

两种模拟水云对偏振激光雷达退偏振的 蒙特卡罗方法研究

孙贤明, 王海华, 申 晋

山东理工大学电气与电子工程学院, 山东 淄博 255049

摘要 激光雷达探测水云时, 多次散射会使雷达回波产生退偏振效应, 云层对激光的退偏振比与云层微物理特性信息含有特定的关系, 利用这种关系可以反演云层的微物理特性, 但是这种关系需要利用理论模拟进行研究和探索, 理论模拟激光雷达退偏振效应的方法主要是蒙特卡罗方法。给出了两种不同思路的蒙特卡罗模拟方法: 一是通过跟踪光子在每一次散射后, 由光子方向矢量和 Z 轴构成的子午面来模拟, 光子相对于子午面的偏振状态由斯托克斯参量表示; 二是将光子的偏振状态用一个三元单位矢量组来表示, 每次散射后, 根据统计抽样得到的散射角和方位角对其进行旋转, 从而跟踪光子偏振态的变化。给出了详细的模拟过程, 并利用两种方法分别计算了水云的退偏振比, 模拟结果显示这两种方法得出的结果完全一致。

关键词 大气光学; 激光雷达; 水云; 偏振; 蒙特卡罗方法; 多次散射

中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201737.0101002

Study on Two Monte Carlo Simulation Programs of Polarization Lidar Depolarization by Water Cloud

Sun Xianming, Wang Haihua, Shen Jin

School of Electrical and Electronic Engineering, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong 255049, China

Abstract The lidar returns exist a depolarization signal in water clouds due to the occurrence of multiple scattering when detecting water clouds. There exist some relationships between depolarization ratio and the microphysics characteristics of water clouds, and they can be used to retrieve the microphysics characteristics of water clouds. However, the relationships must be studied and explored by theoretical simulations. An important method used to simulate the lidar depolarization is Monte Carlo method. Two Monte Carlo simulation programs based on different ideas are given. The first approach is based on tracking the meridian plane described by the photon direction vector and the Z -axis after each scattering step, and the polarization relative to the new meridian plane is described by the Stokes vector. The second approach is based on the following idea, the polarization state of the photon is described by a triplet of unit vectors rotated by an azimuth and scattering angle after each scattering step so as to track the polarization state change of the photon. A detailed simulation process is given for each approach, and the depolarization ratio for a type of water clouds is calculated using these two approaches. The simulation results show that the results calculated by the two Monte Carlo methods are in good agreement.

Key words atmospheric optics; lidar; water clouds; polarization; Monte Carlo method; multiple scattering

OCIS codes 010.3640; 010.1615; 010.5620

1 引 言

通常认为非球形粒子能够对后向散射光产生退偏振, 而球形粒子不会产生退偏振效应, 因此利用偏振激光雷达来探测退偏振比, 可以为区分云层的冰水相态提供可靠的信息^[1-2]。然而, 这种假设仅对单次散射为主导的情况有效, 当多次散射很强时, 球形水云滴也会产生退偏振信号, 将对云相态的区分产生混淆。另外,

收稿日期: 2016-06-01; **收到修改稿日期:** 2016-08-15

基金项目: 国家自然科学基金(61205191)、山东省自然科学基金(ZR2013FL023, ZR2014FL027)

