部分相干离轴涡旋光束在大气湍流中的光强分布

柯熙政, 王超珍*

西安理工大学自动化与信息工程学院,陕西西安 710048

摘要 根据广义惠更斯-菲涅耳原理以及交叉谱密度函数,利用 Kolmogorov 湍流谱推导得到部分相干离轴涡旋光 束在大气湍流中传输时光束的光强分布表达式,讨论了离轴距离、拓扑荷数、束腰宽度、相干长度、传输距离、湍流 强度参数对光强分布的影响。仿真结果表明,拓扑荷数的大小不会改变暗核的位置;离轴距离的正负号决定了暗 核移动的方向和光强集中区域的方向;暗核向上移动的距离随相干长度、束腰宽度的增大而减小,随传输距离、湍 流强度的增大而增大;光斑展宽随相干长度、束腰宽度、传输距离、湍流强度的增大而增大。 关键词 大气光学;光强分布;大气湍流;部分相干离轴涡旋光束;离轴距离 中图分类号 TN929.12 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.0101005

Intensity Distribution of Partially Coherent Off-Axis Vortex Beam Propagating in Atmospheric Turbulence

Ke Xizheng, Wang Chaozhen

College of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China

Abstract Based on the generalized Huygens-Fresnel principle and the cross spectral density function, we deduce the expression of intensity distribution of partially coherent off-axis vortex beams propagating in atmospheric turbulence by using the Kolmogorov turbulence spectrum. The effects of off-axial distance, topological charge, waist width, coherent length, transmission distance, turbulence intensity on the intensity distribution are discussed. Simulation results show that the topological charge does not change the position of the dark core. The sign of off-axial distance determines the direction of the dark core movement and the direction in which the intensity is concentrated. The upward movement distance of the core decreases with the increase of the waist width and the coherent length, and increases with the increase of the transmission distance and the turbulence intensity. The spreading of beam increases with the increase of the waist width, the coherent length, the transmission distance and the turbulence intensity.

Key words atmospheric optics; intensity distribution; atmospheric turbulence; partially coherent off-axis vortex beam; off-axial distance

OCIS codes 010.1330; 060.1660; 010.3310

1 引 言

涡旋光束与普通光束相比具有特殊的螺旋型相位结构,其涡旋中心光强为零且存在相位奇点,在光学微 粒操控、生物医学以及通信传输等领域具有广阔的应用前景^[1],已经成为近几年的研究热点^[2-5]。

在实际应用中,利用螺旋相位板产生涡旋光束时,螺旋相位板的中心很难与光束的中心对准,这就产生 了离轴涡旋光束,离轴涡旋光束在实验中比较常见^[6]。2005年 Ahluwalia等^[7]得出了光束中心涡旋的拓扑 荷数和偏移距离都会影响光束的复合离轴涡旋特性的结论。2008年 Liu等^[8]研究了高斯背景涡旋光束在 半屏衍射下相位奇点的变化。2009年王海燕等^[9]研究了离轴扭曲各向异性高斯-谢尔模型光束在湍流大气 中的传输特性。2010年邢燕等^[10]研究了离轴参数、相干长度对离轴高斯-谢尔模型电磁光束在自由空间中 光强、偏振度和光谱相干度的影响。文献[11-12]分别对离轴拉盖尔-高斯(LG)涡旋光束在自由空间中传输

收稿日期: 2016-07-07; 收到修改稿日期: 2016-08-29

基金项目:国家自然科学基金(61377080,60977054)

