干涉测量圆柱内表面的失调误差分析

孙 是^{1,2}, 韩 森^{2,3}, 唐寿鸿², 王 芳^{2,3}, 殷留留^{2,3}
 ¹长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022;
 ²苏州慧利仪器有限责任公司, 江苏 苏州 215123;
 ³上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海 200093

摘要 通过非佐型干涉系统、直角圆锥反射镜的一次性测量,可获得圆柱形光学元件整周的面形信息。为实现高 精度的面形测量,实验装置的校准至关重要,但由于调整机构的缺陷导致圆锥反射镜和被测圆柱的空间方位难以 确定,距离理想位置的任何位置偏差将给测量结果引入严重的测量误差。为去除该系统误差,要明确各种失调误 差的形成原因,分析其对测量结果的影响。通过圆柱坐标系下数学模型的建立,推导出偏移误差和旋转误差的变 化公式,并通过 Matlab 数值模拟和实际测量对其进行验证。结果表明,利用误差计算公式可以推导出失调误差系 数,便于进一步的系统误差校正。

关键词 测量; 菲佐干涉测量; 360°柱面; 圆锥镜; 失调误差
中图分类号 O436.1 文献标识码 A
doi: 10.3788/AOS201737.0112005

Misalignment Analysis of Cylindrical Inner Surfaces in Interferometric Measurement

Sun Hao^{1,2}, Han Sen^{2,3}, Tang Shouhong², Wang Fang^{2,3}, Yin Liuliu^{2,3}

¹ School of Optoelectronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China;

² Suzhou H&L Instruments LLC., Suzhou, Jiangsu 215123, China;

³ College of Opto-Electronic Information and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China

Abstract Information of the entire cylindrical inner surfaces can be achieved by using a Fizeau interference system and a 90° conical mirror in a one-time measurement. In order to achieve high-precision surface measurement, the alignment of experimental apparatus is very crucial. However, defects of the alignment may cause the spatial orientation of the cone mirror and the tested cylinder difficult to determine, and any misplacement from ideal location may result in large measurement errors. Therefore, to remove the system errors, the reasons of all kinds of misalignment should be well understood and their influences on the measurement results should be analyzed. By establishing the mathematical model in cylindrical coordinate, the change formula of offset error and rotational error is deduced. The formula is verified by numerical simulation of Matlab software and practical measurement. The results show that the misalignment error coefficient can be successfully derived with the proposed formula, which will further benefit system error correction.

Key words measurement; Fizeau interferometric measurement; 360° cylindrical surface; conical mirror; misalignment errors

OCIS codes 120.3180; 120.3940; 220.4840; 150.1488

导师简介: 韩 森(1961-),男,博士,教授,主要从事精密光学检测技术及仪器等方面的研究。

E-mail: senhanemail@126.com(通信联系人)

收稿日期: 2016-06-12; 收到修改稿日期: 2016-08-26

基金项目:国家科技重大专项(2013YQ150829)、上海市科研计划项目(14140502500)、苏州市纳米专项(ZXG2013034)

作者简介:孙 吴(1987—),女,博士研究生,主要从事光学干涉计量方面的研究。E-mail: claudia_ss@163.com

1 引 言

圆柱形光学元件因其特殊的光学成像性能而获得广泛应用^[1-3]。为实现高效、高精度的柱面检测,目前 已发展出多种柱面面形测量方法^[4-7]。掠入射零位干涉法运用两个衍射光学元件实现测量^[5,8-10],该方法会 引起像面的严重变形,导致沿圆柱轴线方向采样密度的大幅下降;三坐标机法和轮廓仪法适用于检测元件轮 廓外形,无法满足面形测量精度的需求(几十纳米量级)^[11],接触式探针只能获取被测表面上某一条线的形 貌误差,采样密度和采样频率低;计算机全息(CGH)法具有更高的精度、灵敏度及重复性^[7,12-15],其缺点是零 位补偿器需针对不同的测试表面进行一对一的设计制造,成本高,通用性差,并且其自身误差很难标定;另 外,针对闭合圆柱面面形的检测,上海大学于瀛洁等^[16]通过柱面 CGH 的零位干涉方法对该类元件的测量进 行了研究,其方法适用圆柱外表面的形貌测量,无法检测闭合圆柱内表面,并且由于口径的限制,需要用子孔 径拼接技术^[17]才能实现整周的面形测量。