作者简介: 孙贤明(1979—), 男, 博士, 副教授, 主要从事光散射和激光雷达遥感气溶胶特性方面的研究。

E-mail: xmsunsdut@163.com

在利用激光雷达探测云层时,由于雷达回波中含有多次散射信号,利用激光雷达探测数据和激光雷达方程对云层光学和微物理特性进行反演时,会引起较大误差。

蒙特卡罗方法已经广泛应用于大气辐射传输理论中,但是较少考虑偏振效应。Kattawar 等^[3]将蒙特卡罗方法应用于偏振光的多次散射研究中,并定义了偏振度的概念,随后很多研究者都对蒙特卡罗方法进行研究,由于蒙特卡罗方法具有很好的灵活性,这些研究涉及到了各个领域^[4-5],包括大气光学、海洋光学、生物医学等,研究的问题也从一维扩展到了三维。在传统的蒙特卡罗方法研究中,研究人员主要关心的是光子吸收、散射以及透射的随空间的分布,而激光雷达探测云层时,其测量的是雷达回波信号随时间的分布,这方面的理论研究也相对较少^[6-9],且在已有的研究中主要采用的是第一种方法,即通过跟踪全局坐标系下的光子传播方向和 Z 轴所构成的子午面来进行模拟^[10-11]。为了简便起见,将这种方法称为子午面蒙特卡罗方法,该方法需要对斯托克斯参量进行三次旋转,本文还给出另一种模拟方法,光子的偏振状态通过一个三元单位矢量来表示并被跟踪,光子在每次散射时,三元单位矢量组需要根据欧拉角进行旋转,为方便起见,将这种方法称为欧拉角蒙特卡罗方法,相比于第一种方法,第二种方法可对斯托克斯参量少进行一次旋转。

另外,传统的蒙特卡罗方法通过记录散射进激光雷达接收器的光子信息来进行模拟,但是由于激光雷达的接收视场角很小,因此这种方法非常费时,且低效,本文介绍了半解析蒙特卡罗方法与两种模拟方法的结合。

2 理 论

光的偏振特性通常由斯托克斯参量来表示,即 $\mathbf{S} = (I \ Q \ U \ V)^T$, 其中 T 代表转置,在进行蒙特卡罗模拟之前,需要对光子信息进行初始化,包括入射的角度、入射点的位置、入射方向余弦以及光子的初始偏振状态。本文假设入射方向垂直于 XY 平面,沿着 Z 轴方向,因此其方向余弦为 $[u_x \ u_y \ u_z] = (0 \ 0 \ 1)$ 。

对于子午面蒙特卡罗方法,假设光子入射点位于坐标原点,光的初始偏振状态相对于 XZ 平面,即方位角 $\phi = 0$ 的子午面,根斯托克斯参量的定义,若光的初始偏振状态为平行于 XZ 平面的线性偏振光,则 $\mathbf{S} = (1 \ 1 \ 0 \ 0)^T$ 。

对于欧拉角蒙特卡罗方法,由于光子的偏振状态可由垂直于传播方向平面上的两个垂直分量来表示,因此可以利用三个互相垂直的单位矢量构成斯托克斯参量的参考坐标系,并据此来表征其偏振状态,三个单位矢量定义为 $\mathbf{v} = [v_x, v_y, v_z] = [0, 1, 0]$, $\mathbf{w} = [w_x, w_y, w_z] = [1, 0, 0]$, $\mathbf{u} = [u_x, u_y, u_z] = [0, 0, 1]$, 其中 \mathbf{u} 代表入射方向余弦,由于三个单位矢量互相垂直,因此可以仅利用两个单位矢量来跟踪斯托克斯参量参考坐标系。

光子状态初始化以后即开始随机游走,随机游走主要由三个参数进行控制:1) 随机游走的距离;2) 与介质中的粒子碰撞后的散射角度;3) 散射后光子的偏振状态变化,即斯托克斯参量的变化。分别对这三个步骤进行介绍。

1) 光子随机游走的距离由媒质对光的消光系数决定,即

$$\Delta l = -\frac{\ln \xi}{\sigma_{\text{ext}}}, \quad (1)$$

式中 ξ 为 $[0, 1]$ 直接的均匀随机数, σ_{ext} 为消光系数。

光子每游走一步,光子在坐标系中的位置就需要升级一次,即

$$x' = x + u_x \cdot \Delta l, \quad (2)$$

$$y' = y + u_y \cdot \Delta l, \quad (3)$$

$$z' = z + u_z \cdot \Delta l. \quad (4)$$

2) 光子与媒质中的颗粒碰撞后,其散射方向需要由散射角 α 和 β 决定,如图 1 所示,这两个角度由拒绝性方法^[12]通过对相函数进行抽样来确定,对于斯托克斯参量为 $\mathbf{S}_0 = (I_0 \ Q_0 \ U_0 \ V_0)^T$ 的入射光,相函数为

$$P(\alpha, \beta) = s_{11}(\alpha) I_0 + s_{12}(\alpha) [Q_0 \cos(2\beta) + U_0 \sin(2\beta)], \quad (5)$$