作者简介: 柯熙政(1962—),男,博士,教授,主要从事无线激光通信方面的研究。E-mail: xzke@263.net

^{*} 通信联系人。E-mail: wangczhappy@163.com

时光斑的演变和轨道角动量的分布及其传输进行了研究。2014年王慧等^[13]研究了离轴高斯涡旋光束经过 大数值孔径透镜后光束的光强分布和相位分布。2015年冯嘉文等^[14]得出了离轴涡旋光束经过单缝衍射后 传输距离、单缝宽度的大小以及离轴参量对光束中心相位都有影响的结论。文献[15]分析了离轴椭圆涡旋 光束在自由空间中传输时光强的分布特性。陈顺意等^[16]推导了离轴径向偏振光束光强的解析表达式,分析 了离轴量对离轴径向偏振光束在自由空间中传输时光强分布的影响。光束在大气湍流中传输时,光束的传 输特性会改变,从而降低光束的质量^[17],因此研究离轴涡旋光束在大气湍流中的传输特性具有重要的意义。 目前,已有大量文献对离轴涡旋光束的传输特性进行了研究,但针对部分相干离轴涡旋光束在大气湍流中传 输时光强分布的研究较少,离轴距离、拓扑荷数、束腰宽度、相干长度、传输距离、湍流强度等参数对光束光强 分布的影响值得深入研究。

本文以离轴拉盖尔-高斯涡旋光束为研究对象,利用广义惠更斯-菲涅耳原理以及交叉谱密度函数,推导 得到部分相干离轴涡旋光束在大气湍流中传输时光强分布的表达式,通过光束中心暗核位置坐标的移动量 分析了离轴距离、拓扑荷数、束腰宽度、相干长度、传输距离、湍流强度等参数对光强分布的影响。

2 部分相干离轴涡旋光束的光强分布

在直角坐标系下,离轴拉盖尔-高斯涡旋光束在光源平面z=0处的电场分量为[11]

$$E(x',y',0) = I_0 \exp\left(-\frac{x'^2 + y'^2}{\omega^2}\right) \left(\frac{\sqrt{(x'-d)^2 + y'^2}}{\omega}\right)^n \left(\frac{x'-d + iy'}{\sqrt{(x'-d)^2 + y'^2}}\right)^n, \quad (1)$$

式中 I₀ 为常量, ω 为光束束腰宽度, d 为涡旋光束的离轴距离, n 为拓扑荷数。

假设光源发出的光束沿 z 轴的正方向在湍流介质中传输,光源平面的交叉谱密度函数可以表示为[18]

$$W(x'_{1}, y'_{1}, x'_{2}, y'_{2}, 0) = \langle E(x'_{1}, y'_{1}, 0) E^{*}(x'_{2}, y'_{2}, 0) \rangle,$$
(2)

式中 (x'_1, y'_1) 和 (x'_2, y'_2) 分别为光源平面 z=0处的任意两点, 〈〉表示系综平均, *表示复共轭。相关函数可以表示为^[18]

$$C(|x_1'-x_2'|,|y_1'-y_2'|) = \exp\left[-\frac{(x_1'-x_2')^2 + (y_1'-y_2')^2}{\sigma^2}\right],$$
(3)

式中σ为光束相干长度。将(1)式代入(2)式,可得光源平面的交叉谱密度函数为

$$W(x'_{1}, y'_{1}, x'_{2}, y'_{2}, 0) = I_{0}^{2} \exp\left(-\frac{x'_{1}^{2} + y'_{1}^{2} + x'_{2}^{2} + y'_{2}^{2}}{\omega^{2}}\right) \times \exp\left[-\frac{(x'_{1} - x'_{2})^{2} + (y'_{1} - y'_{2})^{2}}{\sigma^{2}}\right] \left[\frac{(x'_{1} - d + iy'_{1})(x'_{2} - d + iy'_{2})}{\omega^{2}}\right]^{n} .$$
(4)

根据广义惠更斯-菲涅耳原理,采用 Kolmogorov 湍流谱,当光束在湍流介质中传输一段距离后,交叉谱 密度可以表示为^[19]

$$W(x_{1}, y_{1}, x_{2}, y_{2}, z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^{2} \iiint W(x_{1}', y_{1}', x_{2}', y_{2}', 0) \times \exp\left\{-\frac{ik}{2z}\left[(x_{1} - x_{1}')^{2} + (y_{1} - y_{1}')^{2}\right] + \frac{ik}{2z}\left[(x_{2} - x_{2}')^{2} - (y_{2} - y_{2}')^{2}\right]\right\} \times \exp\left[\Psi(x_{1}', y_{1}', x_{1}, y_{1}, z) + \Psi^{*}(x_{2}', y_{2}', x_{2}, y_{2}, z)\right] \right\} dx_{1}' dx_{2}' dy_{1}' dy_{2}', \quad (5)$$

$$\left\langle \exp\left[\Psi(x_{1}',y_{1}',x_{1},y_{1},z)+\Psi^{*}(x_{2}',y_{2}',x_{2},y_{2},z)\right]\right\rangle = \exp\left\{-\frac{1}{\rho_{0}^{2}}\left[(x_{1}'-x_{2}')^{2}+(y_{1}^{2}-y_{2}')^{2}\right]\right\}.$$
(6)

