

# 不对称双量子阱中电子布居转移的相干控制研究

汪利平 孟硕 谭凤玲 许飞\* 祁义红

华东理工大学理学院, 上海 200237

**摘要** 采用龙格-库塔算法对激光与半导体双量子阱系统相互作用的密度矩阵方程进行数值求解, 研究了不对称半导体双量子阱系统中电子布居转移的相干控制。研究表明, 调节激光场强和脉冲时间延迟可控制两个下能级间的粒子数转移; 利用激光场相对相位可精确地控制布居转移几率。这些结果在相干叠加态制备、量子纠缠和量子信息处理等领域具有潜在的应用价值。

**关键词** 量子光学; 布居转移; 量子阱; 受激拉曼绝热通道

**中图分类号** O431.2      **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201636.0927002

## Coherent Control of Population Transfer in Asymmetric Double Quantum Wells

Wang Liping Meng Shuo Tan Fengling Xu Fei Qi Yihong

School of Science, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China

**Abstract** By the Runge-Kutta algorithm, the density matrix equation, which describes the interaction between laser and quantum wells, is numerically solved and the coherent control of population transfer in asymmetric semiconductor double quantum wells is studied. It is shown that the population transfer between two lower states can be controlled by adjusting the laser intensity and time delay among laser pulses. The relative phase among laser fields can be used to exactly control the population transfer probability. These results have potential application value in the fields of coherent superposition state preparation, quantum entanglement, and quantum information processing, and so on.

**Key words** quantum optics; population transfer; quantum well; stimulated Raman adiabatic passage

**OCIS codes** 270.1670; 040.4200

## 1 引言

在过去几十年里, 原子、分子等量子系统中量子态间的相干布居转移得到了广泛的关注<sup>[1-8]</sup>。相干布居转移是利用合适的激光脉冲来操纵原子、分子, 使其从基态能级转移到特定的目标能级, 它的研究涉及多个能级之间的相干性质, 在激光功率提高、原子局域化、光频标、量子态制备等方面有着重要的应用<sup>[9-14]</sup>。

受激拉曼绝热通道(STIRAP)是研究有效布居转移常用技术之一<sup>[1-2]</sup>, 即利用两束激光分别耦合初态与中间态、中间态与末态。STIRAP技术可以实现多能级系统从初态到末态的完全布居转移, 在这个过程中量子系统只在暗态空间中演化, 即仅基态原子参与作用, 避免了中间态(或激发态)粒子自发辐射带来的不良影响<sup>[2]</sup>。STIRAP技术对于态之间的布居转移是非常有效的, 可应用于激光冷却、原子光学、量子计算等领域<sup>[15]</sup>。

半导体微结构材料具有电偶极矩大、体积小、便于集成、可应用于光电器件等特点, 如何将相干布居转移应用于半导体微纳结构引起了学者们的兴趣<sup>[3,16-20]</sup>。在半导体微纳结构中, 可以利用半导体量子阱中的隧穿效应来控制布居转移<sup>[3]</sup>。但是在包含封闭环形结构的量子系统中, 激光场的相对相位会对系统产生很大

收稿日期: 2016-04-12; 收到修改稿日期: 2016-05-13

基金项目: 上海市自然科学基金(13ZR1411700)、华东理工大学大学生创新项目(X14172)

作者简介: 汪利平(1993—), 女, 本科生, 主要从事半导体纳米微结构材料量子相干效应方面的研究。

E-mail: 774679630@qq.com

导师简介: 祁义红(1979—), 男, 博士, 讲师, 主要从事量子光学方面的研究。E-mail: qiyihong@ecust.edu.cn

\* 通信联系人。E-mail: xfei@ecust.edu.cn

影响,如 Joshi 等<sup>[18]</sup>关于量子阱的研究表明,电磁感应透明(EIT)依赖于相对相位。

本文设计了 n 型掺杂的不对称砷化镓/砷化镓铝(GaAs/AlGaAs)双量子阱结构,该结构包含 4 个能级,其中两个上能级由靠得很近的双重激发态构成。通过对描述光场与量子阱相互作用的密度矩阵元运动方程进行数值模拟,研究了激光场强度、相对相位和脉冲延迟时间对量子阱能级间电子布居转移几率的影响。

