radial basis function interpolation. The two cameras with different fields of view were calibrated by the mirror calibration method. The calibration was implemented only once without the repetitive error. The results of the simulation and experiments verify the feasibility of the proposed method and show the method has a relatively high detection accuracy.

Key words measurement; single-camera monitoring; absolute phase tracking; mirror calibration; radial basis function interpolation

OCIS codes 120.6650; 150.1488; 120.4800; 120.5700

# 1引言

结构光三维面形测量技术主要针对漫反射表面类物体进行测量,该技术以其速度快、精度高和非接触等优点 被广泛应用于工业检测、机械制造、质量控制、生物医学技术等领域。同时,针对镜面、类镜面等反射表面的测量需 求也很迫切,如各种光学元件表面、高精密加工零件表面、镜面等。干涉测量技术以其精度高、非接触等优点被应 用在镜面测量中,但是操作复杂、价格昂贵,即使对于一般自由曲面的反射表面,也很难进行测量。而相位测量偏 折术以其原理简单、成本低、动态测量范围大、全场测量快速、适用于各种镜面物体等优点成为研究热点。

相位测量偏折术[1]用于测量镜面或类镜面的三维面形,测量系统通常采用显示屏幕或投影仪产生相移

收稿日期: 2017-05-08; 收到修改稿日期: 2017-06-01

基金项目: 国家自然科学基金(51575332,61673252)、科技部重点研究项目(2016YFC0302401)

作者简介:李 晨(1990一),男,博士研究生,主要从事光学三维测量方面的研究。E-mail: lichenhaod@126.com

导师简介:张 旭(1982—),男,博士,副教授,主要从事机器人视觉和智能光学测量方面的研究。

E-mail: xuzhang@shu.edu.cn(通信联系人)

条纹。相机拍摄经待测镜面调制的变形条纹,通过相移解码技术完成相位测量,再根据系统结构参数和三维 面形重建算法完成待测面形恢复。在偏折术测量方法中,主要有光线逆追踪<sup>[2]</sup>、立体偏折术<sup>[3-6]</sup>、软件配置光 学测试系统(SCOTS)<sup>[7-8]</sup>和移动屏幕<sup>[9-12]</sup>。其中移动屏幕模型是由 Petz 等<sup>[9]</sup>提出,采用移动屏幕获取入射 光线。其方法是:相机拍摄显示屏幕在两个位置上的相移条纹图像,并通过相位解卷绕算法获得绝对相位; 根据绝对相位跟踪,获得同一像素在两个屏幕上的对应点,这两个点的连线就是入射光线;法线是入射光线 和反射光线的角平分线;通过三角交汇计算三维点和梯度信息,并根据梯度积分方法确定精确三维面形。

采用移动屏幕偏折术方法测量镜面面形时,需要提前标定显示屏幕和相机的位姿关系。由于至少需要将显示屏幕移动两个位置,每个位置均需要标定,因此在传统移动屏幕偏折术方法中会出现重复标定问题和 引入重复标定误差降低重建精度等问题,这给该技术的实际应用带来了一定困难。例如,Petz 等<sup>[9]</sup>的方法 采用带有标志点的标定镜标定相机和显示屏幕的位姿关系,标定过程中首先采用摄影测量方法确定镜面表 面标志点的坐标,然后通过镜像确定显示屏幕和相机的位姿关系,每次测量均需要进行重新标定。肖永亮 等<sup>[10]</sup>对 Petz 等的标定方法进行了改进,直接采用高精度平面镜进行标定,提出了镜面标定方法,用三角交 汇实现了镜面测量,但是每次测量需要对显示屏幕标定两次。Tang 等<sup>[11]</sup>提出抛物面测量法,即将相机放置 在抛物面焦点处对抛物面面形进行测量,但这点要求往往不能满足。测量中运用了近似,不能测量偏离抛物面 较大的表面,并且测量受到了水平移动导轨精度的限制。袁婷等<sup>[12]</sup>提出用小孔光阑表示相机的位置,并且不需 要标定相机光线,但是每次测量过程中仍然需要借助坐标测量仪器测量小孔光阑的位置,标定相机和显示屏幕

