

薄膜衍射主镜基底面形误差的像差特性分析

李韬杰^{1,2,3}, 吴 鹏^{2,3}, 杨 正^{2,3}, 尹韶云^{2,3}, 杜春雷^{2,3}, 汪岳峰¹

¹中国人民解放军军械工程学院电子与光学工程系, 河北 石家庄 050003;

²中国科学院重庆绿色智能技术研究院集成光电研究中心, 重庆 400714;

³中国科学院重庆绿色智能技术研究院跨尺度制造技术重庆市重点实验室, 重庆 400714

摘要 基于衍射光线追迹和波前再现的方法,建立了薄膜衍射主镜基底面形误差所引起波前误差的物理仿真模型。并以边缘褶皱面形和中心向外凸出球面面形两种典型的薄膜基底形变类型为例,分别研究了两种面形误差对衍射主镜成像质量的影响,讨论了这两种典型薄膜形变所引起的主要像差类型,分析了衍射主镜波前均方根误差、面形峰谷值与光学系统斯特列尔比(SR)的相互关系,为进一步研究薄膜衍射主镜的装配夹持和像差补偿提供了理论支撑。

关键词 成像系统; 薄膜衍射主镜; 面形误差; 波前误差

中图分类号 O435 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.1011003

Aberration Analysis of Membrane Diffractive Lens with Substrate Deformation Error

Li Taojie^{1,2,3}, Wu Peng^{2,3}, Yang Zheng^{2,3}, Yin Shaoyun^{2,3}, Du Chunlei^{2,3}, Wang Yuefeng¹

¹Department of Electronic and Optical Engineering, Ordnance Engineering College,

Chinese People's Liberation Army, Shijiazhuang, Hebei 050003, China;

²System Integration Center of Optics and Electronics, Chongqing Institute of Green and Intelligent Technology,

Chinese Academy of Sciences, Chongqing 400714, China;

³Chongqing Key Laboratory of Multi-Scale Manufacturing Technology, Chongqing Institute of

Green and Intelligent Technology, Chinese Academy of Sciences, Chongqing 400714, China

Abstract A wavefront aberration model with respect to substrate deformation error of membrane diffractive lens is built by means of diffractive ray tracing and wavefront reconstruction method. Two typical cases of the substrate deformation errors, the edge wrinkle surface and the spherical surface with center outward structure, are demonstrated. Meanwhile, the influence of the deformation errors on related image quality is evaluated and the principal aberration type caused by the deformation errors is discussed. The relationship between wavefront root-mean-square aberration, surface peak-to-valley value and Strehl ratio (SR) is investigated. This work would be helpful in assembling membrane diffractive lens and compensating aberration in a real diffractive telescope system.

Key words imaging systems; membrane diffractive lens; deformation error; wavefront aberration

OCIS codes 110.3000; 220.1010; 090.1970

1 引 言

采用聚合物基底的透射式薄膜衍射望远主镜,不仅可以克服传统反射式望远主镜质量大、体积大、成本

收稿日期: 2017-04-27; 收到修改稿日期: 2017-06-06

基金项目: 国家自然科学基金(61605208,61475199)、中国科学院 GF 创新基金(CXJJ-15M061)、航天专用技术预研项目(30502010203)

作者简介: 李韬杰(1982—),男,博士研究生,主要从事衍射光学成像等方面的研究。E-mail: xrwlitaojie@163.com

导师简介: 汪岳峰(1963—),男,教授,博士生导师,主要从事微纳光学等方面的研究。

E-mail: wyf_gx110@sina.com(通信联系人)

高等缺点,而且有利于空间大口径望远系统的折叠发射和在轨展开,近年来受到各国日益重视。通常薄膜衍射主镜的理想基底面形为平面,采用边缘夹持机构均匀施力来保持薄膜基底的平面面形,从而保持自身的光学成像特性。然而,不同于刚性基底,薄膜衍射主镜在机械夹持后易受外力不均匀或机械振动等影响,使薄膜基底面形发生复杂的变化,造成成像质量退化。美国 Ball Aerospace & Technologies 公司在参与美国国防先进计划研究局(DAPAR)的“MOIRE”^[1-6]项目的过程中,研究了薄膜衍射主镜的面形褶皱对其成像质量的影响,并开发了专用的光学分析软件^[7]。该软件能够通过计算包括边缘褶皱在内的多种形变带来的波前误差,完成对薄膜形变允许范围的判定。但该报道并未对外提供详细的理论分析过程,目前国内还没有相关的工作报道。因此,研究并建立薄膜衍射主镜面形形变与成像质量之间的关系是非常必要的。