## 2 系统模型与计算方法

n 型掺杂不对称的砷化镓/砷化镓铝半导体双量子阱系统如图 1 所示,其中虚线表示各个能级,实线为相应的波函数。该双量子阱由一个厚度为 6.9 nm 的 GaAs 深阱和一个厚度为 8.3 nm 的 Al<sub>0.07</sub>Ga<sub>0.93</sub>As 浅阱组成,深阱和浅阱之间被一个厚度为 4.8 nm 的 Al<sub>0.32</sub>Ga<sub>0.68</sub>As 势垒分开。在深阱和 Al<sub>0.16</sub>Ga<sub>0.84</sub>As 连续带之间是一个厚度为 3.4 nm 的薄 Al<sub>0.32</sub>Ga<sub>0.68</sub>As 势垒。通过求解有效质量薛定谔方程<sup>[21]</sup>,得到量子阱基态能级|1>和|2>的能量分别为 51.53 meV 和 97.78 meV,上能级|3>和|4>的能量分别为 191.30 meV 和 203.06 meV。能级|1>到|4>和能级|1>到|3>的跃迁分别由拉比频率为 Ω<sub>1</sub>(振幅 E<sub>1</sub> 和中心频率 ω<sub>1</sub>)和 Ω<sub>2</sub>(振幅 E<sub>2</sub> 和中心频率 ω<sub>2</sub>)的抽运激光耦合。能级|2>到|3>和能级|2>到|4>分别由拉比频率为 Ω<sub>3</sub>(振幅 E<sub>3</sub> 和中心频率 ω<sub>3</sub>)和 Ω<sub>4</sub>(振幅 E<sub>4</sub> 和中心频率 ω<sub>4</sub>)的斯托克斯激光耦合。为简单起见,抽运光和斯托克斯脉冲包络均取高斯形式 Ω<sub>j</sub> = Ω<sub>j0</sub> exp [−(t − t<sub>j</sub>)<sup>2</sup> / τ<sub>j</sub><sup>2</sup>] (j = 1, 2, 3, 4), 其中 τ<sub>j</sub> 为脉冲宽度,t<sub>j</sub> 为脉冲的时间延迟,Ω<sub>j0</sub> 为脉冲的峰值振幅,t 为时间。

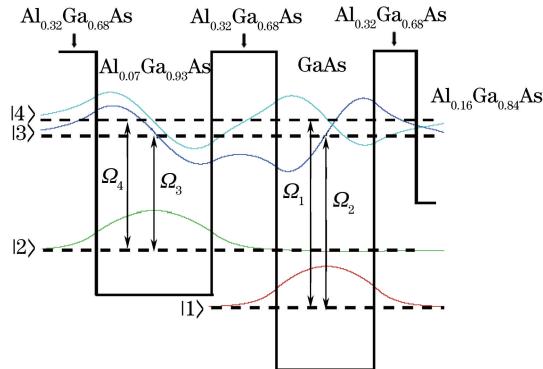


图 1 不对称双量子阱的能级结构

Fig. 1 Energy structures of asymmetrical double quantum wells

在该双量子阱系统中,直接的光学跃迁远远弱于间接跃迁,可忽略不计<sup>[16]</sup>。另外,考虑到当电子面密度小于 10<sup>12</sup> cm<sup>-2</sup>、且实际温度在 10 K 左右时,电子与电子之间的相互作用非常小,也可以忽略不计。因此,系统的总哈密顿量为  $H = H_0 + H_1$ ,其中  $H_0$  为自由哈密顿量, $H_1$  为相互作用哈密顿量。由于系统形成了一个封闭的环形结构,各跃迁通道之间的干涉使系统演化依赖于光场间的相对相位。利用旋转波近似,可将哈密顿量变换到相互作用表象下,得到量子阱与光场相互作用的哈密顿量:

$$H_{\text{int}} = -\hbar \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Omega_2 & \Omega_1 \\ 0 & \Delta_2 - \Delta_3 & \Omega_3 & \Omega_4 \exp(-i\phi) \\ \Omega_2 & \Omega_3 & \Delta_2 & 0 \\ \Omega_1 & \Omega_4 \exp(i\phi) & 0 & \Delta_1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中  $\Omega_1 = \mu_{14} E_1 / \hbar$ ,  $\Omega_2 = \mu_{13} E_2 / \hbar$ ,  $\Omega_3 = \mu_{23} E_3 / \hbar$ ,  $\Omega_4 = \mu_{24} E_4 / \hbar$  分别为第 j (j = 1, 2, 3, 4) 个激光场的拉比频率,  $\mu_{ij}$  为相应的跃迁偶极距,  $E_j$  为电场强度,  $\hbar$  为普朗克常数;  $\Delta_1 = \omega_1 - \omega_{41}$ ,  $\Delta_2 = \omega_2 - \omega_{31}$ ,  $\Delta_3 = \omega_3 - \omega_{32}$  分别为相应的激光场频率  $\omega_n$  (n = 1, 2, 3) 与共振跃迁频率  $\omega_{41}$ ,  $\omega_{31}$ ,  $\omega_{32}$  的失谐量,  $\omega_{ij} = \omega_i - \omega_j$  ( $i = 3, 4$ ;  $j = 1, 2$ ) 表示能级 |i> 和能级 |j> 之间的跃迁频率;  $\phi$  为光场间的相对相位。

系统的时间演化过程满足刘维尔方程,在电偶极近似和旋转波近似下得到密度矩阵元运动方程:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\rho}_{11} = i(\rho_{41} - \rho_{14})\Omega_1 + i(\rho_{31} - \rho_{13})\Omega_2 + \gamma_{41}\rho_{44} + \gamma_{31}\rho_{33} + \gamma_{21}\rho_{22} + \eta(\rho_{34} + \rho_{43})/2 \\ \dot{\rho}_{22} = i(\rho_{32} - \rho_{23})\Omega_3 + i[\exp(i\phi)\rho_{42} - \exp(-i\phi)\rho_{24}]\Omega_4 + \gamma_{42}\rho_{44} + \gamma_{32}\rho_{33} - \gamma_{21}\rho_{22} + \eta(\rho_{34} + \rho_{43})/2 \\ \dot{\rho}_{33} = i(\rho_{13} - \rho_{31})\Omega_2 + i(\rho_{23} - \rho_{32})\Omega_3 - \gamma_{3}\rho_{33} - \eta(\rho_{34} + \rho_{43})/2 \\ \dot{\rho}_{44} = i(\rho_{14} - \rho_{41})\Omega_1 + i[\exp(-i\phi)\rho_{24} - \exp(i\phi)\rho_{42}]\Omega_4 - \gamma_{4}\rho_{44} - \eta(\rho_{34} + \rho_{43})/2 \\ \dot{\rho}_{21} = i(\Delta_2 - \Delta_3)\rho_{21} - i[\rho_{24}\Omega_1 + \rho_{23}\Omega_2 - \rho_{31}\Omega_3 - \exp(i\phi)\rho_{41}\Omega_4] - \Gamma_{21}\rho_{21}/2 \\ \dot{\rho}_{31} = i\Delta_2\rho_{31} - i(\rho_{34}\Omega_1 - \rho_{11}\Omega_2 + \rho_{33}\Omega_2 - \rho_{21}\Omega_3) - \Gamma_{31}\rho_{31}/2 - \eta\rho_{41}/2 \\ \dot{\rho}_{41} = i\Delta_1\rho_{41} + i[\rho_{11}\Omega_1 - \rho_{44}\Omega_2 - \rho_{43}\Omega_2 + \exp(-i\phi)\rho_{21}\Omega_4] - \Gamma_{41}\rho_{41}/2 - \eta\rho_{31}/2 \\ \dot{\rho}_{32} = i\Delta_3\rho_{32} + i[\rho_{12}\Omega_2 + \rho_{22}\Omega_3 - \rho_{33}\Omega_3 - \exp(-i\phi)\rho_{34}\Omega_4] - \Gamma_{32}\rho_{32}/2 - \eta\rho_{42}/2 \\ \dot{\rho}_{42} = i(\Delta_1 - \Delta_2 + \Delta_3)\rho_{42} + i[\rho_{12}\Omega_1 - \rho_{43}\Omega_3 + \exp(-i\phi)(\rho_{22} - \rho_{44})\Omega_4] - \Gamma_{42}\rho_{42}/2 - \eta\rho_{32}/2 \\ \dot{\rho}_{43} = i(\Delta_1 - \Delta_2)\rho_{43} + i[(\rho_{13} - \rho_{41})\Omega_2 - \rho_{42}\Omega_3 + \exp(-i\phi)\Omega_4\rho_{23}] - \Gamma_{43}\rho_{43}/2 - \eta(\rho_{34} + \rho_{43})/2 \end{array} \right. , \quad (2)$$