式中元素 $s_{11}(\alpha)$ 和 $s_{12}(\alpha)$ 为单次散射相矩阵 $\mathbf{M}(\alpha)$ 中的元素,对于球形粒子只有 4 个不相关元素,即

再进行了两次旋转以后,新的斯托克斯参量形式为

$$\mathbf{S}_{\text{new}} = \mathbf{R}(-\gamma)\mathbf{M}(\alpha)\mathbf{R}(\beta)\mathbf{S}_0. \quad (15)$$

与子午面蒙特卡罗方法相比,欧拉角蒙特卡罗方法少一次旋转,即仅需要第一次旋转,将斯托克斯参量旋转到散射平面完成散射过程,即

$$\mathbf{S}_{\text{new}} = \mathbf{M}(\alpha)\mathbf{R}(\beta)\mathbf{S}_0. \quad (16)$$

如前所述,斯托克斯参量的参考坐标系由两个单位矢量 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 来定义,光子在与粒子碰撞后, \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 需要根据散射角 α 和 β 进行旋转。假设矢量 \mathbf{p} 绕着单位矢量 \mathbf{k} 进行角度为 θ 的旋转,则旋转矩阵为

$$\mathbf{R}_{\text{euler}}(\mathbf{k}, \theta) = \begin{bmatrix} k_x k_x v + c & k_y k_x v - k_z s & k_z k_x v + k_y s \\ k_x k_y v + k_z s & k_y k_y v + c & k_y k_z v - k_x s \\ k_x k_z v - k_y s & k_y k_z v + k_x s & k_z k_z v + c \end{bmatrix}, \quad (17)$$

式中 $c = \cos \theta$, $s = \sin \theta$, $v = 1 - \cos \theta$ 。对于单位矢量 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 的旋转,需要按照如下顺序:首先以矢量 \mathbf{u} 为轴,将矢量 \mathbf{v} 旋转 β 角度,即将矢量 \mathbf{v} 乘以 $\mathbf{R}_{\text{euler}}(\mathbf{u}, \beta)$,在这个过程中保持 \mathbf{u} 不变;然后将矢量 \mathbf{u} 绕着新生成的矢量 \mathbf{v} 旋转角度 α ,即对矢量 \mathbf{u} 乘以 $\mathbf{R}_{\text{euler}}(\mathbf{v}, \alpha)$ 。

4) 光子从媒质边界逃出并被探测器捕获之前仍然需要一次旋转,即将其偏振状态旋转至探测器所在的子午面。

对于子午面蒙特卡罗方法,旋转角为

$$\varphi = \arctan\left(\frac{u_y}{u_x}\right). \quad (18)$$

因此斯托克斯参量在被探测到之前,需要再乘以旋转矩阵 $\mathbf{R}(\varphi)$ 。

对于欧拉角蒙特卡罗方法,则需要进行两次旋转,第一次旋转需要将斯托克斯参量旋转到子午面上,假设旋转角度为 χ ,其值为 $\chi = \arctan\left(\frac{v_z}{-w_z}\right)$,当 $v_z = 0, u_z = 0$ 时, $\chi = 0$,其中 w_z 由矢量 $\mathbf{w} = \mathbf{v} \times \mathbf{u}$ 给出。

经过此次旋转以后,电场的平行分量就在子午面内了,即 $v_z = 0$,如图 2 所示,平面 wOu 也在子午面内。

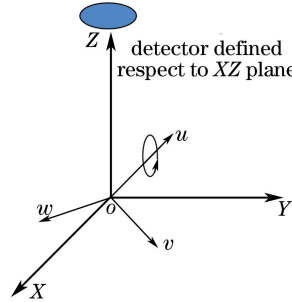


图 2 围绕 u 轴旋转角度 χ ,旋转后将使 wOu 平面位于子午面

Fig. 2 Rotation about u axis of an angle χ , and bring the plane wOu in a meridian plane