目前主流系统中的薄膜衍射主镜 $F \#$ 较大,主镜微结构特征尺寸比工作波长大接近一个数量级,在此前提下标量衍射理论模型和衍射光线追迹模型都可以用来描述其光学特性^[8-9]。采用标量衍射理论模型能够获得更加准确的光场分布,但该方法需要更多的采样点计算复振幅,对于大口径薄膜衍射主镜来说计算效率较低。本文基于衍射光线追迹算法建立了薄膜衍射主镜模型^[10],并结合波前再现算法^[11]给出了薄膜衍射主镜面形峰谷值与衍射主镜波前均方根误差、斯特列尔比(SR, δ)等参数的关系,为评估薄膜衍射主镜基底形变对成像质量的影响提供理论依据。

2 理论分析

如图 1 所示,沿 y 轴方向的虚线为主镜衍射面的理想位置,沿 y 轴方向的曲线为发生形变的衍射面, $F(x, y, z)=0$ 为衍射面面形公式, d 为衍射主镜的直径。 $A(x_a, y_a, z_a)$ 为光线与变形后的主镜衍射面交点, $B(x_b, y_b, z_b)$ 为光线与理想位置主镜衍射面的交点,经过 B 点的光线与像面相交于焦点。当薄膜衍射主镜基底发生形变时,通过 A 点的光线将不再聚焦于焦点 f ,此时系统相对于理想面形会产生波前误差,造成成像质量退化。通过衍射光线追迹得到焦平面截距,再利用波前再现的方法^[11],就可以求解出薄膜衍射主镜变形时的波前误差。图 2 为复杂面形下波前误差拟合流程图。

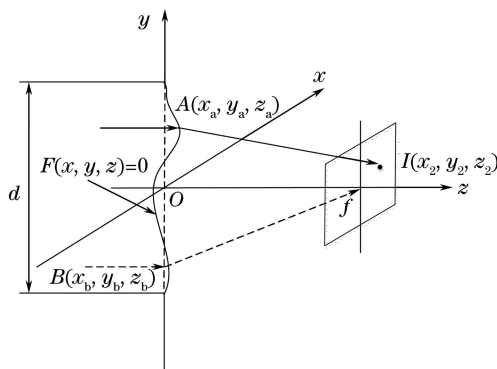


图 1 薄膜形变光路图

Fig. 1 Light path diagram of membrane deformation

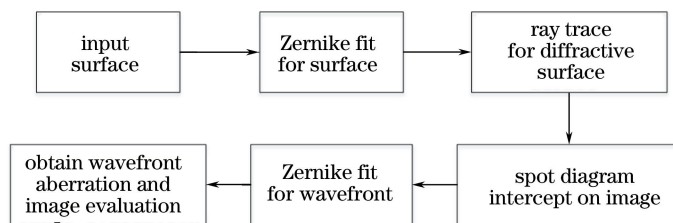


图 2 复杂面形下波前误差拟合流程图

Fig. 2 Wavefront aberration fitting process of complicated surface

2.1 衍射光线追迹

薄膜衍射主镜两个面之间存在一定的厚度,主镜的两个面分别为折射面和衍射面,可将主镜的波前误差

看作是这两个面共同引起的波前误差的叠加,即

$$W_{\text{total}} = W_{\text{diffraction}} + W_{\text{refraction}}, \quad (1)$$

式中 W_{total} 为衍射主镜总的波前误差, $W_{\text{diffraction}}$ 为衍射面变形对波前误差的贡献, $W_{\text{refraction}}$ 为透射基底变形对波前误差的贡献。光线追迹计算中,由于衍射主镜的薄膜基底厚度很薄(通常为数十微米),当准直光由折射面入射时,可近似认为薄膜基底对原入射光路的光线方向及入射点的坐标的改变极小,进而可近似认为由变形基底折射产生的波前误差为微扰波前。形变量平缓且较小的情况下,产生的衍射主镜波前误差贡献主要来自自由衍射面局部表面倾斜使局部出射光线方向出现的偏差。因此,以下分析只考虑衍射面面形对波前误差的贡献。