将(6)式代入(5)式可得

$$W(x_{1}, y_{1}, x_{2}, y_{2}, z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^{2} \iiint W(x'_{1}, y'_{1}, x'_{2}, y'_{2}, 0) \times \exp\left\{-\frac{ik}{2z}\left[(x_{1} - x'_{1})^{2} + (y_{1} - y'_{1})^{2}\right] + \frac{ik}{2z}\left[(x_{2} - x'_{2})^{2} - (y_{2} - y'_{2})^{2}\right]\right\} \times \exp\left\{-\frac{1}{\rho_{0}^{2}}\left[(x'_{1} - x'_{2})^{2} + (y'_{1} - y'_{2})^{2}\right]\right\} dx'_{1} dx'_{2} dy'_{1} dy'_{2},$$

$$(7)$$

0101005-2

式中 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 分别为接收平面处的任意两点, z 为传输距离, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长, $\rho_0 = (0.545C_n^2k^2z)^{-3/5}$ 为球面波在湍流介质中传输时的相干长度, C_n^2 为大气折射率结构常数。将(4)式代入(7)式可得

$$W(x_{1}, y_{1}, x_{2}, y_{2}, z) = I_{0}^{2} \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^{2} \exp\left[-\frac{ik}{2z}(x_{1}^{2} + y_{1}^{2} - x_{2}^{2} - y_{2}^{2})\right] \iiint \exp\left[-\alpha_{1}(x_{1}^{\prime 2} + y_{1}^{\prime 2})\right] \times \exp\left[-\alpha_{1}(x_{2}^{\prime \prime 2} + y_{2}^{\prime \prime 2})\right] \times \exp\left[\frac{ik}{z}(x_{1}x_{1}^{\prime} + y_{1}y_{1}^{\prime}) - \frac{ik}{z}(x_{2}x_{2}^{\prime} + y_{2}y_{2}^{\prime})\right] \times \left[\frac{(x_{1}^{\prime} - d + iy_{1}^{\prime})(x_{2}^{\prime} - d - iy_{2}^{\prime})}{\omega^{2}}\right]^{n} dx_{1}^{\prime} dx_{2}^{\prime} dy_{1}^{\prime} dy_{2}^{\prime}, \qquad (8)$$

式中

$$\alpha_1 = \frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\rho_0^2} + \frac{ik}{2z},$$
(9)

$$\alpha_{2} = \frac{1}{\omega^{2}} + \frac{1}{\sigma^{2}} + \frac{1}{\rho_{0}^{2}} - \frac{ik}{2z} \,. \tag{10}$$

光强分布的表达式为 $I(x,y,z) = W(x_1 = x_2, y_1 = y_2, z)$, 令 $x_1 = x_2 = x, y_1 = y_2 = y$, 可得部分相干离 轴拉盖尔-高斯涡旋光束通过大气湍流传输后的光强表达式为

$$I(x,y,z) = I_0^2 \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iiint \exp\left[-\alpha_1 (x_1'^2 + y_1'^2)\right] \times \exp\left[-\alpha_2 (x_2'^2 + y_2'^2)\right] \times \exp\left[\frac{ik}{z} (xx_1' + yy_1') - \frac{ik}{z} (xx_2' + yy_2')\right] \times \left[\frac{(x_1' - d + iy_1') (x_2' - d - iy_2')}{\omega^2}\right]^n dx_1' dx_2' dy_1' dy_2'.$$
(11)