然后再经过第二次旋转,将光子所在的子午面旋转至探测器所在平面,即围绕 Z 轴进行旋转,旋转角度和(18)式中的 ϕ 相同。

在对云层进行模拟时,由于激光雷达的视场角很小,因此如果按照上述方法,很难捕捉到后向散射进探测器的光子,采用半解析的方法进行研究,即在光子与云滴每次碰撞时,都将有一部分能量按照一定的比例被散射进探测器。每次散射进探测器的能量比例按照抽样获得,假设一个光子的能量为 1,则直接被散射进雷达接收器的光子能量概率为^[15]

$$P_{\text{prob}} = \begin{cases} (-\hat{\mathbf{n}}_r \cdot \hat{\mathbf{n}}_{\text{cr}}) \frac{A}{\pi L^2} P(t, \mathbf{R}_c; \hat{\mathbf{n}}_c, \hat{\mathbf{n}}_{\text{cr}}) \times \exp\left[-\int_0^L \sigma_{\text{ext}}(t, \mathbf{R}_r - x\hat{\mathbf{n}}_{\text{cr}}) dx\right], & \text{if } (-\hat{\mathbf{n}}_r \cdot \hat{\mathbf{n}}_{\text{cr}}) \geq \cos \Theta \\ 0 & \text{if } (-\hat{\mathbf{n}}_r \cdot \hat{\mathbf{n}}_{\text{cr}}) < \cos \Theta \end{cases}, \quad (19)$$

式中 \mathbf{R}_r 为接收器的位置矢量, \mathbf{R}_c 为碰撞点位置矢量, $\hat{\mathbf{n}}_r$ 为垂直于接收器孔径的单位矢量, $\hat{\mathbf{n}}_{cr}$ 为碰撞点指向接收器的单位矢量 $\hat{\mathbf{n}}_{cr} = (\mathbf{R}_r - \mathbf{R}_c) / |\mathbf{R}_r - \mathbf{R}_c|$, $\hat{\mathbf{n}}_c$ 为碰撞前光子的传播方向, A 为接收器孔径面积, L 为碰撞点和接收器之间的距离, $L = |\mathbf{R}_r - \mathbf{R}_c|$, Θ 为接收视场半角, P 为单次散射相函数。

综上所述,子午面蒙特卡罗方法需要在每一步碰撞过程中进行两次旋转,而欧拉角蒙特卡罗方法则需要一次旋转;若利用传统的蒙特卡罗方法进行模拟,即当光子在云层中传输时,直到从云层后向逃逸出才被探测器探测,没有逃逸出则一直在云层中散射,直到其能量低于生存阈值,显然这种情况下欧拉角蒙特卡罗方法效率更高,因为光子在云层中传输时每次碰撞都比子午面蒙特卡罗方法少一次旋转;但当采用半解析蒙特卡罗方法时,由于每次碰撞后都有一部分能量进入探测器,而在进入探测器之前需要进行旋转,从而使光子的偏振状态旋转到探测器所在的子午面,此时子午面蒙特卡罗方法需要进行一次旋转,而欧拉角蒙特卡罗方法需要进行两次旋转,因此两者的效率将相同。

3 模拟结果

利用两种方法分别对激光雷达探测水云进行了模拟。偏振激光雷达两个通道分别接收水平偏振光和垂直偏振光,利用斯托克斯参量定义的退偏振比为

$$\delta = \frac{I_r - Q_r}{I_r + Q_r} \times 100\%, \quad (20)$$

式中 I 和 Q 分别为斯托克斯参量的前两项,分别代表水平线极化和垂直线极化的和,以及水平线极化和垂直线极化的差。

假设水云的尺寸分布服从伽马分布,即

$$f(r) = c_{\text{norm}} \times r^{(1-3b)/b} \exp(-r/ab), \quad (21)$$

式中 c_{norm} 为归一化常数, r 为球形煤粉粒子的半径, Hansen 等^[16] 研究发现具有相同有效半径不同尺寸分布的离散随机分布颗粒系具有相近的散射特性,有效半径和方差定义为