根据衍射光线追迹公式^[12]

$$\begin{cases} L' = L + T \cos \alpha + \mu \partial \varphi / \partial x \\ M' = M + T \cos \beta + \mu \partial \varphi / \partial y, \\ N' = N + T \cos \gamma \end{cases} \quad (2)$$

式中 φ 为薄膜主镜衍射面的相位函数^[13], (L', M', N') 为第 m 级衍射光出射光方向余弦, (L, M, N) 为入射光方向余弦, 参数 μ, T 为

$$\begin{cases} \mu = m\lambda / \lambda_0 \\ T = -b + \sqrt{b^2 - c} \\ b = L \cos \alpha + M \cos \beta + N \cos \gamma + \mu \cos \alpha \cdot \partial \varphi / \partial x + \mu \cos \beta \cdot \partial \varphi / \partial y \\ c = \mu^2 [(\partial \varphi / \partial x)^2 + (\partial \varphi / \partial y)^2] + 2\mu(L \partial \varphi / \partial x + M \partial \varphi / \partial y) \end{cases}, \quad (3)$$

其中 m 为衍射级次, λ 为实际波长, λ_0 为薄膜衍射主镜的设计波长。对于已知入射方向的单色光,可以求出出射光方向。

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{\partial F / \partial x}{\sqrt{(\partial F / \partial x)^2 + (\partial F / \partial y)^2 + (\partial F / \partial z)^2}} \\ \cos \beta = \frac{\partial F / \partial y}{\sqrt{(\partial F / \partial x)^2 + (\partial F / \partial y)^2 + (\partial F / \partial z)^2}}, \\ \cos \gamma = \frac{\partial F / \partial z}{\sqrt{(\partial F / \partial x)^2 + (\partial F / \partial y)^2 + (\partial F / \partial z)^2}} \end{cases} \quad (4)$$

式中 $F(x, y, z) = 0$ 为发生形变的衍射面面形方程。 $\cos \alpha$ 为法向量沿 x 方向的方向余弦, $\cos \beta$ 为法向量沿 y 方向的方向余弦, $\cos \gamma$ 为法向量沿 z 方向的方向余弦。

入射光和出射光与衍射面的交点同为 $A(x_a, y_a, z_a)$, 根据空间直线的对称式方程可以得到出射光的光线方程:

$$(x - x_a) / L' = (y - y_a) / M' = (z - z_a) / N'. \quad (5)$$

利用出射光线方程与高斯像面 $z = f$ 相交(其中 f 为薄膜衍射主镜焦距),可以得到与像平面相交的各条光线的点坐标 $I(x_2, y_2, z_2)$:

$$\begin{cases} x_2 = L'(f - z_a) / N' + x_a \\ y_2 = M'(f - z_a) / N' + y_a. \\ z_2 = f \end{cases} \quad (6)$$

在像平面光线坐标追迹结果中除了包含起始点坐标外,系统焦距和入射光方向余弦皆为已知量。给定入射光线的方向,就可以根据(6)式以及衍射面面形公式求得各条光线在焦平面的交点坐标,通过截距求解出波前斜率,利用 Zernike 多项式拟合得到波前误差的信息^[11-12]。利用波前误差和斯特列尔比公式,就可以判断该面形变化对成像质量造成的影响。

2.2 薄膜面形

对于实际的薄膜衍射主镜,设计要求主镜的基底表面尽量保持平整,但柔性薄膜基底变形因素多,面形函数复杂^[14-15],通常难以直接给出其面形误差的解析表达式。以基底理想平面为参考面,采用 Zernike 多项

式来拟合圆孔径内薄膜衍射主镜的基底形变偏差,并选择合适阶数的 Zernike 多项式来满足拟合精度要求。图 3 给出面形峰谷值示意图,其虚直线表示理想基底的面形,实曲线表示实际基底的面形,箭头代表实际薄膜基底变形偏离理想面形的矢高。