令
$$x'_1 = u + \frac{kx}{2\alpha_1^2 z}$$
, $y'_1 = v + \frac{ky}{2\alpha_1^2 z}$, $x'_2 = u - \frac{kx}{2\alpha_2^2 z}$, $y'_2 = v - \frac{ky}{2\alpha_2^2 z}$, 采用积分变换对(11)式进行积分求解,可得

$$I(x, y, z) = \left(\frac{1_{0}\kappa}{2\pi z\omega^{n}}\right) \exp\left[-\frac{\kappa}{4\alpha_{1}^{2}z^{2}}\right] \exp\left[-\frac{\kappa}{4\alpha_{2}^{2}z^{2}}\right] \int \exp\left[-\alpha_{1}^{2}\left(u^{2}+v^{2}\right)\right] \times \exp\left[-\alpha_{2}^{2}\left(u^{2}+v^{2}\right)\right] \left[u+iv-\frac{k\left(y-ix\right)}{2\alpha_{1}^{2}z}-d\right]^{n} \left[u-iv-\frac{k\left(y+ix\right)}{2\alpha_{2}^{2}z}-d\right]^{n} du dv,$$
(12)

对(12)式进行积分求解,可得

$$I(x,y,z) = I_0^2 \left(\frac{k^2}{4z^2\beta_1^2 + k^2}\right)^{n+1} \exp\left[-\frac{2k^2\beta_1(x^2 + y^2)}{4z^2\beta_2 + k^2}\right] = \exp\left[-\frac{2(x^2 + y^2)}{(1 + \beta_2^2)\beta_1^2}\right] \left[\frac{(x-d)^2 + (y-\beta_2 d)^2}{\omega^2}\right]^n,$$
(13)

式中

$$\beta_1 = \frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\rho_0^2}, \qquad (14)$$

$$\beta_2 = \frac{2z}{k} \beta_1 \,. \tag{15}$$

3 数值计算分析

不同离轴距离下部分相干离轴涡旋光束的光强分布如图 1 所示。计算参数为:常量 I_0 =1,波长 λ = 632.8 nm,传输距离 z=1 m,束腰宽度 ω =0.25 nm,相干长度 σ =0.03 nm,拓扑荷数 n=1,大气折射率结 构常数 C_n^2 =1.7×10⁻¹⁴ m^{-2/3}。对(13)式求偏导,存在一个极小值点(d, $\beta_2 d$),即为光斑暗核的位置坐标。 图 1(a)中离轴距离为零,暗核位于坐标原点,没有发生偏移,光强分布关于坐标原点对称,此时涡旋光束为 理想涡旋光束;图 1(b)中离轴距离为 0.02 nm,暗核发生移动,位置坐标为(0.02,0.0454),光强分布不再对 称,暗核所在的区域光强较弱;图 1(c)中离轴距离为 0.05 nm,暗核移动更加明显,位置坐标为 (0.05,0.1135),光强分布的不对称性更加明显;图 1(d)中离轴距离为-0.02 nm,暗核的位置坐标为 (-0.02,-0.0454),与图 1(b)的暗核位置和光强分布关于原点对称。可见光束在大气湍流中传输时,离轴 距离越大,暗核移动的距离越长,光强分布的不对称性越明显,而离轴距离的正负号决定了暗核移动的方向 和光强集中区域的方向。





(a) d=0 mm; (b) d=0.02 mm; (c) d=0.05 mm; (d) d=-0.02 mm
Fig. 1 Intensity distribution of partially coherent off-axis vortex beam with different off-axial distances.
(a) d=0 mm; (b) d=0.02 mm; (c) d=0.05 mm; (d) d=-0.02 mm

不同拓扑荷数下部分相干离轴涡旋光束传输时的光强分布如图 2 所示。计算参数为:常量 I_0 =1,波长 λ =632.8 nm,传输距离 z=1 m,束腰宽度 ω =0.25 nm,相干长度 σ =0.03 nm,离轴距离 d=0.02 nm,大气 折射率结构常数 C_n^2 =1.7×10⁻¹⁴ m^{-2/3}。图 2(a)中拓扑荷数为零,此时光束不具有奇异性,中心光强不存在 暗核,光强呈高斯型分布;图 2(b)中拓扑荷数 n=1,光强分布出现暗核,暗核的位置坐标为(0.02,0.0454); 图 2(c)中拓扑荷数 n=2,空心区域增大,光斑展宽,但暗核的位置没有发生改变;图 2(d)中拓扑荷数 n=3, 空心区域继续增大,光斑展宽更明显,暗核的位置也没有发生改变。可见光束在大气湍流中传输时,拓扑荷 数越大,空心区域越大,光斑展宽越严重,但拓扑荷数的大小不会改变暗核的位置。





