

# 一种基于实心圆靶标的立体视觉系统标定方法

单宝华<sup>1,2</sup> 袁文厅<sup>2</sup> 刘 洋<sup>2</sup>

<sup>1</sup>哈尔滨工业大学结构工程灾变与控制教育部重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150090

<sup>2</sup>哈尔滨工业大学土木工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150090

**摘要** 针对立体视觉系统中快速高精度标定等问题,提出一种基于实心圆靶标的立体视觉系统标定方法。使用Canny-Zernike组合算法实现圆心坐标的亚像素定位,并给出基于三角形标记的圆心排序方法。为减少计算复杂度,分别对左右摄像机内外参数进行Levenberg-Marquardt(LM)优化,使得优化变量数目减半,并获得外参数近似解。以实心圆靶标对角线上两实心圆的距离作为约束条件,对摄像机外参数进行LM优化,获得外参数最优解。编译基于实心圆靶标的立体视觉系统标定软件,并进行实验研究。结果表明,该标定方法具有较高的精度,能实现自动化标定,具有工程应用性。

**关键词** 机器视觉; 摄像机标定; 对角线长度; 实心圆靶标; Levenberg-Marquardt优化

**中图分类号** TP391 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201636.0915001

## A Calibration Method for Stereovision System Based on Solid Circle Target

Shan Baohua<sup>1,2</sup> Yuan Wenting<sup>2</sup> Liu Yang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Key Lab of Structures Dynamic Behavior and Control, Ministry of Education, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150090, China

<sup>2</sup>School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150090, China

**Abstract** Aim at the problem of rapid and high precise calibration in stereovision system, a calibration method for stereovision system based on solid circle target is proposed. The Canny-Zernike combination algorithm is used to locate the sub-pixel coordinates of circle center, and a sorting method for circle center based on a triangle target is given in detail. To reduce the computational complexity, the Levenberg-Marquardt (LM) algorithm is utilized to separately optimize the left and right camera for decreasing the number of optimal variables by half. The distance between two circle centers on diagonal direction of calibration board is regarded as the constraint, and the external parameters of cameras are optimized with LM algorithm. The calibration software for stereovision system based on solid circle target is compiled, and the testing is performed in lab. Result shows that the proposed method has high precise, can achieve the automatic calibration and apply to engineering.

**Key words** machine vision; camera calibration; diagonal length; solid circle target; Levenberg-Marquardt optimization

**OCIS codes** 150.1488; 150.0155; 150.1135

## 1 引 言

在立体视觉理论体系中,摄像机内外参数求解(摄像机标定)和左右图像立体匹配是两大核心问题,从某种意义上讲,摄像机标定技术和立体匹配算法的发展决定了立体视觉方法的发展<sup>[1]</sup>。文献[2]指出像机畸变系数的求解会影响单摄像机及双摄像机在应变场测量方面的结果。因此,诸多学者致力于标定算法的研究与创新。

**收稿日期:** 2016-03-30; **收到修改稿日期:** 2016-05-13

**基金项目:** 国家自然科学基金(51478148)、黑龙江省自然科学基金(E201434)、哈尔滨市基金(2015RAQXJ028)

**作者简介:** 单宝华(1975—),女,博士,副教授,主要从事结构健康监测、立体视觉及超声相控阵检测研究。

E-mail: shanbaohua@hit.edu.cn

摄像机的标定参数包括内参数和外参数。其中,外参数包括平移向量和旋转矩阵,表征两摄像机之间的相对位置关系;内参数包括主点坐标、有效焦距、不垂直因子以及畸变参数,表征镜头的自身特性。Tsai<sup>[3]</sup>提出经典的两步法,采用三维标定块进行摄像机标定。该方法精度高但标定块制作复杂,考虑的畸变模型简单粗略,使用较少。目前,常用的标定工具为平面标定板与标定尺<sup>[4]</sup>。其中,经典的张正友棋盘格标定算法<sup>[5]</sup>通过提取 Harris 角点寻找世界坐标与图像坐标之间的关系,降低了算法的复杂度,并且标定板制作容易,得到了广泛的应用。文献[6,7]分别改进张正友标定法,以实现立体视觉系统的自动标定和大视场标定,但使用的靶标均为棋盘格标定板。西安交通大学<sup>[8]</sup>、南京航空航天大学<sup>[9,10]</sup>等在标定算法方面均进行了大量研究,将带有编码的实心圆圆心作为靶点进行标定,使用的靶标为标定板、高精度标定十字架和渐变标定板<sup>[9]</sup>等。然而,这些靶标的圆心需要通过查找编码表进行排序,不易编程实现;此外,也有学者使用高精度标尺作为标定工具<sup>[11]</sup>,虽然方便用于大视场标定,但造价较高,不适用于普通测量实验。