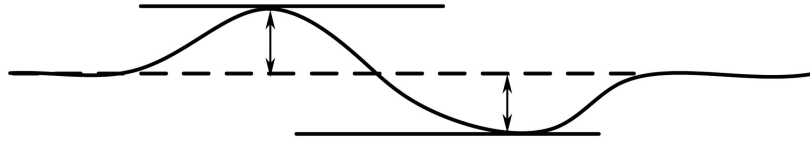


图 3 面形矢高误差示意图

Fig. 3 Schematic of surface sag error

根据 Zernike 多项式定义,其在连续单位圆定义域内是相互正交的,利用最小二乘法可得面形矢高与多项式系数满足

$$\begin{bmatrix} Z_0^0(x_1, y_1) & Z_1^{-1}(x_1, y_1) & Z_1^1(x_1, y_1) & \cdots & Z_n^m(x_1, y_1) \\ Z_0^0(x_2, y_2) & Z_1^{-1}(x_2, y_2) & Z_1^1(x_2, y_2) & \cdots & Z_n^m(x_2, y_2) \\ Z_0^0(x_3, y_3) & Z_1^{-1}(x_3, y_3) & Z_1^1(x_3, y_3) & \cdots & Z_n^m(x_3, y_3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_0^0(x_N, y_N) & Z_1^{-1}(x_N, y_N) & Z_1^1(x_N, y_N) & \cdots & Z_n^m(x_N, y_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{0,0} \\ a_{1,-1} \\ a_{1,1} \\ \vdots \\ a_{n,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(x_1, y_1) \\ S(x_2, y_2) \\ S(x_3, y_3) \\ \vdots \\ S(x_N, y_N) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中 $Z_n^m(x_N, y_N)$ 为标准排列的 Zernike 多项式, $a_{n,m}$ 为对应项的系数, $S(x_N, y_N)$ 为面内任意一点相对于理想平面的矢高。以最小二乘为标准拟合求解 Zernike 系数,根据 M-P(Moore-Penrose)广义逆可得系数解公式为

$$\mathbf{a} = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{S}, \quad (8)$$

式中 \mathbf{a} 表示 $a_{n,m}$ 列向量, \mathbf{S} 表示 $S(x_n, y_n)$ 列向量, \mathbf{Z} 为 Zernike 多项式矩阵。通过模式拟合获得 Zernike 系数后,对于一个既定的面形,输入面形峰谷值,即可求出由 Zernike 多项式表达的面形方程:

$$F(x, y) = \sum a_{n,m} Z_n^m(x_N, y_N). \quad (9)$$

图 4 展示了边缘褶皱面形和球面面形的示意图。

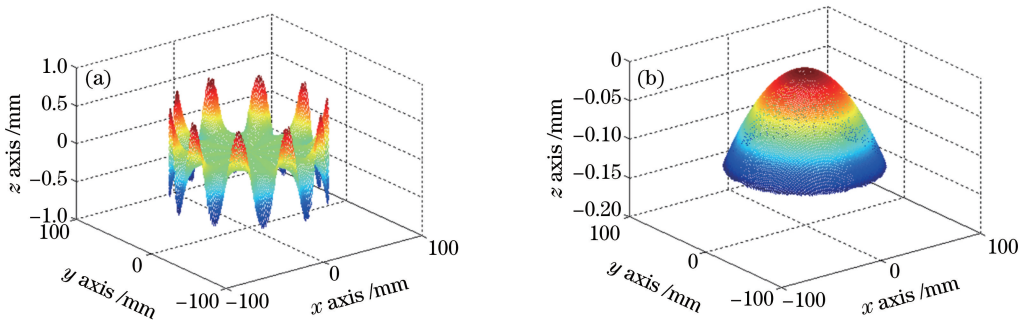


图 4 (a)边缘褶皱面形示意图;(b)球面面形示意图

Fig. 4 (a) Edge wrinkle surface; (b) sphere surface

在实际应用中,可以通过仪器扫描测量方式获得面形的矢高数据,这样就能够利用(7)式得到面形方程(8)式。将(8)式代入(2)式,就可以求解出薄膜发生形变时各条光线与像面交点的坐标,从而获得各条光线的截距,再通过波前再现即可得到该面形所对应的波前误差。

3 数值仿真

根据前面的光线追迹理论对薄膜衍射主镜进行仿真建模。如图 1 所示,沿 z 轴正方向入射的单体平行光波长为 $\lambda = 0.65 \mu\text{m}$,薄膜衍射透镜直径为 $d = 130 \text{ mm}$,厚度为 $h = 20 \mu\text{m}$,光轴经过主镜中心 $O(0, 0, 0)$ 点,薄膜衍射主镜的焦距为 $f = 1300 \text{ mm}$,虚直线表示薄膜未形变时的理想面形,实曲线表示发生形变后的