$$r_{\text{ef}} = \frac{\int_0^\infty r \pi r^2 n(r) dr}{\int_0^\infty \pi r^2 n(r) dr}, \quad (22)$$

$$v_{\text{ef}} = \frac{\int_0^\infty (r - r_{\text{ef}})^2 \pi r^2 n(r) dr}{r_{\text{ef}}^2 \int_0^\infty \pi r^2 n(r) dr}. \quad (23)$$

对于伽马分布, $a = r_{\text{ef}}$, $b = v_{\text{ef}}$, 假设云层的球形云滴有效半径为 $6 \mu\text{m}$, 有效方差为 $1/9$, 云层的数密度为 100 cm^{-3} , 根据米氏理论可以得到其消光系数为 0.01638 m^{-1} , 假设云层的穿透深度为 200 m , 则云层光学厚度为 $\tau = 3.276$, 激光雷达视场角(FOV)分别为 $1, 3, 5, 10 \text{ mrad}$, 根据仿真结果, 两种方法得到的结果完全一致。从图 3 中可以看出, 随着视场角的增大, 激光雷达的退偏振比也随之增大, 这是因为接收视场角越大, 经过多次散射而进入接收器的光子越多; 另外随着穿透深度的增加, 退偏振比也在增大, 这也是多次散射引起的。

图 4 给出了视场角为 5 mrad 的激光雷达探测水云时的雷达退偏比随穿透深度的变化, 云层的特性与图 3 相同, 假设云层中云滴的数密度分别为 100 cm^{-3} 和 150 cm^{-3} , 因此其消光系数放大了 1.5 倍, 从图 4 中可以看出, 由于云滴的浓度增大, 多次散射也随之增强, 从而造成退偏振比更大。

4 结 论

给出了两种用于模拟激光雷达探测水云退偏振特性的蒙特卡罗方法, 两种方法都是通过跟踪光子在云层中传输时的偏振状态, 但是模拟的思路和具体步骤不同: 一种是利用三个互相垂直的单位矢量来表示光子的偏振坐标系, 并对其进行跟踪; 另一种是通过跟踪光子在每一次散射后斯托克斯参量所处的子午面来模拟。若采用传统的蒙特卡罗方法, 即光子随机游走直至被散射进探测器, 欧拉角蒙特卡罗方法效率更高, 若采用半解析蒙特卡罗方法则两种方法的效率相同, 通过计算结果来看, 两种方法的计算精度完全相同。

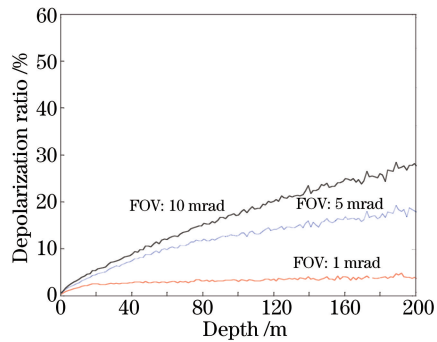


图 3 水云雷达退偏振比随穿透深度和视场角的变化曲线
Fig. 3 Linear lidar depolarization ratio versus depth of penetration and field angle

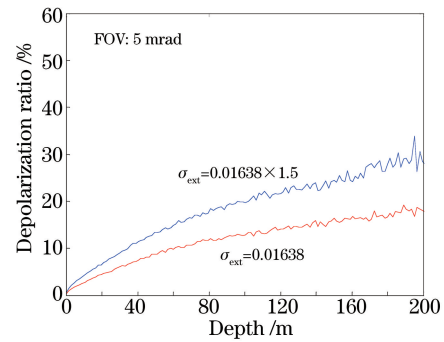


图 4 水云雷达退偏振比随穿透深度和消光系数的变化曲线
Fig. 4 Linear lidar depolarization ratio versus depth of penetration and extinction coefficient