由于圆形特征点具有易检测且定位精度高的优点,在立体视觉领域得到广泛应用<sup>[12]</sup>。在土木工程领域,经常使用圆形特征点布设在结构表面测量结构变形<sup>[13]</sup>,因此本文选择实心圆靶标进行立体视觉系统标定。首先进行圆心识别,然后利用多次约束完成左右图像中圆心排序与匹配。接着,采用基于实心圆靶标的立体视觉系统标定算法完成两摄像机内外参数的求解。最后,编译立体视觉标定软件,并进行精度验证实验。

## 2 摄像机模型

根据针孔透视模型<sup>[14]</sup>,空间点  $P$  在摄像机成像平面上的投影可以表示为

$$z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} [\mathbf{R} \quad \mathbf{T}] \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中 $[u, v, 1]^T$ 为点  $P$  在图像坐标系下投影点的无畸变图像的齐次坐标, $[x_w, y_w, z_w]^T$ 为点  $P$  在世界坐标系下的坐标, $[x_c, y_c, z_c]^T$ 为点  $P$  在摄像机坐标系下的坐标, $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$  分别为世界坐标系到摄像机坐标系的旋转矩阵和平移向量, $\mathbf{A}$  为摄像机的内参数矩阵。

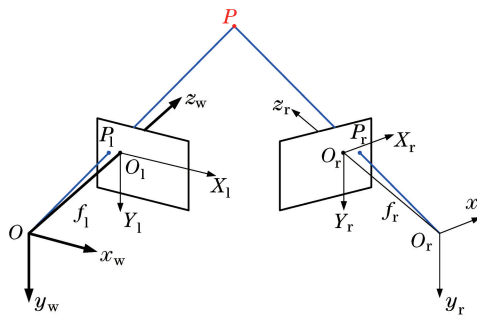


图 1 立体视觉三维测量模型

Fig. 1 Model of stereovision 3D measurement

由于摄像机镜头存有畸变,实际成像点与理想成像点之间有一定偏差。考虑到径向和切向畸变,选择 4 参数畸变模型<sup>[15]</sup>,将其表示为

$$\begin{cases} X_d = X_u + k_1 X_u r^2 + k_2 X_u r^4 + 2p_1 X_u Y_u + p_2 (2X_u^2 + r^2) \\ Y_d = Y_u + k_1 Y_u r^2 + k_2 Y_u r^4 + p_1 (r^2 + 2Y_u^2) + 2p_2 X_u Y_u \end{cases}, \quad (2)$$

式中 $(X_u, Y_u)$ 为无畸变情况下的像点归一化坐标, $(X_d, Y_d)$ 为畸变后的像点归一化坐标, $k_1, k_2$  和  $p_1, p_2$  分别为径向和切向畸变。(1)式中  $\mathbf{A}$  及  $k_1, k_2, p_1, p_2$  统称为摄像机的内部参数。

一般情况下,立体视觉测量系统对两摄像机的位置不做任何要求<sup>[16]</sup>。如图 1 所示, $P$  为空间中某一测点,设左摄像机坐标系位于世界坐标系  $o-x_w y_w z_w$  的原点处且无旋转,图像坐标系为  $O_1-X_1 Y_1$ ;右摄像机

坐标系为  $o_r - y_r x_r z_r$ ; 图像坐标系为  $O_r - X_r Y_r$ 。假定图像中对应点匹配关系已知, 则根据两摄像机几何约束可求得空间点  $P$  在世界坐标系下的三维坐标

$$\begin{cases} x = zX_1/f_1 \\ y = zY_1/f_1 \\ z = \frac{f_1(f_r t_x - X_r t_z)}{X_r(r_7 X_1 + r_8 Y_1 + f_1 r_9) - f_r(r_1 X_1 + r_2 Y_1 + f_1 r_3)} \end{cases}, \quad (3)$$

式中  $f_1, f_r$  分别为左右摄像机有效焦距。  $r_1, \dots, r_9$  和  $t_x, t_y, t_z$  为两摄像机相互位置关系的外参数。

### 3 圆心识别与排序

选用实心圆标定板进行标定, 在标定过程中, 因不能保证标定板与两像机光轴绝对垂直, 图像识别过程中获得的圆为椭圆。因此, 使用实心圆标定板进行标定需要解决两个主要问题: 椭圆圆心识别和椭圆圆心排序。