面形。根据给定的主镜参数,主镜上任意一点相对于理想位置的矢高 S 根据需要设定。将各点矢高及对应点坐标代入(7)式得到多项式系数,从而得到 Zernike 多项式的面形表达式,再代入追迹公式即可。

图 5 为采用相同曲率半径 $r=16950\text{ mm}$ 的二元面面形,使用 Matlab 与 ZEMAX 得到的点列图、波前误差仿真结果对比。ZEMAX:面形峰谷值(PV)为 $S_{PV}=0.2396\lambda$,波前均方根(RMS)误差为 $W_{RMS}=0.0705\lambda$; MATLAB:面形峰谷值为 $S_{PV}=0.2306\lambda$,波前均方根误差为 $W_{RMS}=0.0715\lambda$ 。像面点列图形式和幅值大小基本一致,面形峰谷值 S_{PV} 相差 0.009λ 、波前均方根误差 W_{RMS} 相差 0.001λ ,对比可以看出,本文采用的方法与 ZEMAX 专业光学设计软件的结果吻合得较好,表明本文提出的计算模型具有较高的可靠性。

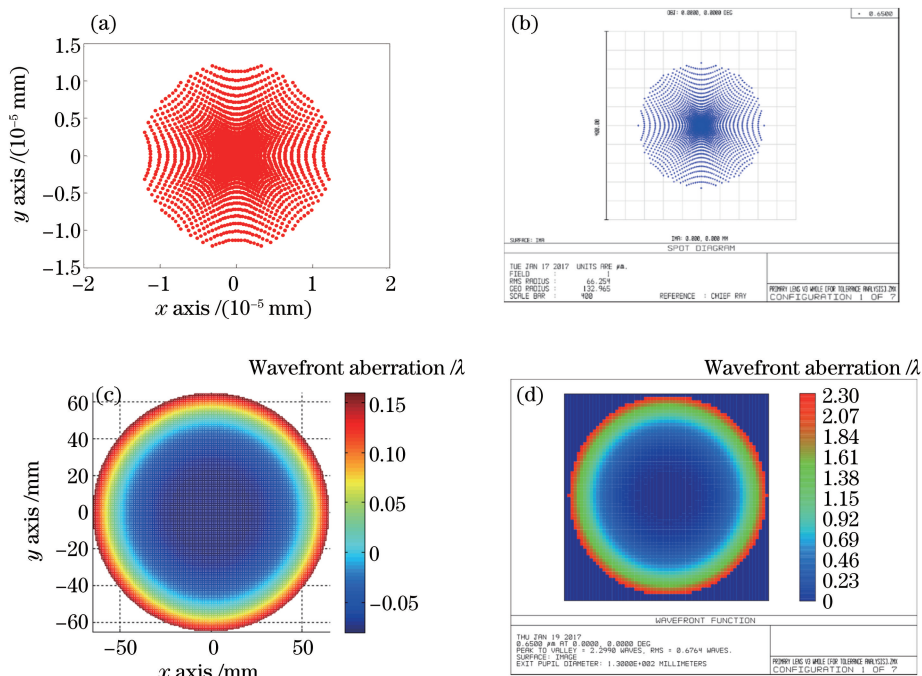


图 5 (a)球面面形误差对应点列图;(b)与(a)对应的 ZEMAX 计算结果;(c)球面面形误差对应波前均方根误差;(d)与(c)对应的 ZEMAX 计算结果

Fig. 5 (a) Spot diagram of spherical surface error; (b) results of ZEMAX corresponding to (a); (c) wavefront RMS aberration of spherical surface error; (d) results of ZEMAX corresponding to (c)

当薄膜边缘受力不均时很容易造成边缘褶皱变形如图 6(a),当薄膜受到低频振动时也可能造成中心凸起的球面或非球面变形如图 4(b)。文中对比讨论了边缘均匀褶皱面形(主镜外边缘褶皱横向跨度约 20 mm,纵向面形峰谷值 S_{PV} 为 0~2 mm)和中心向外凸出的球面面形(球面横向跨度约 130 mm,纵向面形峰谷值 S_{PV} 为 0~0.25 mm)两种简单变形情况下面形峰谷值对衍射主镜像质的影响。其他更加复杂面形读者可以根据具体情况计算。