基于以上分析,本文提出单相机监控偏折术测量方法。引入第2个相机作为辅助相机,采用此相机监控显示屏幕在该相机坐标系下的位姿关系,通过标定获得两个相机的位姿关系。经过坐标系变换,确定对应于同一条反射光线在两个显示屏幕位置上的同名相位点在主相机下的坐标,同名相位点的连线即可表示为入射光线。法线为反射光线和入射光线的角平分线,梯度从法线中获得。最终通过径向基插值函数<sup>[13-15]</sup>从梯度数据中精确恢复镜面面形。在测量过程中,只需采用镜面标定法<sup>[5,10,16-17]</sup>对具有不同视场的主辅相机标定一次。仿真和初步实验验证了所提方法的可行性。

## 2 单相机监控偏折术测量原理

如图 1 所示,主相机(camera 1)、平面镜和 LCD 显示屏幕的两个位置组成移动屏幕模型;引入辅助相机 (camera 2),辅助相机能够直接观测到显示屏幕的两个位置。在辅助相机的内参数标定完成后,通过 PnP (Perspective-n-Point)<sup>[18]</sup>方法求解可以获得 LCD 显示屏幕在辅助相机中的位姿关系。主相机和辅助相机 的位姿关系标定完成后,LCD 显示屏幕的两个位置在主相机中的位姿可通过坐标系变换得到。通过显示屏 幕两个位置上的同名相位点的连线确定入射光线,继而和反射光线一起确定法线,通过法线计算梯度,最终 根据径向基函数插值从梯度数据中确定镜面的三维信息。

对于镜面点 o,其在主相机坐标系 c1 下的坐标为  ${}^{c_1}X_o = (x, y, z)^{T}$ ,  $p_1 \to p_2$ 表示入射光线上与显示屏 幕两个位置的交点,其在辅助相机坐标系 c2 下的坐标表示为  ${}^{c_2}X_{p_1} \to {}^{c_2}X_{p_2}$ ,  $p_1 \to p_2$  在主相机坐标系下的坐 标可表示为

$$\begin{cases} {}^{c_1} \boldsymbol{X}_{p_1} = {}^{c_1} \boldsymbol{R}_{c_2} \cdot {}^{c_2} \boldsymbol{X}_{p_1} + {}^{c_1} \boldsymbol{T}_{c_2} \\ {}^{c_1} \boldsymbol{X}_{p_2} = {}^{c_1} \boldsymbol{R}_{c_2} \cdot {}^{c_2} \boldsymbol{X}_{p_2} + {}^{c_1} \boldsymbol{T}_{c_2} \end{cases},$$
(1)

式中  ${}^{c_1}R_{c_2}$  和  ${}^{c_1}T_{c_2}$  表示辅助相机坐标系相对于主相机坐标系的位姿关系。 入射光线  $r = {}^{c_1}X_{p_2} - {}^{c_1}X_{p_1}$  为两个 同名相位点  $p_1$  和  $p_2$  的连线,反射光线 i 由主相机图像像素坐标和主相机光心所决定,物点 o 为反射光线和 入射光线的交点:

$$\begin{cases} {}^{\mathrm{cl}} \boldsymbol{X}_{o} = k_{1} \cdot \boldsymbol{i} \\ {}^{\mathrm{cl}} \boldsymbol{X}_{o} = {}^{\mathrm{cl}} \boldsymbol{X}_{p2} + k_{2} \cdot ({}^{\mathrm{cl}} \boldsymbol{X}_{p1} - {}^{\mathrm{cl}} \boldsymbol{X}_{p2}) \end{cases}$$
(2)