#### 3.1 圆心识别

通过提取实心圆标定板上圆形标识点的圆心坐标来实现圆形标识的定位, 涉及圆形标识点的边缘检测、特征识别及中心拟合算法等, 具体工作流程如图 2 所示。

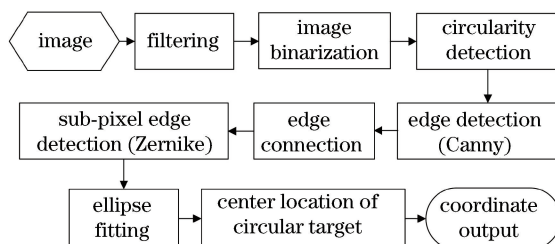


图 2 圆形标识识别算法流程图

Fig. 2 Flowchart of circle target identifying algorithm

首先对左右相机采集的同步图像进行简单处理分析, 完成滤波去噪和二值化, 得到圆形标识点目标参数, 包括形状参数、偏心率、球状度、圆形度以及边缘长度等, 以便进行实心圆靶标的边缘检测。

传统边缘检测方法有 Roberts 算子、Laplace 算子、Prewitt 算子和 Canny 算子等<sup>[17]</sup>, 这些方法只能定位到像素级, 不能满足精确定位要求。因此, 为了满足测量系统高精度实时检测要求, 提出一种 Canny-Zernike 组合算法进行边缘检测。首先, 利用 Canny 算法进行初步的边缘点粗定位, 得到单一的边缘为下一步精确定位提供了方便; 然后, 使用 Zernike 矩算法进行边缘的亚像素定位, 以提高定位精度。两者的结合充分发挥了两者的优点, 可快速精确地定位圆形标识点的边缘。

由于透视投影变换所固有的特性, 圆形标识点在相机成像平面上所呈现的是一个椭圆, 所以如何高精度提取椭圆中心坐标是研究的关键。定位圆形标识点的中心常采用重心法, 包括带阈值的重心法、平均加权重心法、高斯加权重心法以及高斯曲面拟合等, 这些方法易受噪声的影响, 且适用于当图像中椭圆形区域只有几个到十几个像素范围的情况<sup>[18]</sup>。在立体视觉测量中图像中标识点成像区域比较大, 因此选择椭圆拟合法进行定位。

利用最小二乘法拟合椭圆方程, 设定各个边缘点到拟合椭圆距离的阈值, 通过迭代提高拟合椭圆中心的精度, 每次剔除 5% 的边缘点, 直到距离标准差小于阈值, 这样可以有效控制椭圆的拟合精度。通过对实验中圆形标识中心坐标的定位发现, 该算法可以实现 0.02 pixel 的精度<sup>[13]</sup>, 即实现了亚像素定位, 得到圆形标识点中心的图像坐标。

#### 3.2 圆心排序

经过椭圆圆心识别, 得到的实心圆靶标的圆心坐标是随机排序的。而要实现各圆心世界坐标与图像坐标的一一对应, 需要对圆心坐标进行重排序。为此, 提出基于三角形标记的圆心排序方法。如图 3(a)所示, 实心圆标定板的一角为等边直角三角形, 根据该三角形可确定 1 号实心圆的位置, 由此实现靶标上所有实心

圆的排序。该标定板含有 49 个实心圆,所以靶点即为圆心。实心圆标定板上的圆心坐标排序可通过如下过程实现:

1) 识别距离最远的两点坐标。首先对识别到的 49 个坐标点中任意两点求距离,距离最远的两点一定位于对角线上(标定板上靶点几乎在同一平面上),令其编号为 1、2;

2) 通过搜索剩余圆心坐标使得与点 1、2 所形成的角度达到最小,利用余弦绝对值最小的方式得到第 3 个点,如图 3(c)所示;

3) 由搜索到的 1、2、3 三个点可发现,1、3 可以形成一条直线,而剩余的 46 个点同样可以与 2 点形成直线,那么存在一个点使得其与 2 点形成的直线近似平行于 1、3 点形成的直线,且与 2 点的距离最远,这时找到的点编号为 4,如图 3(d)所示;

4) 图 3(a)中标定板左上角有一个等边直角三角形,将最靠近该部位的圆心作为坐标原点建立坐标系,然后对识别到的四个角点重新排序。排序方法是让编号为 1、2、3、4 的 4 个点向外搜索,首先进入到黑色区域的点重新编号为 1 点,该点位于实心圆标定板的左上角,即靠近等边三角形;接着,对另外三个点与点 1 求距离,将距离最远的点定义为点 4,剩余两个点与点 1 形成两条相交的直线,交点为点 1;对这两直线做叉积运算,若叉积大于零,为正方向,从而得到点 2、3 的位置,如图 3(e)所示。