式中  $\dot{\rho}_{ij} = \partial\rho_{ij}/\partial t$ ,  $\rho_{ii}$  表示能级  $|i\rangle$  上的粒子数分布,  $\rho_{ij}$  ( $i \neq j$ ) 为原子极化, 满足  $\rho_{ij} = \rho_{ij}^*$  ( $\rho_{ji}^*$  为  $\rho_{ji}$  的共轭) 和守恒条件  $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + \rho_{44} = 1$ 。上述密度矩阵元运动方程加上了布居的衰变率和退相干衰变率。 $\gamma_{ij}$  表示从能级  $|i\rangle$  到能级  $|j\rangle$  的布居衰减速率, 能级  $|i\rangle$  的总布居衰减率  $\gamma_i$  主要由低温纵向光学(LO)声子辐射引起。总的衰变率用  $\Gamma_{ij}$  ( $i \neq j$ ) 表示, 分别为  $\Gamma_{21} = \gamma_{21} + \gamma_{21}^{\text{dph}}$  ( $\gamma_2 = \gamma_{21}$ ),  $\Gamma_{31} = \gamma_3 + \gamma_{31}^{\text{dph}}$  (其中  $\gamma_3 = \gamma_{31} + \gamma_{32}$ ),  $\Gamma_{41} = \gamma_4 + \gamma_{41}^{\text{dph}}$  (其中  $\gamma_4 = \gamma_{41} + \gamma_{42}$ ),  $\Gamma_{32} = \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_{32}^{\text{dph}}$ ,  $\Gamma_{42} = \gamma_2 + \gamma_4 + \gamma_{42}^{\text{dph}}$ ,  $\Gamma_{43} = \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_{43}^{\text{dph}}$ , 这里失相速率  $\gamma_{ij}^{\text{dph}}$  ( $i \neq j$ ) 由电子间相互作用、界面粗糙程度和声子散射决定<sup>[17]</sup>。当温度达到 10 K, 电子表面密度小于  $10^{12} \text{ cm}^{-2}$  时, 其失相速率可粗略估计为  $\hbar\gamma_{31}^{\text{dph}} = \hbar\gamma_{32}^{\text{dph}} = 0.32 \text{ meV}$ ,  $\hbar\gamma_{41}^{\text{dph}} = \hbar\gamma_{42}^{\text{dph}} = 0.30 \text{ meV}$ ,  $\hbar\gamma_{43}^{\text{dph}} = 0.31 \text{ meV}$ ,  $\hbar\gamma_{21}^{\text{dph}} = 0.47 \times 10^{-9} \text{ meV}$ 。量子阱系统的布居衰减速率分别为  $\hbar\gamma_3 = 1.58 \text{ meV}$ ,  $\hbar\gamma_4 = 1.50 \text{ meV}$ ,  $\hbar\gamma_2 = 2.36 \times 10^{-9} \text{ meV}$ 。薄势垒隔开的双量子阱系统会发生各种不同的量子隧穿效应, 如 Landau-Zener 隧穿效应<sup>[22]</sup> 和 Non-Abelian Josephson 隧穿效应<sup>[23]</sup>, 即使是两个弱连接的微腔系统, 其中的原子也会产生 Josephson 隧穿效应<sup>[24]</sup>。能级  $|3\rangle$ 、 $|4\rangle$  上的电子通过薄势垒隧穿到连续带, 引起 Fano 型干涉, 因此在运动方程中引入 Fano 干涉因子  $\eta = \sqrt{\gamma_3\gamma_4}$  表示隧穿引起的交叉耦合。定义  $\epsilon = \eta/\sqrt{\Gamma_{31}\Gamma_{41}}$  来描述交叉耦合的强度, 其中  $\epsilon = 0, 1$  分别对应无干涉(能级  $|3\rangle$ 、 $|4\rangle$  之间的耦合忽略不计)、完美干涉(无失相)。所设计的量子阱系统中  $\epsilon = 0.83$ , 通过降低温度, 可进一步降低失相速率  $\gamma_{ij}^{\text{dph}}$ , 从而使  $\epsilon$  增大。