式中 k1 和 k2 为比例因子,通过(2)式即可求解得到。

法线 n 为入射光线 r 和反射光线 i 的角平分线,则法线 n 可表示为



图 1 单相机监控偏折术测量示意图

Fig. 1 Schematic of deflectometry measurement method of single-camera monitoring

在获得梯度数据后,可通过径向基函数插值法精确确定镜面面形。基于 Ettl 等<sup>[15]</sup>提出的径向基函数插 值方法,通过将径向基函数引入到广义 Hermite 插值方法中计算解析插值,并将此方法运用到梯度重建中 得到精确的三维插值面形。当待测镜面可定义为两次连续可微的函数时,其面形可由采样点的径向基函数 线性组合表示。大多数待测面形均满足此条件,根据采样点及其对应的梯度数据即可求解基函数线性组合 的系数矩阵,最终得到精确插值面形。相比传统积分重建方法,比如傅里叶积分法、有限差分法、波前重建法 等,该方法能够适用于离散梯度数据,并且允许数据采样点不规则或者采样数据具有不规则边界。

假定待测镜面点 o 的法线为  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ ,该点的梯度为  $\mathbf{g} = (g_x \ g_y)$ ,则

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} g_x & g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -n_x/n_z & -n_y/n_z \end{bmatrix}$$
(4)

径向基插值函数,选取 Wendland Function<sup>[14]</sup>作为核函数:

$$\phi(r) = \frac{1}{3} (1-r)^6 + (35r^2 + 18r + 3), \qquad (5)$$

式中 $r = \sqrt{x^2 + y^2}/\rho$ ,  $\rho > 0$ 。

曲面定义为采样点的基函数线性组合,可表示为

$$z(p) = \sum_{k=1}^{N} \alpha_{k} \frac{\partial \phi(p - p_{k})}{\partial x} + \sum_{k=1}^{N} \beta_{k} \frac{\partial \phi(p - p_{k})}{\partial y}, \qquad (6)$$

式中 $\alpha_k$ 和 $\beta_k$ 为系数, $\partial\phi/\partial x$ 和 $\partial\phi/\partial y$ 为径向基函数 $\phi$ 分别在x和y方向上的偏导数。为了计算系数矩阵,将计算导数与求得的梯度相匹配。根据梯度定义:

$$\begin{cases} \frac{\partial z(p_l)}{\partial x} = g_x(p_l) \\ \frac{\partial z(p_l)}{\partial y} = g_y(p_l) \end{cases},$$
(7)

式中1≤l≤N,求解下面的线性方程组即可获得系数矩阵:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \phi (p_k - p_l)}{\partial x^2} & \frac{\partial \phi^2 (p_k - p_l)}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial \phi^2 (p_k - p_l)}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \phi (p_k - p_l)}{\partial y^2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} g_x (p_l) \\ g_y (p_l) \end{bmatrix},$$
(8)

求得系数矩阵后,代入(6)式进行计算即可获得镜面面形。

## 3 标定方法

从测量方法中可以看出,首先对系统进行标定,标定主要包括:主相机内参数、辅助相机内参数、主相机 和辅助相机的位姿关系。其中,目前相机内参数标定法已相对成熟,比如张正友标定法和迭代标定法,本文 采用迭代标定法<sup>[19]</sup>确定主辅相机内参数。因此本文最主要的标定是确定主相机和辅助相机的位姿关系。

主相机和辅助相机不具有共同视场,其位姿关系标定具有一定的难度。受镜面位姿标定法<sup>[11]</sup>的启发, 采用一个参考平面镜连接主相机和辅助相机的视场,并以平面标定板为桥梁,经过刚体变换确定主相机和辅助相机的位姿关系。