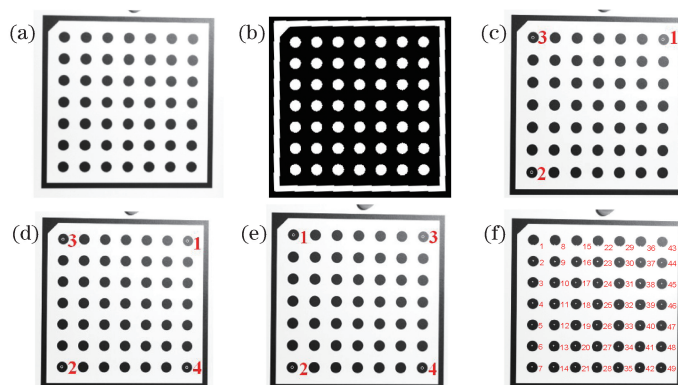


图 3 标定板圆心识别过程。(a) 实心圆标定板;(b) 二值化图像;(c) 识别 3 点;  
(d) 识别 4 点;(e) 重排角点;(f) 识别所有点

Fig. 3 Identification process of circle center on calibration board. (a) Solid circle calibration board; (b) binary image;  
(c) identifying point 3; (d) identifying point 4; (e) reordering corner point; (f) identifying all points

5) 依次对剩余的 45 个圆心进行排序,首先对所有点与 1、2 点形成的直线求距离,可以定出 7 列,再对这些点与 1、3 形成的直线求距离,对每一列进行再次排序,通过这两个步骤,最终完成了 49 个点的排序,如图 3(f)所示。

## 4 立体视觉系统标定

利用基于标准长度外参数优化概念<sup>[18]</sup>,文献[9]对经典两步标定算法进行了改进,并提出一种基于实心圆靶标的立体视觉系统标定方法,具体标定过程:

1) 与传统两步法的第一步相同,皆以不考虑畸变的线性针孔模型为计算模型。分别对左右标定板的靶点进行像点重建,通过极大似然估计方法求解映射矩阵,结合旋转矩阵的正交特性求解左右像机线性参数。详述见文献[9]。

2) 以第一步得到的参数为初值,考虑像机的畸变,减半优化变量数目,分别对左右像机做 LM 优化,求解  $\mathbf{R}_{r2l}$ 、 $\mathbf{T}_{r2l}$  近似解。

3) 以第二步得到的不同标定姿态下外参数均值为初值,选用实心圆靶标的对角线长度为约束条件对左右摄像机进行 LM 全局优化,进一步获得外参数  $\mathbf{R}_{r2l}$ 、 $\mathbf{T}_{r2l}$  的优化解。

### 4.1 基于畸变模型的摄像机内外参数求解

考虑畸变的情况下,文献[9]对左右摄像机进行 Levenberg-Marquardt(LM)算法<sup>[19]</sup>全局优化,优化目标

函数为

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_L^i} |x_L^{ij} - \hat{x}(\mathbf{A}_L, k_1^L, k_2^L, p_1^L, p_2^L, \mathbf{R}_L^i, \mathbf{T}_L^i)|^2 + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_R^i} |x_R^{ij} - \hat{x}(\mathbf{A}_R, k_1^R, k_2^R, p_1^R, p_2^R, \mathbf{R}_L^i, t_L^i, \mathbf{R}_{r21}, \mathbf{T}_{r21})|^2. \end{aligned} \quad (4)$$

由于(4)式中优化变量过多,在初值选择不合适的情况下易导致结果不收敛。为避免结果不收敛,减少优化变量数目,利用(5)式的目标函数分别对左右摄像机进行 LM 优化。相比(4)式,其将优化变量数目从 14 降为 7。

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |X^{ij} - \hat{X}^{ij}(\mathbf{A}, k_1, k_2, p_1, p_2, \mathbf{R}, \mathbf{T})|, \quad (5)$$

式中上标  $j$  表示第  $j$  个实心圆,上标  $i$  表示第  $i$  幅标定图片。 $m$  为标定板上实心圆的个数, $n$  为标定图片张数。 $\hat{X}^{ij}$  为经(1)式和(2)式计算得到的图像坐标, $X^{ij}$  为真实图像坐标。

由(5)式可得到不同姿态下两像机外参数  $\mathbf{R}_{r21}, \mathbf{T}_{r21}$ , 即

$$\mathbf{R}_{r21} = \mathbf{R}_r (\mathbf{R}_l)^{-1}, \quad \mathbf{T}_{r21} = \mathbf{T}_r - \mathbf{R}_r (\mathbf{R}_l)^{-1} \mathbf{T}_l. \quad (6)$$