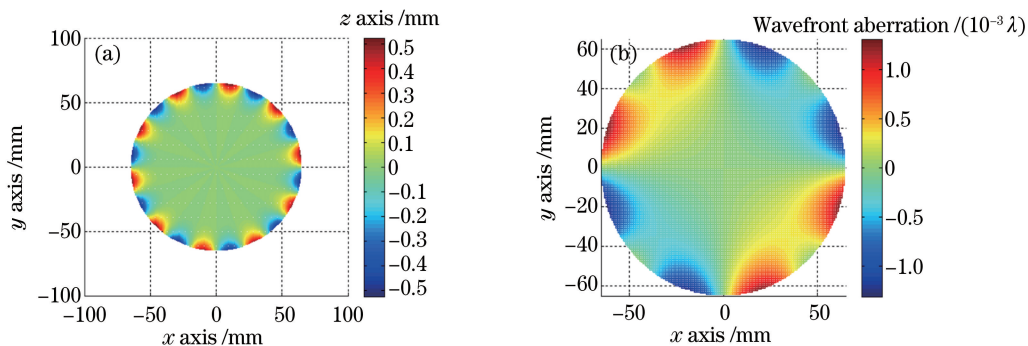


图 6 (a)边缘褶皱面形俯视图;(b)与(a)对应的波前像差

Fig. 6 (a) Planform of wrinkle surface; (b) wavefront RMS aberration corresponding to (a)

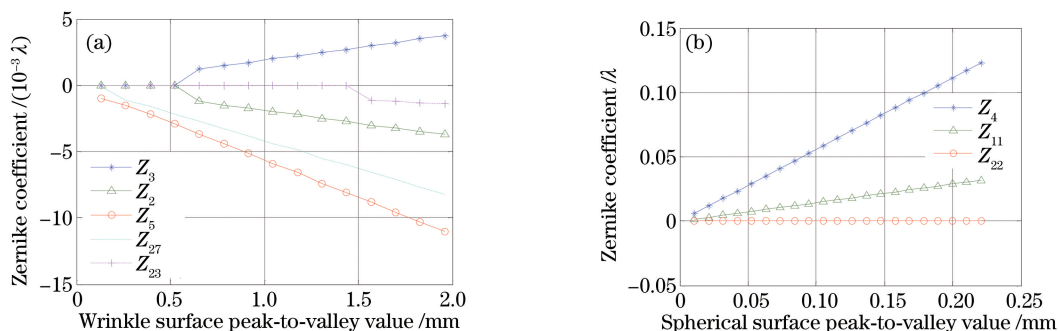


图 7 像差类型随面形峰谷值变化关系曲线。(a)边缘褶皱面形;(b)球面面形

Fig. 7 Relationship between aberration types and surface peak-to-valley value. (a) Wrinkle surface; (b) spherical surface

由图 7(a)看出,该边缘褶皱面形造成的像差主要是 Z_5 和 Z_{27} ,面形峰谷值 S_{PV} 增大到 0.5 mm 时, Z_2 、 Z_3 出现,面形峰谷值 S_{PV} 继续增大到 1.5 mm 时, Z_{23} 开始显现。这些像差在面形峰谷值 S_{PV} 为 0~2 mm 范围内都很微弱,对总波前误差的影响近乎为 0。由图 7(b)看出,球面形变造成的像差有 Z_4 、 Z_{11} 及 Z_{22} ,几种像差与面形峰谷值 S_{PV} 呈线性关系。总像差贡献中,以 Z_4 为主, Z_{22} 约等于 0, Z_{11} 数值变化不大且上升速度缓慢。

表 1 标准 Zernike 多项式函数及名称

Table 1 Standard Zernike polynomial and aberration type

Term	Polynomial	Aberration type
Z_2	$2x$	x tilt
Z_3	$2y$	y tilt
Z_4	$\sqrt{3} [2(x^2 + y^2) - 1]$	Defocus
Z_5	$\sqrt{6} (2xy)$	Astigmatism y
Z_{11}	$\sqrt{5} [6(x^2 + y^2)^2 - 6(x^2 + y^2) + 1]$	Primary spherical
Z_{22}	$\sqrt{7} [20(x^2 + y^2)^3 - 30(x^2 + y^2)^2 + 12(x^2 + y^2) - 1]$	Secondary spherical
Z_{23}	$\sqrt{14} [15(x^4 + y^4) + 30x^2y^2 - 20(x^2 + y^2) + 6]$	Tertiary astigmatism y
Z_{27}	$\sqrt{14} (6x^5y - 20x^3y^3 + 6xy^5)$	Six foil y