标定如图 2 所示,主相机和辅助相机的位姿关系的标定需要借助平面镜,在这个过程中标定板、主相机和辅助相机固定不动,图中标定板的坐标系用 cal 表示。平面镜的位姿改变 3 次,主相机通过平面镜拍摄 3 幅标定板图案。采用镜面标定法获得相机和标定板的位姿关系 cal **R**<sub>c1</sub> cal **T**<sub>c1</sub>。 辅助相机拍摄标定板图案,根据标定得到的辅助相机内参数,采用 PnP 法求解得到辅助相机和标定板的位姿关系 cal **R**<sub>c2</sub> cal **T**<sub>c2</sub>。 经过刚体 变换[见图 2(b)],则主相机和辅助相机的位姿关系可表示为



图 2 标定示意图。(a)镜面标方法;(b)坐标系刚体变换

Fig. 2 Schematic of calibration. (a) Mirror calibration method; (b) rigid transformation of coordinate system

在实际标定时,以显示屏幕平面作为标定板。主相机通过平面镜获取显示屏幕上相移条纹,根据相位解 卷绕算法计算绝对相位,继而根据周期信息获得显示屏幕位置与图像坐标的对应关系信息。当确定主相机 内参数后,根据 PnP 方法从主相机像素点和其对应的显示屏幕上的位置计算显示屏幕在平面镜中虚像相对 于主相机的位姿关系。然后平面镜位置改变 3 次,根据平面镜标定技术<sup>[10]</sup>中的线性求解算法计算,即可确 定显示屏幕和主相机的位姿关系。值得注意的是,显示屏幕满足右手坐标系,其在平面镜中虚像为左手坐标 系,在计算过程中需要将显示屏幕虚像的左手坐标系变换为右手坐标系,在文献[10]中并没有详细说明左右 手坐标系变换。本文假定显示屏幕在平面镜中的虚像在主相机中位姿关系的旋转矩阵为 Â (左手坐标系), 在计算时将左手坐标系变为右手坐标系 R 的关系为

$$\boldsymbol{R} = \hat{\boldsymbol{R}} \left( \boldsymbol{I} - 2\boldsymbol{e}_{3} \boldsymbol{e}_{3}^{\mathrm{T}} \right), \tag{10}$$

式中 I 表示为 3 阶单位阵, $e_3 = [0 \ 0 \ 1]^{T}$ 。实验表明该方法是正确的。在标定辅助相机和显示屏幕的位 姿关系时,辅助相机直接拍摄显示屏幕上相移条纹,根据相位解卷绕算法计算绝对相位。在确定辅助相机内 参数后,根据 PnP 方法从辅助相机像素点和其对应的显示屏幕上的位置计算显示屏幕在辅助相机下的位姿 关系。最终根据坐标系刚体变换[见图 2(b)]确定主相机和辅助相机的位姿关系。 标定完成后,系统即可用于测量。在测量过程中,为了提高入射光线的求解精度,可以将显示屏幕移动 两个位置以上,通过直线拟合提高入射光线的检测精度,从而提高三维测量的精度。

4 实验验证

为了验证提出的方法,搭建了单相机监控偏折术测量系统,如图 3 所示。主相机通过镜面反射对 LCD 上条纹图案成像,辅助相机直接对 LCD 上条纹图案成像。采用两个相机(PointGrey,BFLY-PGE-50A2M-CS)拍摄二维相移条纹,分辨率为 1280 pixel×1024 pixel,像素尺寸为 2.2 μm。采用 LCD 显示器(Dell, E2214Hv)投影相移条纹,显示器分辨率为 1920 pixel×1080 pixel,显示器的点距为0.248 mm。采用圆环标 定板标定两个相机内参数,标定板外圆直径、内圆直径、相邻圆环间距分别为10,5,15 mm,行列圆环数量为 11×10 个。根据文献[20]的多频相移条纹选频准则,相移条纹频率选取为1/30,1/130,1/140 Hz。