理论上所有姿态下  $\mathbf{R}_{r21}, \mathbf{T}_{r21}$  应该相等,但由于噪声的存在,且没有经过传统二步法的全局优化处理,不同标定姿态下两像机外部参数存在差异<sup>[1]</sup>,因此,对所有姿态得到的结果取平均,得到  $\mathbf{R}_{r21}, \mathbf{T}_{r21}$  的近似值。

#### 4.2 基于对角线长度的摄像机外部参数优化

在前面优化得到外参数的近似值后,第三步采用基于标准长度的标定方法<sup>[18]</sup>,选用实心圆靶标的对角线长度为约束条件对左右摄像机进行 LM 优化,通过该长度缩放修正  $\mathbf{R}_{r21}, \mathbf{T}_{r21}$ 。第三步仅优化外参数  $\mathbf{R}_{r21}, \mathbf{T}_{r21}$ ,算法复杂度大幅降低,且能获得优化解。

设经过畸变校正获得的左右图像理想图像坐标分别为  $(X_l, Y_l)$  和  $(X_r, Y_r)$ 。根据(3)式有

$$\begin{aligned} & (f_r t_x - X_r t_z)(r_4 X_l + r_5 Y_l + f_1 r_6) - (f_r t_y - Y_r t_z)(r_1 X_l + r_2 Y_l + f_1 r_3) = \\ & (Y_l t_x - X_l t_y)(r_7 X_l + r_8 Y_l + f_1 r_9). \end{aligned} \quad (7)$$

由于  $t_x \neq 0$ ,上式两边同时除以  $t_x$ ,且令  $\alpha = 1/t_x$ ,则  $\mathbf{T}' = \alpha \mathbf{T}, \mathbf{T}' = (1, t'_y, t'_z)^T$ , (7) 式为含有 11 个未知数的方程,将其表示为  $f(\mathbf{x}) = 0$ ,其中  $\mathbf{x} = (t'_y, t'_z, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9)$ 。此外,旋转矩阵  $\mathbf{R}$  具有正交性,因此可以作为  $f(\mathbf{x}) = 0$  的罚函数,形式为

$$\begin{cases} h_1(x) = (r_1^2 + r_4^2 + r_7^2 - 1), & h_2(x) = (r_2^2 + r_5^2 + r_8^2 - 1) \\ h_3(x) = (r_3^2 + r_6^2 + r_9^2 - 1), & h_4(x) = (r_1 r_2 + r_4 r_5 + r_7 r_8) \\ h_5(x) = (r_1 r_3 + r_4 r_6 + r_7 r_9), & h_6(x) = (r_2 r_3 + r_5 r_6 + r_8 r_9) \end{cases} \quad (8)$$

这样,可得到所有观测点的无约束最优目标函数

$$\min F(x) = \sum_{i=1}^n f_i^2(x) + \sum_{i=1}^6 M_i h_i^2(x), \quad (9)$$

式中  $M_1, M_2, \dots, M_6$  为 6 个罚因子。

为了保证正交性,6 个罚因子都取较大的值  $10^5$ 。若罚因子大于此值,得到的结果仍不变。通过 LM 优化方法求得  $x$  值,再利用(3)式求解得到带有比例系数的  $z'_i$ ,需要通过确定  $\alpha$  值来求解真实值,下面介绍  $\alpha$  的求解方法。

设图 3(f)所示实心圆标定板编号 1、49,两圆圆心形成的对角线长度为  $L$ 。已知圆心距距离,便可通过几何计算得到  $L$  值。圆 1、49 对应的左图像坐标分别为  $(X_{11}, Y_{11}), (X_{149}, Y_{149})$ ,通过(3)式,可以得到

$$f_1^2 L^2 = (z_1 X_{11} - z_{49} X_{149})^2 + (z_1 Y_{11} - z_{49} Y_{149})^2 + f_1^2 (z_1 - z_{49})^2. \quad (10)$$

又由于  $z'_1 = \alpha z_1, z'_{49} = \alpha z_{49}$ ,则(10)式改写为

$$\alpha^2 f_1^2 L^2 = (z'_1 X_{11} - z'_{49} X_{149})^2 + (z'_1 Y_{11} - z'_{49} Y_{149})^2 + f_1^2 (z'_1 - z'_{49})^2. \quad (11)$$

由(11)式,进而可求得

$$\alpha = \frac{-f_1 L}{\sqrt{(z'_1 X_{11} - z'_{49} X_{149})^2 + (z'_1 Y_{11} - z'_{49} Y_{149})^2 + f_1^2 (z'_1 - z'_{49})^2}}. \quad (12)$$