图 3 为不同相干长度下部分相干离轴涡旋光束传输时的光强分布。计算参数为:常量 I_0 =1,波长 λ = 632.8 nm,传输距离 z=1 m,束腰宽度 ω =0.25 mm,拓扑荷数 n=1,离轴距离 d=0.02 mm,大气折射率结构常数 C_n^2 =1.7×10⁻¹⁴ m^{-2/3}。图 3(a)中相干长度为 0.022 mm,暗核发生移动,位置坐标为(0.02,0.0839); 图 3(b)中相干长度为 0.025 mm,暗核的位置坐标为(0.02,0.0651),相比图 3(a),光强分布的不对称性减弱, 光斑展宽更明显;图 3(c)中相干长度为 0.03 mm,暗核的位置坐标为(0.02,0.0454),相比图 3(b),光强分布 的不对称性继续减弱,光斑展宽也更明显;图 3(d)中相干长度为 0.035 mm,暗核的位置坐标为(0.02, 0.0335),此时,光强分布的不对称性最弱,离轴涡旋光束的光强分布最接近理想涡旋光束的光强分布,光斑







展宽最严重。可见光束在大气湍流中传输时,相干长度越大,暗核向上移动的距离越短,光强分布的不对称 性越弱,但光斑展宽越严重。根据以上仿真结果,在实际应用中需要综合考虑相干长度对光强分布的影响, 适当地选取相干长度的值,一方面能够减弱光斑展宽,另一方面能使光束的暗核移动距离减小,使离轴涡旋 光束的光强分布接近理想涡旋光束的光强分布。

图 4 为不同束腰宽度下部分相干离轴涡旋光束传输时的光强分布。计算参数为:常量 I_0 =1,波长 λ = 632.8 nm,传输距离 z=1 m,相干长度 σ =0.03 mm,拓扑荷数 n=1,离轴距离 d=0.02 mm,大气折射率结构常数 C_n^2 =1.7×10⁻¹⁴ m^{-2/3}。图 4(a)~(d)中暗核的位置坐标依次为(0.02,0.0776),(0.02,0.0609),(0.02,0.0511),(0.02,0.0448)。可知光束在大气湍流中传输时,光束束腰宽度越大,暗核向上移动的距离越短,光强分布的不对称性越弱,但光斑展宽越严重。



图 4 不同束腰宽度下部分相干离轴涡旋光束的光强分布。

(a) $\omega = 0.035 \text{ mm}$; (b) $\omega = 0.05 \text{ mm}$; (c) $\omega = 0.08 \text{ mm}$; (d) $\omega = 3 \text{ mm}$

Fig. 4 Intensity distribution of partially coherent off-axis vortex beam with different waist widths.

(a) $\omega = 0.035$ mm; (b) $\omega = 0.05$ mm; (c) $\omega = 0.08$ mm; (d) $\omega = 3$ mm

图 5 为不同传输距离下部分相干离轴涡旋光束传输时的光强分布。计算参数为:常量 I_0 =1,波长 λ = 632.8 nm,束腰宽度 ω =0.25 nm,相干长度 σ =0.03 nm,拓扑荷数 n=1,离轴距离 d=0.02 nm,大气折射 率结构常数 C_n^2 =1.7×10⁻¹⁴ m^{-2/3}。可以看出,随着传输距离的增加光强分布的不对称性更为明显,光斑展 宽更严重。图 5(a)~(d)中暗核的位置坐标依次为(0.02,0.0136),(0.02,0.0400),(0.02,0.0710),(0.02, 0.0902)。当光束从 0.3 m 传输到 3 m 时,暗核向上移动了0.0766 nm,若传输距离达到 3000 m,则暗核将向 上移动 76.6 nm。由此可见,光束在大气湍流中传输时传输距离越长,暗核向上移动的距离越长。