图 8 是波前均方根误差与面形峰谷值变化关系曲线,可以看出图 8(a)中波前均方根误差随面形峰谷值呈近似线性关系,但是斜率较小,上升速度较慢。图 8(b)中波前均方根误差与面形峰谷值呈线性增大。且两种情况下,波前均方根误差与面形峰谷值关系曲线与各自主要像差随面形峰谷值变化规律基本一致。刚好与图 7 可以交互验证计算的准确性。

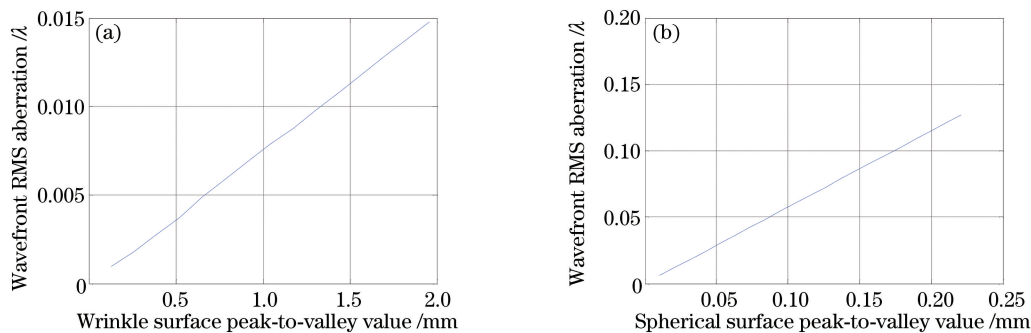


图 8 波前均方根误差随面形峰谷值变化关系。(a)边缘褶皱面形;(b)球面面形

Fig. 8 Relationship between wavefront RMS aberration and surface peak-to-valley value.

(a) Wrinkle surface; (b) spherical surface

图 9(a)是斯特列尔比随薄膜衍射主镜边缘褶皱面形峰谷值变化关系曲线,图 9(b)是斯特列尔比随薄膜衍射主镜球面面形峰谷值变化关系曲线。两种面形都会使斯特列尔比随面形峰谷值逐渐下降,但是图 9(a)中的变化很微弱,在面形峰谷值为 0~2 mm 范围内斯特列尔比可以认为近似为 1,主镜仍然是完善成像的;而图 9(b)中斯特列尔比下降速度比较均匀,当面形峰谷值为 0.1262 mm 时,主镜斯特列尔比为 0.8,当面形

峰谷值继续增大,主镜的斯特列尔比将小于0.8。造成斯特列尔比下降速度和面形峰谷值取值不同的原因在于面形的区别,边缘褶皱面形所占面积较小,对其中央部分的影响微弱,中央部分处于理想面形位置而且区域较大,因此边缘褶皱比较轻微时对主镜像质的影响较小。球面面形是主镜整体都沿着面形峰谷值方向发生偏移,因此面形的轻微变化就会对像质造成较大影响。

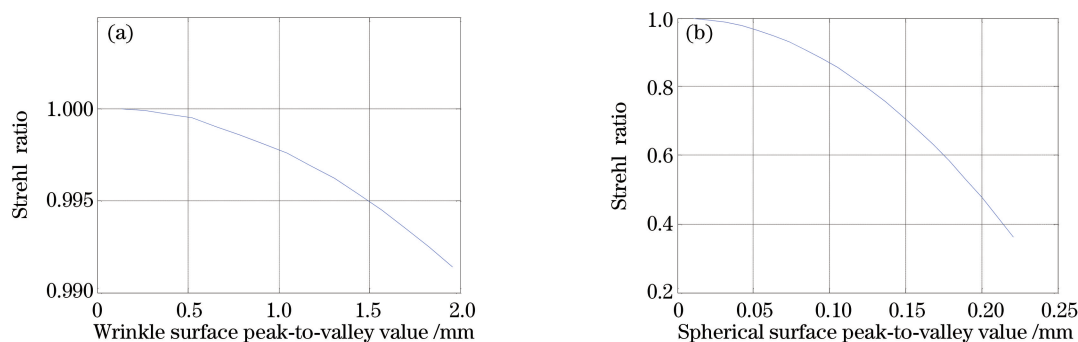


图9 斯特列尔比随面形峰谷值变化曲线。(a)边缘褶皱面形;(b)球面面形

Fig. 9 Relationship between Strehl ratio and surface peak-to-valley value.