事实上,  $\alpha$  的符号由坐标选取法决定, 文中取负号, 至此, 得到平移向量  $T^*$  和旋转矩阵  $R^*$ , 而  $T^*$  可能仍含有比例因子, 需要进一步进行缩放。通过(3)式可以再一次重建圆 1 与圆 49 形成的对角线长度, 设此时重建的长度为  $L^*$ , 最终得到平移向量  $T = LT^* / L^*$  和旋转矩阵  $R = R^*$ 。

### 5 标定实验

为验证本文算法的实用性及有效性, 进行标定实验研究。实验的立体视觉测量系统选用德国 AVT 公司的 Pike F-100c 系列摄像机, 该摄像机分辨率为  $1000 \text{ pixel} \times 1000 \text{ pixel}$ , 像素物理尺寸为  $7.4 \mu\text{m} \times 7.4 \mu\text{m}$ ; 镜头选用焦距为 36 mm 的 CBC 镜头。

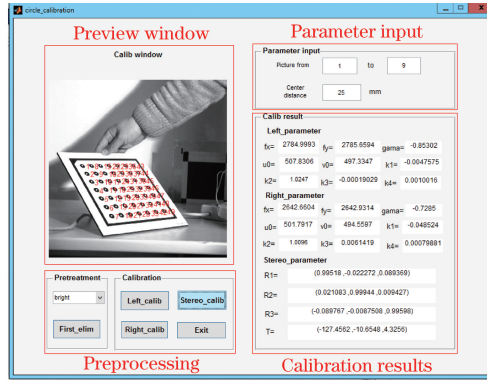


图 4 基于实心圆靶标的立体视觉系统标定软件界面

Fig. 4 Calibration software interface for stereovision system based on solid circle target

在圆心识别与排序算法和立体视觉系统标定算法的基础上, 使用 Matlab 软件编译立体视觉系统自动标定软件, 软件界面如图 4 所示。该标定软件包括图像预处理、系统标定、参数输入及参数输出 4 个模块。其中, 图片预处理考虑光照的影响, 对不符合要求的图片进行剔除, 需要输入的参数包括标定图片张数和标定板上圆心距离, 最终在参数输出模块输出两摄像机所有内外参数。

实验选用图 4 软件界面中所示的 Halcon 标定板进行标定实验。该标定板长为 200 mm, 宽为 188 mm, 有 49 个直径为 6.25 mm 的实心圆, 圆间距为 25 mm。标定板左上角的等边三角形的直角边长为 19.5 mm。将 Halcon 标定板摆放 9 种不同姿态。分别进行两步优化与三步优化, 得到两摄像机内外参数, 立体视觉系统标定结果如表 1 所示。

表 1 立体视觉系统的标定结果

Table 1 Calibration results of stereovision measurement system

Parameter	Left camera	Right camera
Internal parameter	$A_l = \begin{bmatrix} 2805.7 & -1.0559 & 496.5949 \\ 0 & 2806.9 & 503.2780 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $k_l = [-0.0088 \quad 0.7543 \quad 0.0022 \quad -2.0421 \times 10^{-4}]^T$	$A_r = \begin{bmatrix} 2667.6 & -1.0671 & 488.8255 \\ 0 & 2669.0 & 503.0143 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $k_r = [-0.0748 \quad 1.5968 \quad 0.0078 \quad -2.5442 \times 10^{-4}]^T$
External parameter	<p>Two step method</p> $R = \begin{bmatrix} 0.9913 & -0.0187 & 0.1287 \\ 0.0197 & 0.9998 & -0.0013 \\ -0.1289 & 0.0039 & 0.9914 \end{bmatrix}$	$T = [-129.4833 \quad 0.9284 \quad 8.9361]^T$
parameter	<p>Three step method</p> $R^* = \begin{bmatrix} 0.9950 & -0.0224 & 0.0970 \\ 0.0225 & 0.9997 & 4.8645 \times 10^{-5} \\ -0.0970 & 0.0021 & 0.9953 \end{bmatrix}$	$T^* = [-132.4962 \quad -2.5428 \quad 10.0649]^T$

#### 5.1 重投影误差分析

为验证三步标定算法精度, 进行空间点的重投影误差分析。利用表 1 的立体视觉系统内外部参数, 对 Halcon 标定板上 49 个实心圆靶标进行正向投影变换。并利用畸变系数进行校正, 得到两步法与三步法的