图6为不同湍流强度下部分相干离轴涡旋光束传输时的光强分布,其中图6(a)是光束在自由空间中的











传输情况。计算参数为:常量 I_0 =1,波长 λ =632.8 nm,传输距离 z=1 m,束腰宽度 ω =0.1 mm,拓扑荷数 n=1,相干长度 σ =0.025 mm,离轴距离 d=0.01 mm。可以看出,随着湍流强度的增加光强分布的不对称 性越明显,光斑展宽越严重。图 6(a)~(d)中暗核的位置坐标依次为(0.01,0.0342),(0.01,0.0415),(0.01, 0.0519),(0.01,0.0656)。对比图 6(a)和图 6(b)可以看出,相比光束在自由空间中的传输,当 C_n^2 =1.7× 10⁻¹⁷ m^{-2/3}时光斑扩展不明显,暗核移动的距离较短,可见弱湍流对光束光强分布的影响较小;对比图 6(a) 和图 6(d)可以看出,相比光束在自由空间中的传输,当 C_n^2 =1.7×10⁻¹³ m^{-2/3}时光斑展宽最明显,暗核移动的距离最大,可见强湍流对光束光强分布的影响明显。

4 结 论

以离轴拉盖尔-高斯涡旋光束为研究对象,推导了部分相干离轴涡旋光束在大气湍流中传输时的光强表 达式,仿真分析了各个参数对部分相干离轴涡旋光束光强分布的影响。结果表明:1) 拓扑荷数的大小不会 改变暗核的位置,拓扑荷数越大,空心区域越大,光斑展宽越明显;2) 离轴距离的正负号决定了暗核移动的 方向和光强集中区域的方向,离轴距离越大,暗核移动的距离越长,光强分布的不对称性越明显;3) 湍流强 度越大,对光束光强分布的影响越严重;4) 相干长度越大,光束束腰宽度越大,暗核向上移动的距离越短,光 强分布的不对称性越弱,光斑展宽越严重;传输距离越大,湍流强度越大,暗核向上移动的距离越长,光强分 布的不对称性越明显,光斑展宽越严重。通过研究部分相干离轴涡旋光束在大气湍流中的传输特性,可以根 据各个参数对光强分布的影响选取适当的参数值,得到最优的光束,这在实际应用中具有一定的指导作用。

参考文献

- Lu Xuanhui, Huang Huiqin, Zhao Chengliang, et al. Optical vortex beams and optical vortices [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2008, 45(1): 50-56.
 - 陆璇辉, 黄慧琴, 赵承良, 等. 涡旋光束和光学涡旋[J]. 激光与光电子学进展, 2008, 45(1): 50-56.
- [2] Gahagan K T, Swartzlander G A. Optical vortex trapping of particles [J]. Optics Letters, 1996, 21(11): 827-829.
- [3] Curtis J E, Koss B A, Grier D G. Dynamic holographic optical tweezers [J]. Optics Communications, 2002, 207(1): 169-175.
- [4] Gbur G, Visser T D. Phase singularities and coherence vortices in linear optical systems[J]. Optics Communications, 2006, 259(2): 428-435.
- [5] Mari E, Tamburini F, Swartzlander G A, et al. Sub-Rayleigh optical vortex coronagraphy[J]. Optics Express, 2012, 20(3): 2445-2451.
- [6] Li Yang, Zhu Zhuqing, Wang Xiaolei, et al. Propagation evolution of the off-axis ellipse vector beam[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(2): 024204.
 - 李杨,朱竹青,王晓雷,等.离轴椭圆矢量光场传输中的光斑演变[J].物理学报,2015,64(2):024204.
- [7] Ahluwalia B P S, Yuan X C, Tao S H. Evolution of composite off-axis vortexes embedded in the propagation-invariant beams[J]. Optics Communications, 2005, 247(1): 1-9.
- [8] Liu P S, Lü B D. Propagation of Gaussian background vortex beam diffracted at a half-plane screen[J]. Optics & Laser Technology, 2008, 40(2): 227-234.
- [9] Wang Haiyan, Li Xiangyin. Propagation of decentered twist anisotropic Gaussian-Schell mode beam in turbulent atmosphere[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2009, 33(2): 199-203. 王海燕,李相银. 离轴扭曲各向异性高斯-谢尔模型光束在湍流大气中的传播[J]. 南京理工大学学报, 2009, 33(2): 199-203.
- [10] Xing Yan, Lü Baida. Propagation of off-axis Gaussian-Schell mode electromagnetic beams beyond the paraxial approximation[J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(3): 726-732.