参 考 文 献

- [1] Hu Y X, Yang P, Lin B, *et al.* Discriminating between spherical and non-spherical scatterers with lidar using circular polarization: A theoretical study[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2003, 79: 757-764.
- [2] Hu Y X, Winker D, Yang P, *et al.* Identification of cloud phase from PICASSO-CENA lidar depolarization: A multiple scattering sensitivity study[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2001, 70(4-6): 569-579.
- [3] Kattawar G W, Plass G N. Radiance and polarization of multiple scattered light from haze and clouds[J]. *Applied Optics*, 1968, 7(8): 1519-1527.
- [4] Wang L H, Jacques S L, Zheng L Q. MCML-Monte Carlo modeling of light transport in multilayered tissues[J]. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 1995, 47(2): 131-146.
- [5] Liu Dong, Qi Fudi, Jin Chuanjia, *et al.* Polarization lidar observations of cirrus clouds and Asian dust aerosols over Hefei[J]. *Chinese Journal of Atmosphere Science*, 2003, 27(6): 1093-1100.
刘 东, 戚福弟, 金传佳, 等. 合肥上空卷云和沙尘气溶胶退偏振比的激光雷达探测[J]. *大气科学*, 2003, 27(6): 1093-1100.
- [6] Liu Cong, Su Lin, Zhang Chaoyang, *et al.* Comparative analysis of vertical distribution of aerosols by using spaceborne lidar[J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(4): 0413001.
刘 聪, 苏 林, 张朝阳, 等. 星载激光雷达对气溶胶垂直分布的对比分析[J]. *中国激光*, 2015, 42(4): 0413001.
- [7] Donovan D P, Apituley A. Practical depolarization-ratio-based inversion procedure: Lidar measurements of the Eyjafjallajökull ash cloud over the Netherlands[J]. *Applied Optics*, 2013, 52(11): 2394-2415.
- [8] Kim D, Lee J. Measuring cloud droplet effective radius and liquid water content using changes in degree of linear polarization along cloud depth[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(12): 3378-3381.
- [9] Liu D, Wang Z, Liu Z, *et al.* A height resolved global view of dust aerosols from the first year CALIPSO lidar measurements[J]. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 2008, 113(D16): D16214.
- [10] Sun Xianming, Xiao Sai, Wan Long, *et al.* Monte Carlo simulation of polarization lidar multiple scattering by multi-layer discrete random media[J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(12): 1213001.
孙贤明, 肖 赛, 万 隆, 等. 蒙特卡罗方法模拟多层离散随机介质对偏振激光雷达的多次散射[J]. *中国激光*, 2015, 42(12): 1213001.
- [11] Sun Xianming, Xiao Sai, Wan Long, *et al.* Monte Carlo simulation of polarization lidar multiple scattering depolarization by water cloud[J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(11): 1113005.
孙贤明, 肖 赛, 万 隆, 等. 蒙特卡罗方法模拟水云对偏振激光雷达的多次散射去极化[J]. *中国激光*, 2015, 42(11): 1113005.
- [12] Raković M J, Kattawar G W, Mehrubeoglu M, *et al.* Light backscattering polarization patterns from turbid media: Theory and experiment[J]. *Applied Optics*, 1999, 38(15): 3399-3408.
- [13] Hovenier J W. Symmetry relationships for scattering of polarized light in a slab of randomly oriented particles[J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1969, 26(3): 488-499.
- [14] Ramella-Roman J, Prah S, Jacques S. Three Monte Carlo programs of polarized light transport into scattering media: Part I[J]. *Optics Express*, 2005, 13(12): 4420-4438.
- [15] Sassen K, Zhao H. Lidar multiple scattering in water droplet clouds: Toward an improved treatment[J]. *Optical Review*, 1995, 2(5): 394-400.
- [16] Hansen J E, Travis L D. Light scattering in planetary atmospheres[J]. *Space Science Reviews*, 1974, 16: 527-610.