实心圆靶标的像素坐标,计算实心圆靶标像素坐标与提取圆心的像素坐标之差。两种方法的误差分析结果如表 2 和表 3 所示。

表 2 两步法重投影误差

Table 2 Reprojection errors of two step method

pixel

Image posture	Left camera			Right camera		
	Average error	Maximum error	Standard deviation	Average error	Maximum error	Standard deviation
1	0.1501	0.5768	0.1311	0.1398	0.5790	0.1015
2	0.1352	0.4369	0.1207	0.1610	0.6119	0.1205
3	0.1259	0.5101	0.1163	0.1421	0.5089	0.1016
4	0.1431	0.4233	0.1244	0.1401	0.4793	0.0993
5	0.1179	0.4115	0.1141	0.1305	0.3925	0.0877
6	0.1168	0.4074	0.1121	0.1017	0.4919	0.0731
7	0.1437	0.4507	0.1298	0.0999	0.4135	0.0717
8	0.1057	0.2745	0.0785	0.0913	0.4702	0.0719
9	0.1342	0.3301	0.1199	0.1032	0.3611	0.0723
Mean	0.1303	0.4246	0.1163	0.1233	0.4787	0.0889

由表 2 可知,两步法的实心圆靶标的平均误差为 0.13 pixel,最大误差为 0.48 pixel,标准偏差为0.12 pixel。表 3 表明三步法获得的实心圆靶标的平均误差减小为 0.06 pixel 左右,最大误差减小为0.15 pixel,标准偏差减小为 0.06 pixel。结果表明三步法可以取得良好的标定结果。

表 3 三步法重投影误差

Table 3 Reprojection errors of three step method

pixel

Image posture	Left camera			Right camera		
	Average error	Maximum error	Standard deviation	Average error	Maximum error	Standard deviation
1	0.0725	0.2031	0.0713	0.0721	0.2012	0.0698
2	0.0594	0.1344	0.0567	0.0589	0.1328	0.0562
3	0.0437	0.1135	0.0413	0.0454	0.1156	0.0426
4	0.0658	0.1023	0.0611	0.0587	0.1103	0.0601
5	0.0843	0.1978	0.0812	0.0769	0.2110	0.0805
6	0.0597	0.1517	0.0577	0.0563	0.1497	0.0521
7	0.0625	0.1246	0.0598	0.0619	0.1191	0.0561
8	0.0734	10.1351	0.0721	0.0693	10.1259	0.0657
9	0.0568	0.1439	0.0521	0.0477	0.1325	0.0460
Mean	0.0642	0.1452	0.0615	0.0608	0.1442	0.0588

### 5.2 Halcon 标定板重建长度比较

定义通过点 1 和点 49 的对角线为 AB 对角线,利用两像机内外参数值,对圆心距 25 mm 的 Halcon 标定板上的点 1 与其余 48 个点形成的 48 条线段进行长度重建,所以 48 条线段真实距离可通过几何关系得到。将两步法与三步法重建 48 条线段长度、重建长度的绝对误差及相对误差比较结果绘于图 5。为比较两步法与三步法的标定效果,AB 对角线、48 条线段重建长度的绝对误差、相对误差的最大值与均值如表 4 所示。

表 4 Halcon 标定板重建长度误差分析

Table 4 Error analysis of reconstructed length of Halcon calibration board

Error parameter	Two step method	Three step method
Absolute error of AB diagonal /mm	0.1272	$5.68 \times 10^{-14}$
Relative error of AB diagonal /%	0.05998	$2.68 \times 10^{-14}$
Maximum value of absolute error /mm	0.2278	0.2194
Maximum value of relative error /%	0.2282	0.1765
Average value of absolute error /mm	0.1059	0.0960
Average value of relative error /%	0.1000	0.0832

由图 5(a)可知,两步法与三步法重建的 48 条线段与真实值吻合较好。由图 5 (b)和 (c)可知,两步法与三步法对 48 条线段的重建长度的绝对误差值皆小于 0.3 mm。由图 5 (c)可知,两步法对 48 条线段的重建长度的相对误差值皆小于 0.3%,而三步法的相对误差值皆小于 0.2%,表明三步法标定效果更好。