邢 燕, 吕百达. 离轴高斯-谢尔模型电磁光束的非傍轴传输[J]. 中国激光, 2010, 37(3): 726-732.

[11] Ding Panfeng, Pu Jixiong. Change of the off-center Laguerre-Gaussian vortex beam while propagation[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(6): 064103.

丁攀峰, 蒲继雄. 离轴拉盖尔-高斯涡旋光束传输中的光斑演变[J]. 物理学报, 2012, 61(6): 064103.

[12] Ding Panfeng, Pu Jixiong. Research on orbital angular momentum of off axial Gaussian vortex beams [J]. Science China: Physics, Mechanics & Astronomy, 2014, 44(5): 449-456. 丁攀峰, 蒲继雄. 离轴高斯涡旋光束的轨道角动量研究[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2014, 44(5): 449-456.

[13] Wang Hui, Ding Panfeng, Pu Jixiong. Tight focusing properties of off-center Gaussian vortex beams[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(21): 214202.

王 慧,丁攀峰,蒲继雄.离轴高斯涡旋光束的深聚焦特性[J].物理学报,2014,63(21):214202.

- [14] Feng Jiawen, Zhu Zhengtian, Zhao Qi, *et al.* Effect of off-axis parameter and propagation distance on the propagation properties of off-axis vortex beams[J]. Highlights of Sciencepaper Online, 2015, 8(15): 1581-1586.
 冯嘉文,朱正天,赵 琦,等. 离轴参量及传输距离对离轴涡旋光束传输特性的影响[J]. 中国科技论文在线精品论 文, 2015, 8(15): 1581-1586.
- [15] Zhang Mingming, Zhao Qi, Xin Yu, et al. Change of off-center elliptical vortex beam during propagating [EB/OL].
 Beijing: Sciencepaper Online. (2013-11-20) [2016-06-30]. http://www.paper.edu.cn/releasepaper/content/201311-378.
 光明明 表 英 處 處 資始期團溫旋火車佳鯰は租口的火斑滾亦「EP/OL] 北京, 中国利持公式在後 (2012)

张明明,赵 琦,辛 煜,等.离轴椭圆涡旋光束传输过程中的光斑演变[EB/OL].北京:中国科技论文在线.(2013-11-20)[2016-06-30].http://www.paper.edu.cn/releasepaper/content/201311-378.

[16] Chen Shunyi, Ding Panfeng, Pu Jixiong. Off axial radially polarized beam and its propagation characteristics [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(20): 204201.

陈顺意,丁攀峰,蒲继雄.离轴径向偏振光束及其传输特性[J].物理学报,2015,64(20):204201.

- [17] Cang Ji, Zhang Yixin, Xu Jiancai. Intensity distribution of focused hollow vortex beams with a Gaussian background in turbulent atmosphere[J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(8): 2122-2125.
 仓 吉,张逸新,徐建才.大气湍流中高斯空心涡旋光束的焦面光强分布[J].光子学报, 2009, 38(8): 2122-2125.
- [18] Cheng Ke, Zhang Hongrun, Lü Baida. Coherence vortex properties of partially coherent vortex beams[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(1): 246-255.

程 科,张洪润,吕百达.部分相干涡旋光束形成的相干涡旋特性研究[J].物理学报,2010,59(1):246-255.

[19] Fu Wenyu, Li Gaoqing, Liu Xiaojun. Propagation of partially coherent vortex beams in the turbulent atmosphere[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(11): 2958-2962.
 付文羽,李高清,刘小军.部分相干涡旋光束在大气湍流中的远场传输特性[J].光学学报, 2009, 29(11): 2958-

· 竹又羽, 字尚有, 刈小牛. 部分相干两旋元果在入气而流甲的边吻传抽特性[J]. 元字字 报, 2009, 29(11): 2958-2962.