图 3 单相机监控偏折术测量系统 Fig. 3 Deflectometry measurement system of single-monitoring

#### 4.1 标定工作

由两个相机分别拍摄多幅圆环标定板图案(见图 3),采用迭代标定法标定两个相机内参数,标定结果如表1所示。

表 相机内参数标定线	结果
------------	----

Table 1	Calibration	results of	the	intrinsic	parameters of	эt	cameras	

pixel

Parameter	Camera 1	Camera 2		
Focal length	(2552.79,2551.53)	(2568.33,2556.87)		
Principal point	(655.18,508.69)	(648.53,517.65)		
Distortion	(-0.01663,-0.1786)	(-0.1662, -0.7835)		
Pixel error	(0.09,0.08)	(0.10,0.08)		

为了确定单相机监控偏折术测量中两个相机之间的位姿关系,LCD和两个相机之间的位置保持不动。首 先利用平面镜对LCD上的相移条纹反射3次,主相机对平面镜上的镜像条纹成像,与此同时辅助相机直接对 LCD上的相移条纹成像,最终通过健壮中国剩余定理<sup>[20]</sup>求解绝对相位,如图4所示。

通过 PnP 方法求解平面镜中 LCD 虚像在相机 1 坐标系下的位姿,经过左右手坐标系变换和镜面标定 法确定 LCD 在主相机坐标系下的位姿关系 <sup>cl</sup> **R**<sub>cal</sub><sup>cl</sup> **T**<sub>cal</sub> 。 直接通过 PnP 方法即可计算得到 LCD 在辅助相机 坐标系下的位姿关系 <sup>cl</sup> **R**<sub>cal</sub><sup>cl</sup> **T**<sub>cal</sub> 。 经过 LCD 的桥梁作用,辅助相机和主相机的位姿关系 <sup>cl</sup> **R**<sub>c2</sub> 和<sup>cl</sup> **T**<sub>c2</sub> 为

 ${}^{c_1}\boldsymbol{R}_{c_2} = \begin{bmatrix} 0.9907 & -0.0194 & 0.1346 \\ -0.0697 & -0.9220 & 0.3809 \\ 0.1167 & -0.3867 & -0.9148 \end{bmatrix}, {}^{c_1}\boldsymbol{T}_{c_2} = [-70.0802 & 83.0207 & 946.9984] .$ (11)

#### 4.2 径向基函数仿真

通过对径向基函数进行仿真,分析梯度误差对面形重建精度的影响。仿真环境为 Matlab R2015a,运行 在计算机 Intel CoreTM i7-3517UE CPU @1.7GHz+2.2GHz 上。仿真球半径为 2 mm,采样间隔为 0.06 mm。如图 5 所示,计算每个采样点在 x 方向和 y 方向的梯度数据,从梯度数据[见图 5(a)和(b)]中重



图 4 双相机间位姿关系标定(图中红色方框表示绝对相位)。图(a),(b)和(c)分别为主相机对平面镜 3 个位姿 反射的 LCD 条纹图案成像;图(d)为辅助相机对 LCD 条纹图案成像

Fig. 4 Calibration of the positions of two cameras. (a), (b) and (c) are the fringe patterns from LCD captured by camera 1 through mirror reflection at three different positions; (d) is the fringe pattern from LCD captured by camera 2. The images in the red box represent the absolute phases

建面形[见图 5(c)]。误差为采样点的径向基函数插值与真实值之差,如图 5(d)所示,最大误差为 10 nm,均 方根(RMS)误差为 2.69 nm。梯度数据的精度是影响最终面形重建精度的关键因素。因此将重点分析梯度 噪声对径向基插值函数的影响。





当对图 5 中的梯度数据引入高斯噪声,面形重建精度的最大误差和 RMS 误差如图 6(a)和(b)所示。通过仿真 发现,测量精度要达到微米级时,梯度数据精度需要达到1×10<sup>-3</sup>;测量精度要达到 100 nm 时,梯度数据精度要达 到 1.5×10<sup>-4</sup>。梯度精度和面形重建精度是一致的,仿真结果对于梯度恢复和精度传递具有指导意义。随着梯度 噪声线性增加,面形重建精度基本呈线性递减状态,因此偏折术测量系统的重点在于获得较为精确的梯度数据。