针对这种特殊的 360°圆柱内表面的测量,本文选用菲佐型激光干涉系统和高精度的直角圆锥镜,通过 多自由度的调节与装卡机构,实现圆锥反射镜与被测元件相对位置的精确调节;对于某一组特定的圆锥反射 镜和参考镜,被测对象的曲率半径只要大于圆锥反射镜的半径,就能满足测试要求,经一次曝光获得 360°的 面形信息。因此与 CGH 法相比,本测试系统不需要补偿元件和图像拼接技术,效率高,通用性更强。通过 数学模型的建立,表征了在圆锥反射镜的空间方位误差引起的失调误差,再利用计算机模拟及实际测量对本 测试系统及分析方法进行验证。

2 测量原理

直角圆锥反射镜的特殊结构可以实现圆柱坐标系与直角坐标系的相互转换,因此为了一次性获得整周的形貌信息,需要利用直角的正圆锥反射镜。准直光束沿光轴(z)方向入射至圆锥斜面后,沿径向反射至元件内表面。当空心元件的内表面轴线与光学系统 z 轴严格重合时,该圆柱内表面经过圆锥斜面的反射后成圆盘形状的像,如图1所示。图中 PBS为偏振分光镜、PZT为相移驱动器、TF为标准参考镜。当成像器件位于无限远或者利用远心光学系统^[18],圆锥顶角严格 90°,圆锥表面理想,并且圆锥与被测元件均位于理想位置,一个完美的圆柱面可以转换成一个完美的平面,这时圆柱面的形貌偏差可直接由平面的面形偏差值获得。因此,该测量方法的基本思想就是利用激光干涉仪测量上述平面与参考平面间的偏差,再对测量结果进行结构重建,从而获得整周的圆柱面形貌。



图 1 圆柱内表面测量系统原理图

Fig. 1 Schematic of measurement system for cylindrical inner surface

由测量原理(图 1)可以看出,平面圆盘的半径大小取决于圆锥反射镜的半径,即被测空心元件内表面的 可测深度 h 由圆锥的半径 r_m 决定,h 的最大理论值应该等于圆锥的半径值 r_m。但由于圆锥顶点附近的干 涉条纹会因为压缩而发生形变,影响了图像的横向分辨率,所以可测深度 h 的实际值约为圆锥半径的 5/6^[19]。保证测量精度的前提是圆锥校准良好,即圆锥与被测圆柱面严格同轴并平行于光轴,但在实际测量 时,由于机械结构公差等因素,其空间方位很难严格保证,所以还需将由位置偏差所引起的误差变化剔除掉, 这样才能够得到真实的被测表面形貌误差。

3 数学模型的建立

因圆柱体的旋转对称性,沿 z 轴的偏移和绕 z 轴的旋转不产生失调误差。失调误差(图 2)分为:1)偏移 误差,即圆锥轴线相对于圆柱轴线沿任意方向产生的偏心量 Δt ;2)旋转误差,即圆锥轴线相对于圆柱轴线的 偏转角度 α 。



图 2 失调误差示意图 Fig. 2 Schematic diagram of misalignment errors

以圆锥底面圆心 O 为原点,建立圆柱坐标系,被测柱面波前的曲率半径为 R,圆锥半径为 r_m,圆锥顶点 Q 距离标准参考面的距离为 s。

3.1 偏移失调误差

在没有相对旋转的情况下,即圆锥与圆柱轴线相互平行时,圆锥相对于圆柱轴线的偏移可视为圆锥中心在 圆柱任意半径上的移动,为了方便计算,可假设圆锥沿 *x* 轴方向平移至 *O*[′]位置,系统光路示意图如图 3 所示。



图 3 偏移误差示意图。(a) 三维图;(b) 前视图 Fig. 3 Schematic of translation error. (a) 3D map; (b) front view