(a) Wrinkle surface; (b) spherical surface

4 结 论

利用 Zernike 多项式拟合得到了薄膜衍射主镜面形误差的一般表达式,采取衍射光线追迹和波前再现的方法,分析了两种典型面形误差对衍射主镜波前误差的影响。边缘褶皱面形和中心凸出的球面面形对薄膜衍射主镜造成的主要像差类型分别为 Z_5 和 Z_4 。边缘褶皱面形峰谷值对斯特列尔比的影响比中心凸出的球面面形对斯特列尔比的影响小,对像质退化更为迟钝。通过数值仿真实现了影响像质面形形变的量化评价,为薄膜主镜的夹持装调提供了理论依据。本文计算模型中做了薄膜基底厚度薄且均匀的前提假设,在以后的研究中还需进一步开展薄膜厚度、材料折射率不均匀以及薄膜基底形变共同作用对薄膜衍射主镜成像质量影响的分析。

参 考 文 献

- [1] Hyde R A. Eyeglass. 1. very large aperture diffractive telescopes[J]. Applied Optics, 1999, 38(19): 4198-4212.
- [2] Hyde R A, Dixit S N, Weisberg A H. Eyeglass: A very large aperture diffractive space telescope[C]. SPIE, 2002, 4849: 28-39.
- [3] Atcheson P D, Stewart C, Domber J, *et al.* MOIRE: Initial demonstration of a transmissive diffractive membrane optic for large lightweight optical telescopes[C]. SPIE, 2012, 8442: 844221.
- [4] Tandy W D, Atcheson P, Domber J L, *et al.* MOIRE gossamer space telescope-structural challenges and solutions[C]. 54th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2013: 1458.
- [5] Domber J L, Atcheson P, Kommers J. MOIRE: Ground test bed results for a large membrane telescope[C]. AIAA Spacecraft Structures Conference, 2014: 1510.
- [6] Britten J A, Dixit S N, Debruyckere M, *et al.* Large-aperture fast multilevel Fresnel zone lenses in glass and ultrathin polymer films for visible and near-infrared imaging applications[J]. Applied Optics, 2014, 53(11): 2312-2316.
- [7] Tandy W D, Campbell L, Copp T, *et al.* Moire gossamer space telescope-membrane analysis[C]. AIAA Spacecraft Structures Conference, 2014: 1367.
- [8] Noda H, Namioka T, Seya M. Ray tracing through holographic gratings[J]. J Opt Soc Am, 1974, 64(8): 1037-1042.
- [9] Liao Zhou, Qiu Qi, Zhang Yudong. Numerical simulation of segmented telescope[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(7): 0722002.
- [10] 廖周, 邱琪, 张雨东. 分块拼接望远镜的数值仿真[J]. 光学学报, 2014, 34(7): 0722002.
- [11] Cubalchini R. Modal wave-front estimation from phase derivative measurements[J]. J Opt Soc Am, 1979, 69(7): 972-977.
- [12] Noll R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. J Opt Soc Am, 1976, 66(3): 207-211.

- [12] Jin Guofan, Yan Yingbai, Wu Minxian , et al. Binary optics[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1998: 201-204.
金国藩, 严瑛白, 邬敏贤, 等. 二元光学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998: 201-204.
- [13] Yan Shuhua. Design of diffractive micro-optics[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011: 137-140.
颜树华. 衍射微光学设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011: 137-140.
- [14] Jenkins C H, Haugen F, Spicher W H. Experimental measurement of wrinkling in membranes undergoing planar deformation[J]. Experimental Mechanics, 1998, 38(2): 147-152.
- [15] Pappa R S, Giersch L R, Quagliaroli J M. Photogrammetry of a 5 m inflatable space antenna with consumer digital cameras[J]. Experimental Techniques, 2010, 25(4): 21-29.