Fig. 6 (a) RMS error and (b) maximum error after introducing Gaussian noises in the simulation

## 4.3 面形重建

为了验证所提方法的精度,对一个直径为80 mm,平面度为100 nm的平面镜进行测量。LCD的位置改变 两次,分别由主相机和辅助相机拍摄镜面反射条纹图像和LCD上条纹图像,并求解绝对相位,如图7 所示。



图 7 主相机和辅助相机的相移条纹绝对相位。(a)和(b)为主相机对镜面反射的 LCD 两个位置的绝对相位 (x 方向和 y 方向);(c)和(d)为辅助相机对 LCD 两个位置的绝对相位

Fig. 7 Absolute phases of phase shifting fringes of camera 1 and camera 2. (a) and (b) are the absolute phases of LCD at two positions captured by camera 1; (c) and (d) are the absolute phases of LCD at two positions captured by camera 2

通过 PnP 求解 LCD 两个位置在辅助相机坐标系下的位姿,并根据标定过程中计算得到 "**R**<sub>e2</sub> 和"**T**<sub>e2</sub>,经过 坐标变换,计算出 LCD 两个位置在相机 1 坐标系下的位姿。依据镜面绝对相位寻找主相机中像素在 LCD 两个 位置上的同名相位点,通过(3)式和(4)式计算在主相机坐标系下法线和梯度信息[见图 8(a)和(b)],并通过径



图 8 镜面面形计算结果。(a) x 方向梯度;(b) y 方向梯度;(c) x 方向梯度误差;(d) y 方向梯度误差; (e)径向基函数插值计算面形;(f)面形误差

Fig. 8 Mirror surface calculation results. (a) Gradient in x direction; (b) gradient in y direction;
(c) gradient error in x direction; (d) gradient error in y direction; (e) surface calculation from gradient data by the radial basis function interpolation; (f) surface height error

向基插值函数计算镜面面形。如图 8(c)和(d)所示,最大梯度误差为 1.3×10<sup>-3</sup>,经径向基函数插值后面形重建 如图 8(e)所示,面形重建最大误差[图 8(f)]为 1.5 μm,计算整体面形重建误差[图 8(f)]RMS 为 9.6×10<sup>-7</sup> m,可 以看出重建精度与径向基插值函数仿真结果相符。

在精度方面,单相机监控偏折术测量精度优于文献[10]的 20 μm 测量精度。在实用性方面,单相机监 控偏折术测量方法只需要一次标定即可用于测量,而传统移动屏幕偏折术每次测量均需要标定两次。在后 续工作提高精度方面,通过提高不具有共同视场的两个相机间位姿关系的标定精度即可进一步提高梯度检 测精度,从而提高系统测量精度。

5 结 论

在相位测量偏折术的基础上,提出了一种基于单相机监控的偏折术测量方法。该方法设备简单成本低, 检测方便,可以完成对镜面的整体面形的测量。相比传统偏折术测量方法,系统只需要一次标定,测量过程 中不需要进行重复标定,没有重复标定误差,测量精度较高。径向基函数仿真和实验结果表明,该方法重建 精度与理论相符。下一步将提高具有不同视场的两个相机的位姿关系标定精度,以便进一步提高检测精度。