径向偏移误差几何光路图如图 4 所示,图中定义一个垂直于 z 轴并通过 P 点的平面 I_p ,圆柱轴线与平面 I_p 相交于 O 点,理想位置时圆锥轴心与 O 点重合,圆锥相对于坐标原点 O 产生 Δt 的偏移后,圆锥沿 x



图 4 沿 x 轴平移的径向偏移误差几何光路图 Fig. 4 Geometric light path for radial translation error along x axis

轴移动到O'点。圆O'的半径 r 随着 P 点的 z 轴坐标变大而缩小,当 r 为最大值时即为圆锥底面半径 r_m。

图 4 中,蓝色虚线圆 O 表示圆锥的理想位置,被测件内表面上任意一点 P 的直角坐标为(x_0, y_0, z_0), 圆柱坐标为(R, β, z_0),0 $\leqslant \beta \leqslant 2\pi$,P 点到 x 轴的垂线与 x 轴相交于 C 点,直线 O'P 与圆 O'相交于 A 点,直 线 OP 与圆 O 相交于 Q 点。当圆锥在理想位置时,准直光束打到圆锥面,并沿径向反射到 P 点,再沿 P 点 的法线原路返回。故由圆锥面与 P 点之间产生的光程是 QP 的 2 倍,即 2(R-r)。当圆锥沿 x 轴方向发生 偏移时,准直光由 A 点入射到 P 点,再根据反射定律,返回到锥面 B 点。故锥面与被测面间光程为 AP+BP。

综上所述,当圆锥轴线与被测件轴线相互平行并存在相对偏移时,所产生的光程差为

$$D_{\text{translation}} = (AP + BP) - 2QP = (AP + BP) - 2(R - r), \qquad (1)$$

根据一级泰勒级数展开及小角度近似原则,通过求解A、B点坐标,从而推导出:

$$D_{\text{translation}} = r - R - \frac{\Delta t x_0}{R} + \left(x_0 - \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right) \sqrt{k^2 + 1}, \qquad (2)$$

式中 $A = k^{2} + 1$, $B = 2(ky_{0} - k^{2}x_{0} - \Delta t)$, $C = y_{0}^{2} + k^{2}x_{0}^{2} - r^{2}$, $k = \tan(2\beta - \alpha)$ 。当圆锥与被测圆柱存在相对径向偏移时,被测内表面上任意一点的光程差表达式即为(2)式。

3.2 旋转失调误差

当圆锥与圆柱的轴线间有相对旋转角度时,说明系统存在旋转失调误差。为方便计算,令圆锥以顶点为固定点在 yOz 面内旋转 α 角度,如图 5(a)所示。当存在旋转误差时,系统光路示意图如图 5(b)所示。



图 5 旋转失调误差示意图。(a) 以顶点为固定点旋转;(b) 圆锥旋转后系统光路示意图

Fig. 5 Schematic of rotation misaligned error. (a) Rotating around the apex; (b) system light path after the rotation of cone

锥面反射光线轨迹示意图如图 6 所示,点 Q_s 是锥面入射点轨迹的法线交点,当圆锥轴线与光轴存在小 角度 α 旋转时,入射到锥面的光线沿着椭圆环的轨迹反射到被测圆柱内表面上,椭圆环与水平方向倾角为 2α。入射光与锥面的交线是椭圆,图 6 中用绿色标记。

当圆锥与圆柱存在一定的旋转角度时,系统产生的旋转失调误差:





式中 L₁ 是圆锥位于理想位置时,参考面与被测面之间的光程,L₂ 为存在旋转失调误差时系统的光程,二者的差值即为旋转误差引入的光程差。

过任意点 *P* 所对应的圆锥母线做圆锥的切面 *I*_r,如图 7 所示,图中 α' 随着 *P* 点极角的变化而变化, $\varphi = \frac{\pi}{4} - \alpha', \alpha' = \alpha \cdot \cos \beta, 0 \leq \beta \leq 2\pi$ 。故在理想位置与失调位置时,参考面与被测面之间光程分别为

$$L_1 = 2(MA + AP) = 2(s + R), \qquad (4)$$

$$L_2 = NB + BP + PC + CD_{\circ} \tag{5}$$



图 7 过 P 点的圆锥轴线所在截面

Fig. 7 Section graph of the conical axis passing through point P

圆锥反射镜与待测圆柱面之间的几何光路图如图 8 所示,图中,系统出射光入射到 B 点,反射到被测内 表面 P 点后,再反射回到圆锥面上 C 点,最后进入系统。O₁、O₂ 分别为点 B 与点 C 到光轴的垂线交点。l' 为圆柱内表面上任意点 P 所对应的母线,P₀、B₀、C₀ 分别为 P 点、B 点、C 点在 xOy 平面的投影点,故 B 点 与 C 点的圆柱坐标分别为(OB₀,β,z_B),(OC₀,β,z_C),r_B、r_C 分别为入射光束和出射光束与锥面的交线圆半 径。根据图 8 中几何关系可得:

$$O_1 B = QO_1 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha'\right), \tag{6}$$

$$O_2 B = QO_2 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha'\right),\tag{7}$$

$$z_B = z_0 - (R - OB_0) \cdot \tan 2a', \tag{8}$$

$$z_C - z_0 = (R - OC_0) \cdot \tan 2\alpha' \,. \tag{9}$$





联立方程求解 B 点、C 点的柱坐标(OB_0, β, z_B)和(OC_0, β, z_C),代人(3)式得到旋转后任意一点 P 产生的光程差为

$$D_{\text{rotation}} \approx (z_0 - r_m) (1 - 2\alpha') \frac{4\alpha'}{1 - 4\alpha'}$$
 (10)

4 模拟仿真与实测分析

圆柱内表面测量系统实验装置如图 9 所示,实验装置包括带有 3/4"参考平面镜的菲佐型干涉仪,增反膜和两个五维调整架(分别用来固定和调节被测空心元件及圆锥反射镜)。直角圆锥镜底面半径为10 mm,光 源波长为 633 nm。



图 9 实验装置图 Fig. 9 Experimental setup

第3节分析的两种失调误差都会严重影响实际面形测量结果,上述理论推导是基于一级近似原则,所以 当存在小距离偏移和小角度旋转时,测量结果中包含的失调误差可由(2)式、(10)式计算得出,从而有助于被 测元件真实面形信息的获取。测试系统由失对准所引入的光程变化量可表示为

$$D = 2(P_0 + D_{\text{translation}} + D_{\text{rotation}}), \qquad (11)$$

$$\Delta \Phi = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot D \,, \tag{12}$$

式中 $\Delta \Phi$ 代表由以上误差所引入的误差, P_0 为参考面与圆锥反射镜顶点之间的光程差常量 s。再通过最小 二乘拟合算法获得失调系数,即为了使其方差为最小值, P_0 、 Δt 及偏转角度 α 的导数必须为零。

$$V = \sum \left[\Phi_{\text{meas}} - \Delta \Phi(\Delta t, \alpha) \right]^2, \tag{13}$$

式中 Φ_{meas} 为实际获得干涉图的相位,从 Φ_{meas} 中减去由拟合公式得到的误差相位 $\Delta \Phi$,便可获得被测面的真实 相位信息,即被测元件的实际形貌^[20-21]。利用图 9 所示实验装置实际测量一面形精度较高的空心元件,其长 度为 10 mm,内表面曲率半径为 15 mm,测量时在测量结果中引入一定的失调误差,根据(13)式的最小二乘



图 10 (a) 偏移 4.5 μm,旋转 25.2"的实测干涉图; (b) 模拟干涉图; (c) 相应的相位图,峰谷值为 0.0303λ Fig. 10 (a) Measured interferogram with 4.5 μm translation and 25.2" rotation; (b) simulated interferogram; (c) corresponding phase map with the peale valley value of 0.0303λ