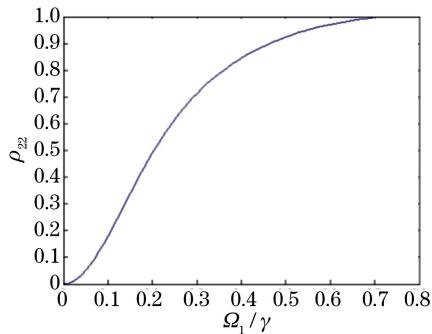
### 3 数值模拟及结果讨论

原子系统的相关研究表明, 相干布居转移几率不仅受激光脉冲强度、失谐和时间延迟的影响, 同时在所设计的四能级不对称双量子阱系统中, 由于 4 个激光场与 4 个能级构成了一个封闭的环形系统, 激光场的相对相位也会对布居转移的几率产生重要影响。

为方便分析激光脉冲的强度、激光场的相对相位和脉冲间的时间延迟对能级  $|2\rangle$  上电子布居数的影响, 保持其中两个参数不变, 改变另一个参数。能级  $|2\rangle$  的衰减很小, 在计算中可以忽略其影响。为计算方便, 以  $\gamma_{31} = \gamma$  为单位进行计算, 其他参数:  $\Delta_1 = -\gamma$ ,  $\Delta_2 = 0.3\gamma$ ,  $\Delta_3 = 0$ ,  $\gamma_{41} = \gamma_{32} = \gamma_{42} = \gamma$ ,  $\eta = 2\gamma$ ,  $\Gamma_{21} = \gamma_{21} = 0$ ,  $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = \gamma_3$ ,  $\Gamma_{41} = \Gamma_{42} = \gamma_4$ ,  $\Gamma_{43} = \gamma_3 + \gamma_4$ 。这里, 忽略了失相速率的影响。事实上, 在低温时, 失相速率非常小, 对结果影响也很小, 接近完美的 Fano 干涉。