#### 参考文献

- [1] Knauer M C, Kaminski J, Hausler G. Phase measuring deflectometry: A new approach to measure specular free-form surfaces [C]. SPIE, 2004, 5457: 366-376.
- [2] Perard D, Beyerer J. Three-dimensional measurement of specular free-form surfaces with a structured-lighting reflection technique[C]. SPIE, 1997, 3204: 74-80.
- [3] Ren H Y, Gao F, Jiang X Q. Improvement of high-order least-squares integration method for stereo deflectometry[J]. Applied Optics, 2015, 54(34): 10249-10255.
- [4] Lowitzsch S, Kaminski J, Knauer M C, *et al.* Vision and modeling of specular surfaces [C]. Proceedings of 10th International Fall Workshop on Vision, Modeling, and Visualization, 2005: 479-486.
- [5] Ren H Y, Gao F, Jiang X Q. Iterative optimization calibration method for stereo deflectometry[J]. Optics Express, 2015, 23(17): 22060-22068.
- [6] Faber C, Olesch E, Krobot R, et al. Deflectometry challenges interferometry—The competition gets tougher [C]. SPIE, 2012, 8493: 84930R.
- [7] Xiao Y L, Su X Y, Chen W J, *et al.* Three-dimensional shape measurement of aspheric mirrors with fringe reflection photogrammetry[J]. Applied Optics, 2012, 51(4): 457-464.
- [8] Roddier F. Curvature sensing and compensation: A new concept in adaptive optics[J]. Applied Optics, 1988, 27(7): 1223-1225.
- [9] Petz M, Ritter R. Reflection grating method for 3D measurement of reflecting surfaces [C]. SPIE, 2001, 4399: 35-41.
- [10] Xiao Yongliang, Su Xianyu, Chen Wenjing. Fringe reflection photogrammetry based on pose estimation with free planar mirror reflection[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(5): 0512003.
- 肖永亮,苏显渝,陈文静.基于自由镜面反射位姿评估的条纹反射摄影测量[J].光学学报,2012,32(5):0512003. [11] Tang Y, Su X Y, Hu S. Measurement based on fringe reflection for testing aspheric optical axis precisely and flexibly
  - [J]. Applied Optics, 2011, 50(31): 5944-5948.
- [12] Yuan Ting, Zhang Feng, Tao Xiaoping, *et al.* Three-dimensional shape measuring for specular surface based on phase measuring deflectometry[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(2): 0212004.
   袁婷,张峰,陶小平,等. 基于相位测量偏折术的反射镜三维面形测量[J]. 光学学报, 2016, 36(2): 0212004.
- [13] Ettl S, Kaminski J, Häusler G. Generalized Hermite interpolation with radial basis functions considering only gradient data[C]. Curve and Surface Fitting: Avignon 2006, 2007: 141-149.
- [14] Huang L, Idir M, Zuo C, et al. Comparison of two-dimensional integration methods for shape reconstruction from gradient data[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2015, 64(1): 1-11.
- [15] Ettl S, Kaminski J, Knauer M C, et al. Shape reconstruction from gradient data[J]. Applied Optics, 2008, 47(12): 2091-2097.
- [16] Hesch J A, Mourikis A I, Roumeliotis S I. Mirror-based extrinsic camera calibration [M]//The 8 International Workshop on the Algorithmic Foundation of Robotics. Berlin, Heidelberg: Spinger, 2009: 285-299.

- [17] Fu Shengpeng, Zhao Jibin, Xia Renbo, *et al.* A mirror-based fast camera-screen calibration method [J]. Chinese Journal of Scientist Instrumentation, 2013, 34(12): 2770-2776.
   付生鵬,赵吉宾,夏仁波,等.基于平面镜的相机-显示器快速标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(12): 2770-2776.
- [18] Xu D, Li Y F, Tan M. A general recursive linear method and unique solution pattern design for the perspective-n-point problem[J]. Image and Vision Computing, 2008, 26(6): 740-750.
- [19] Datta A, Kim J S, Kanade T. Accurate camera calibration using iterative refinement of control points[C]. 2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision Workshops (ICCV Workshops), 2009: 1201-1208.
- [20] Zhang Xu, Zhu Limin, Tu Dawei, *et al.* Frequency selection rule based on robust Chinese remainder theorem and its application in phase unwrapping[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(11): 1108009.
  张旭,朱利民,屠大维,等.基于健壮中国剩余定理的频率选择准则及其在相位解包裹中的应用[J].中国激光, 2012, 39(11): 1108009.