拟合计算得到失调系数分别为: $\Delta t = 4.5 \ \mu m$, $\alpha = 25.2''$,如图 10(a)所示。根据同样失调系数模拟的干涉图及 相应的相位分布图分别如图 10(b)和(c)所示,其中实测图[图 10(a)]在垂直方向上条纹的弯曲角度与模拟 结果[图 10(b)]稍有偏差,这主要是由圆锥反射镜的角度误差所引起(对于圆锥角度以及其他系统误差对测 量结果的影响,将在后续的工作中进行分析)。带有 0.7 μm 偏移和 32.4"旋转误差的实测干涉图如图 11(a) 所示,其模拟干涉图和相应的相位图分别如图 11(b)和(c)所示。由图 10 和 11 可以看出,上述误差分析理 论与实际测量结果高度吻合。



图 11 (a) 偏移 0.7 μm,旋转 32.4"的实测干涉图; (b) 模拟干涉图; (c) 相应的相位图,峰谷值为 0.0151λ Fig. 11 (a) Measured interferogram with 0.7 μm translation and 32.4" rotation; (b) simulated interferogram; (c) corresponding phase map with the peak valley value of 0.0151λ

为观察测试系统对两种失调误差的灵敏程度,分别在系统中引入固定偏移量和固定旋转角度进行模拟, 如图 12 所示。当系统存在一固定的 0.09′的旋转角度时,1 μ m 的偏移量所引起的条纹数量[图 12(b)]约为 0.5 μ m 偏移时产生条纹数量[图 12(b)]的 2 倍。同理,引入固定 0.5 μ m 的偏移误差,此时观察到 0.36′的角 度偏差产生的条纹数量[图 12(d)]近似为 0.06′角度偏差产生条纹数量[图 12(c)]的 2 倍。因此,在实际测 量中,调节机构任意方向的微小变化将导致干涉条纹形状和数量的严重改变。根据上述分析与计算机模拟 可知,当偏移误差的变化量大于±0.5 μ m,或者旋转误差变化量大于±0.3′时,干涉图会有明显变化。



Fig. 12 Simulated interferograms with misaligned error. (a) $\alpha = 0.09'$, $\Delta t = 0.5 \ \mu m$; (b) $\alpha = 0.09'$, $\Delta t = 1 \ \mu m$; (c) $\alpha = 0.06'$, $\Delta t = 0.5 \ \mu m$; (d) $\alpha = 0.36'$, $\Delta t = 0.5 \ \mu m$

5 结 论

利用光路追迹分析了失调误差产生的原因,并通过圆柱坐标系下数学模型的建立,推导出偏移误差和旋转误差的计算公式。对一高精度空心金属元件进行了两次实际测量,通过文中的误差分析理论得到实测结果的两组失调系数,再利用同样的参数进行计算机模拟。由上述比对结果即可验证本文提出的失调误差算法的正确性,同时又提供了一种新的针对空心圆柱内表面的测量分析方法,可以有效地指导实验调节,控制失调误差的引入。由计算机模拟结果可见,当偏移误差大于±0.5 μm,或旋转误差大于±0.3′时,干涉图变化明显,故在实验调整过程中要尽量保证偏移误差不超过±0.5 μm,旋转误差不超过±0.3′。后续工作将围绕圆锥镜的顶角误差分析和系统误差的消除进行展开。

参考文献

Sun Xiafei, Yu Jingchi, Ding Zezhao, *et al.* Fabrication and testing of the super-smooth silicon cylindrical mirror [J].
 Optical Technique, 2001, 27(6): 497-498.

孙侠菲,余景池,丁泽钊,等.超光滑硅柱面反射镜的加工和检测[J].光学技术,2001,27(6):497-498.

[2] Shangguan Wangpin. Study on the system of beam shaping for high-power laser diodearray[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2011.

上官王聘. 大功率半导体激光器阵列光束整形系统研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2011.

[3] Xie Hongbo, Lü Eryang, Zhu Xiaochen, et al. Shaping and collimation of LD beam with astigmatism [J]. Laser Technology, 2013, 37(4): 551-555.

谢洪波, 吕二阳, 祝晓晨, 等. 一种激光二极管像散光束准直整形方法研究[J]. 激光技术, 2013, 37(4): 551-555.