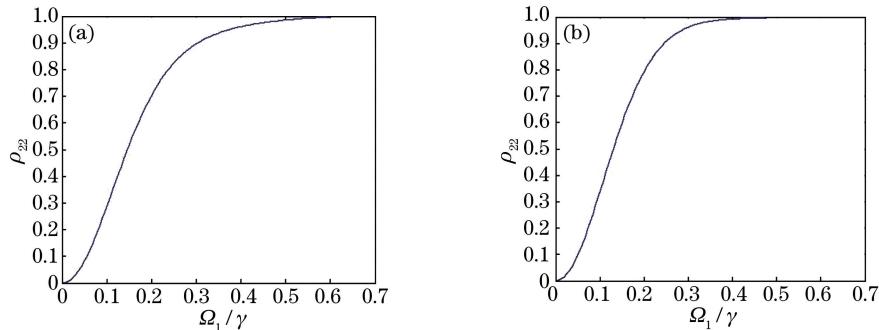
#### 3.1 激光脉冲强度的影响

首先分析光脉冲强度对电子布居转移几率的影响。取 4 个脉冲宽度都相同的激光脉冲, 即脉冲宽度  $\tau_j = \tau = 40/\gamma$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ )。设脉冲的时间延迟分别为  $t_1 = t_2 = 120/\gamma$  和  $t_3 = t_4 = 100/\gamma$ , 通过调节光脉冲振幅, 对(2)式进行数值计算, 得到量子阱能级电子布居数与光脉冲拉比频率的变化关系, 如图 2 所示, 其中  $\phi = \pi/4$ ,  $\Omega_1 = \Omega_2$ ,  $\Omega_3 = \Omega_4 = 0.4\gamma$ 。由图可以看出, 随着  $\Omega_1$  和  $\Omega_2$  的增加, 能级  $|1\rangle$  转移到能级  $|2\rangle$  的电子数逐渐增多, 甚至可以实现完全的电子布居转移。

图 2 能级  $|2\rangle$  上电子布居数随  $\Omega_1/\gamma$  的变化Fig. 2 Variation of electron population at level  $|2\rangle$  with  $\Omega_1/\gamma$ 

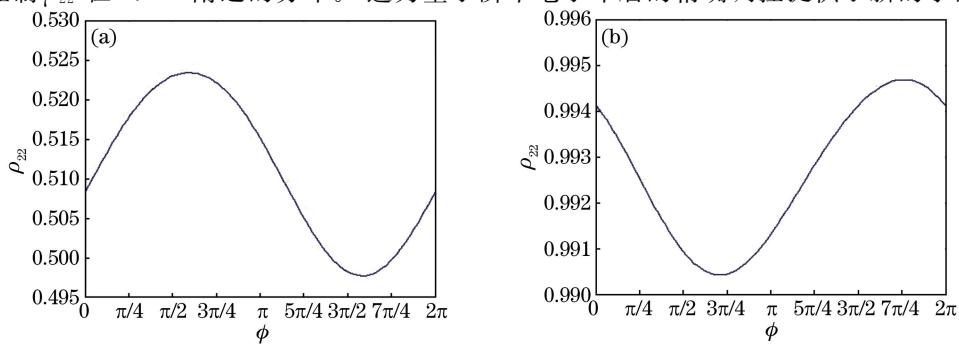
### 3.2 时间延迟的影响

图 3 所示为在不同激光脉冲时间延迟下,能级  $|2\rangle$  上电子布居数的变化,其中  $\phi = \pi/4, \Omega_3 = \Omega_4 = 0.15\gamma$ , 脉冲  $\Omega_1$  和  $\Omega_2$  的入射时间  $t_1 = t_2 = 120/\gamma$  保持不变。由图可以看出,图 3(b) 相对于图 3(a) 曲线更为陡峭,对某一特定电子布居转移几率来说,激光脉冲  $\Omega_3$  和  $\Omega_4$  入射时间相对  $\Omega_1$  和  $\Omega_2$  超前得越多,拉比频率  $\Omega_1$  和  $\Omega_2$  的调节范围就越小。为了精确控制,需选择较为平缓曲线对应的脉冲延迟时间。

图 3 不同激光脉冲时间延迟下,能级  $|2\rangle$  上电子布居数随  $\Omega_1/\gamma$  的变化。(a)  $t_3 = t_4 = 100/\gamma$ ; (b)  $t_3 = t_4 = 60/\gamma$ Fig. 3 Variation of electron population at level  $|2\rangle$  with  $\Omega_1/\gamma$  for different time delays among laser pulses.(a)  $t_3 = t_4 = 100/\gamma$ ; (b)  $t_3 = t_4 = 60/\gamma$ 

### 3.3 相对相位的影响

能级  $|2\rangle$  上电子布居数随相对相位的变化情况如图 4 所示,其中  $t_1 = t_2 = 120/\gamma, t_3 = t_4 = 100/\gamma, \Omega_3 = \Omega_4 = 0.15\gamma$ 。对比图 4 和图 2 可以看出,在相对相位  $\phi = \pi/4, \Omega_1 = \Omega_2 = 0.15\gamma$  时,  $\rho_{22}$  在 0.515 附近,此时通过调节相对相位  $\phi$  可使  $\rho_{22}$  在 0.515 附近得到进一步精确调控;同样,当  $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.55\gamma$  时,也可以通过调节相对相位  $\phi$  控制  $\rho_{22}$  在 0.993 附近的分布。这为量子阱中电子布居的精确调控提供了新的手段。

图 4 不同激光场强下,能级  $|2\rangle$  上电子布居数与激光场间相对相位的变化。(a)  $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.15\gamma$ ; (b)  $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.55\gamma$ Fig. 4 Variation of electron population at level  $|2\rangle$  with relative phase among laser fields for different laser intensities.(a)  $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.15\gamma$ ; (b)  $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.55\gamma$

## 4 结 论

采用四阶龙格-库塔法对激光与不对称双量子阱系统相互作用的密度矩阵方程进行数值模拟,研究了激光场强度、时间延迟以及光场间的相对相位对电子布居转移的影响。结果表明,通过改变激光脉冲的强度和脉冲间的时间延迟可以很好地控制双量子阱中两个基态子能级的电子布居转移几率,通过调节相对相位可以实现进一步的精确控制。研究结果可以用来制备处于特定量子态的量子阱系统以及在量子阱中制备相干叠加态,在量子信息、量子计算以及量子光学器件制备等领域中有着潜在的应用。