- [4] Geary J M. Overview of cylindrical optics testing using a fiber optic reference [C]. SPIE, 1995, 2536: 68-74.
- [5] Lindlein N, Schreiner R, Brinkmann S, et al. Axicon-type test interferometer for cylindrical surfaces: Systematic error assessment[J]. Applied Optics, 1997, 36(13): 2791-2795.
- [6] Reardon P J, Liu F, Geary J M. Schmidt-like corrector plate for cylindrical optics [J]. Optical Engineering, 2010, 49 (5): 0530021.
- [7] Tam P W, Gross K P, Bogan J R. Interferometric testing of cylinder optics using computer generated hologram (CGH)
 [C]. SPIE, 1997, 3134: 162-166.
- [8] Dresel T, Brinkmann S, Schreiner R, et al. Testing of rod objects by grazing incidence interferometry: theory [J]. Journal of the Optical Society of America A, 1998, 15(11): 2921-2928.
- [9] Mantel K, Lamprecht J, Lindlein N, *et al.* Absolute calibration in grazing incidence interferometry via rotational averaging[J]. Optics, 2006, 45(16): 3740-3745.
- [10] Schwider J, Lindlein N, Schreiner R, *et al.* Grazing-incidence test for cylindrical microlenses with high numerical aperture[J]. Journal of Optics A, 2002, 4(4): S10-S16.
- [11] Chekal V N, Chudakov Y I, Shevtsov S E. The use of coordinate-measurement machines to optimize the technology of automatic shaping of optical surfaces[J]. Journal of Optical Technology C, 2008, 75(11): 755-759.
- [12] Lamprecht J, Lindlein N, Schwider J. Null test measurement of high-numerical aperture cylindrical micro lenses in transmittedlight[C]. SPIE, 2003, 5180: 253-260.
- [13] Mantel K, Lindlein N, Schwider J. Simultaneous characterization of the quality and orientation of cylindrical lens surfaces[J]. Applied Optics, 2005, 44(15): 2970-2977.
- [14] Kang G G, Xie J H, Liu Y. New design techniques and alignment methods for CGH-null testing of asphericsurface[C]. SPIE, 2008,6624: 66240K.
- [15] Huang Ya, Ma Jun, Zhu Rihong, *et al.* Investigation of measurement uncertainty of optical freeform surface based on computer-generated hologram[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(11): 1112007.
 黄 亚,马 骏,朱日宏,等. 基于计算全息的光学自由曲面测量不确定度分析[J]. 光学学报, 2015, 35(11): 1112007.
- [16] Yu Yingjie, Xu Haifeng, Peng Junzheng. The interferometric method for the cylindricalsurface[J]. Acta Metrologica Sinica, 2015, 36(5): 460-463.

于瀛洁, 许海峰, 彭军政. 柱面面形干涉测量[J]. 计量学报, 2015, 36(5): 460-463.

[17] Zhang Lei, Tian Chao, Liu Dong, et al. Non-null annular subaperture stitching interferometry for aspheric test[J].
 Acta Optica Sinica, 2014, 34(8): 0812003.

张 磊,田 超,刘 东,等.非球面非零位环形子孔径拼接干涉检测技术[J].光学学报,2014,34(8):0812003.

[18] Hai Yunfei. Research of the reflection model of the edge of objects and a method ofmeasurement [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2015.

海云飞.远心光学测量系统的物体边缘反射模型及其位置检测方法[D].成都:电子科技大学,2015.

- [19] Viotti M R, Albertazzi A, Pont A D, *et al.* A novel algorithm to stitch adjacent cloud of points of long cylindrical surfaces [J]. SPIE, 2007, 6616: 66161E.
- [20] Wyant J C, Creath K. Basic wavefront aberration theory for optical metrology [M]// Shannon R R, Wyant J M. Applied Optics and Optical Engineering. Newyork: Academic Press, 1992.
- [21] Mahajan V N. Zernike polynomials and wavefront fitting[M]// Daniel M. Optical Shop Testing. New Jersey: Wiley, 2007.