## 参 考 文 献

- 1 Harris S E. Electromagnetically induced transparency[J]. Phys Today, 1997, 50(7): 36-42.
- 2 Sugny D, Ndong M, Lauvergnat D, et al. Laser control in open molecular systems: STIRAP and optimal control[J]. Journal of Photochemistry and Photobiology A: Chemistry, 2007, 190(2): 359-371.
- 3 Cui N, Niu Y P, Gong S Q. Tunneling-induced coherent electron population transfer in an asymmetric quantum well[J]. Opt Commun, 2011, 284(12): 3134-3139.
- 4 Zhang B, Wu J H, Yan X Z, et al. Coherence generation and population transfer by stimulated Raman adiabatic passage and  $\pi$  pulse in a four-level ladder system[J]. Opt Express, 2011, 19(13): 12000-12007.
- 5 Di Stefano P G, Paladino E, D'Arrigo A, et al. Population transfer in a Lambda system induced by detunings[J]. Phys Rev B, 2015, 91(22): 224506.
- 6 Rangelov A A, Vitanov N V. Complete population transfer in a three-state quantum system by a train of pairs of coincident pulses[J]. Phys Rev A, 2012, 85(4): 043407.
- 7 Poggi P M, Arranz F J, Benito R M, et al. Maximum population transfer in a periodically driven quantum system[J]. Phys Rev A, 2014, 90(6): 062108.
- 8 Cong Honglu, Ren Xuezao, Liao Xu. Quantum properties of two-photon Jaynes-Cummings model without rotating wave approximation[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(7): 0727002.  
丛红璐,任学藻,廖旭. 非旋波近似下双光子 Jaynes-Cummings 模型的量子特性[J]. 光学学报, 2015, 35(7): 0727002.
- 9 Niu Y P, Gong S Q, Li R X, et al. Creation of atomic coherent superposition states via the technique of stimulated Raman adiabatic passage using a  $\Lambda$ -type system with a manifold of levels[J]. Phys Rev A, 2004, 70(2): 023805.
- 10 Tian X D, Liu Y M, Cui C L, et al. Population transfer and quantum entanglement implemented in cold atoms involving two Rydberg states via an adiabatic passage[J]. Phys Rev A, 2015, 92(6): 063411.
- 11 Zhang Lei, Zhang Xiangyang. Study on high-precision atom localization via population in quasi- $\Lambda$ -type four-level atomic system[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(11): 112702.  
张蕾,张向阳. 基于布居数探测的准  $\Lambda$  型四能级原子高精度局域化研究[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(11): 112702.
- 12 Lü Liqiang, Du Runchang, Liu Chaoyang, et al. Laser frequency stabilization of coherent population trapping atomic frequency standard realized with digital servo[J]. Chinese J Lasers, 2009, 36(6): 1411-1415.  
吕利强,杜润昌,刘朝阳,等. 数字伺服实现相干布居囚禁原子频标的激光稳频[J]. 中国激光, 2009, 36(6): 1411-1415.
- 13 Zhang Yan, Zhang Yi, Yin Yi, et al. Optimization of light frequency shift characteristics for coherent population trapping atomic clock[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(4): 0415001.  
张艳,张奕,尹毅,等. 相干布居囚禁原子钟光频移性能优化[J]. 中国激光, 2014, 41(4): 0415001.
- 14 Wang Xin, Zhao Wenyu, Xue Wenxiang, et al. High contrast atomic clock signal based on coherent population trapping [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(s1): s102002.  
王鑫,赵文宇,薛文祥,等. 基于相干布居囚禁现象的高对比度钟跃迁信号[J]. 光学学报, 2015, 35(s1): s102002.
- 15 Cui Zhili, Zhang Xiangyang, Wang Xiangwei. Coherent population transfer in a four-level quasi-Lambda system driven by unmatched Gaussian pulses[J]. Acta Sinica Quantum Optica, 2010, 16(2): 82-88.  
崔志力,张向阳,王祥伟. 准  $\Lambda$  型四能级中用非匹配高斯脉冲实现相干布居转移[J]. 量子光学学报, 2010, 16(2): 82-88.
- 16 Faist J, Sirtori C, Capasso F, et al. Tunable Fano interference in intersubband absorption[J]. Opt Lett, 1996, 21(13): 985-987.
- 17 Schneider S, Borri P, Langbein W, et al. Self-induced transparency in InGaAs quantum-dot waveguides[J]. Appl Phys

- Lett, 2003, 83(18): 3668-3670.
- 18 Joshi A. Phase-dependent electromagnetically induced transparency and its dispersion properties in a four-level quantum well system[J]. Phys Rev B, 2009, 79(11): 115315.
- 19 Qi Y, Zhou F, Yang J, et al. Controllable twin laser pulses propagation and dual-optical switching in a four-level quantum dot nanostructure[J]. J Opt Soc Am B, 2013, 30(7): 1928-1936.
- 20 Zhong Wenxue, Wang Yiping, Cheng Guangling. Nanomechanical-resonator-assisted induced optical switching in quantum dot system[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(8): 0827001.  
钟文学, 王一平, 程广玲. 量子点系统中纳米机械振子诱导的光开关[J]. 光学学报, 2015, 35(8): 0827001.
- 21 Harrison P. Quantum wells, wires and dots: Theoretical and computational physics of semiconductor nanostructures[M]. New York: John Wiley & Sons, 2005.
- 22 Liu W M, Fan W B, Zheng W M, et al. Quantum tunneling of Bose-Einstein condensates in optical lattices under gravity [J]. Phys Rev Lett, 2002, 88(17): 170408.
- 23 Qi R, Yu X L, Li Z B, et al. Non-Abelian Josephson effect between two  $F=2$  spinor Bose-Einstein condensates in double optical traps[J]. Phys Rev Lett, 2009, 102(18): 185301.
- 24 Ji A C, Sun Q, Xie X C, et al. Josephson effect for photons in two weakly linked microcavities[J]. Phys Rev Lett, 2009, 102(2): 023602.