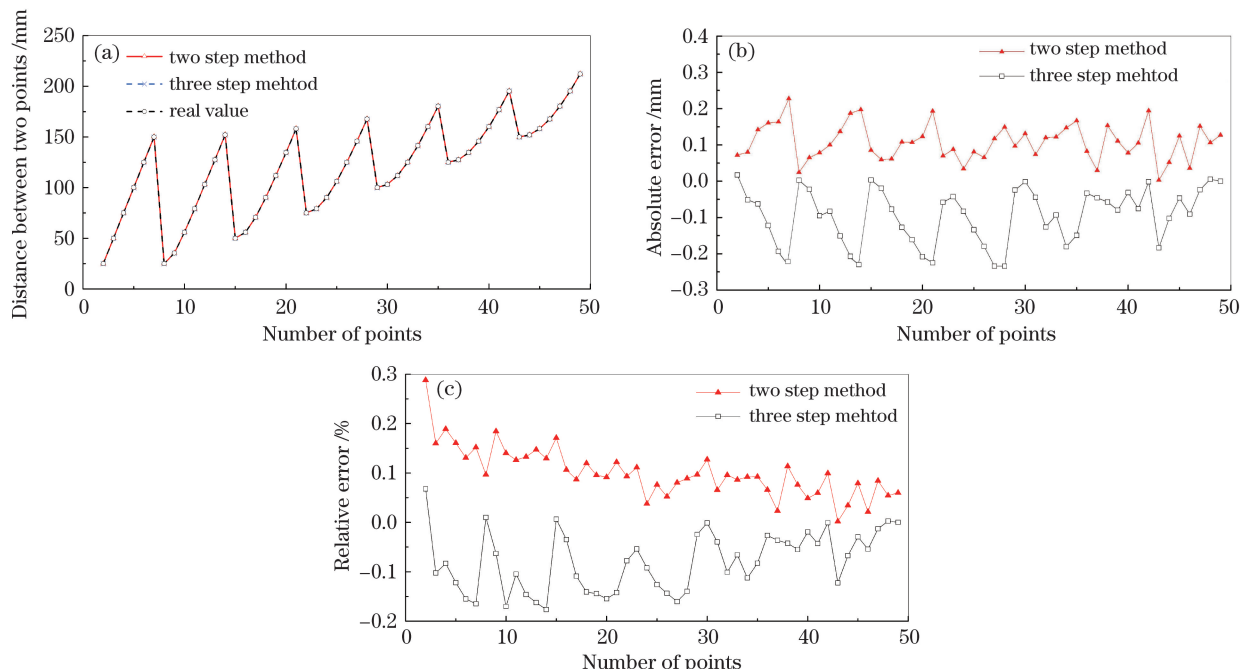


图 5 Halcon 标定板重建结果比较。(a) 长度; (b) 绝对误差; (c) 相对误差

Fig. 5 Comparison of reconstructed results of Halcon calibration board. (a) Length; (b) absolute error; (c) relative error

由表 4 可知,经过第三步优化,48 条线段重建长度的绝对误差均值及最大值、相对误差的均值及最大值均减小,表明三步算法具有更好的标定效果。此外,AB 对角线重建长度误差接近于零,这表明在第三步标定中,AB 对角线作为已知长度进行缩放,相当于外加强制约束使得其与标准长度相等。

### 5.3 自制标定板重建长度比较

为验证本文标定方法的适用性,用打印机打印出圆心距为 35 mm 的实心圆标定板。该自制标定板长为 250 mm,宽为 250 mm,有 49 个直径为 10 mm 的实心圆,左上角的等边三角形的边长为 20 mm。实验时将该标定板摆放 9 种姿态进行图像采集。利用两种方法标定两摄像机的内外参数,对点 1 与其余 48 个点形成的 48 条线段进行长度重建,分析标定误差精度,测量结果如图 6 所示。可见,两种方法对 48 条线段的长度重建结果均与真实值吻合较好。

由图 6(b)可知,两步法重建长度的绝对误差小于 1.0 mm,三步法重建长度的绝对误差小于 0.4 mm,表明三步法标定精度更高。由图 6(c)可知,两步法和三步法对 48 条线段的重建长度相对误差值皆小于 0.4%。48 条线段重建长度的比较及误差分析结果如表 5 所示。

表 5 自制标定板重建长度误差分析

Table 5 Error analysis of reconstructed length of homemade calibration board

Error parameter	Two step method	Three step method
Absolute error of AB diagonal /mm	0.9769	$1.137 \times 10^{-13}$
Relative error of AB diagonal /%	0.3289	$3.828 \times 10^{-14}$
Maximum value of absolute error /mm	0.9769	0.3921
Maximum value of relative error /%	0.3934	0.3812
Average value of absolute error /mm	0.3855	0.1819
Average value of relative error /%	0.2215	0.1386

由表 5 可知,经第三步优化计算,48 条线段重建长度的绝对误差最大值及均值、相对误差最大值及均值均减小;圆心距为 35 mm 的自制标定板的 AB 对角线重建长度绝对误差与相对误差均接近于零。



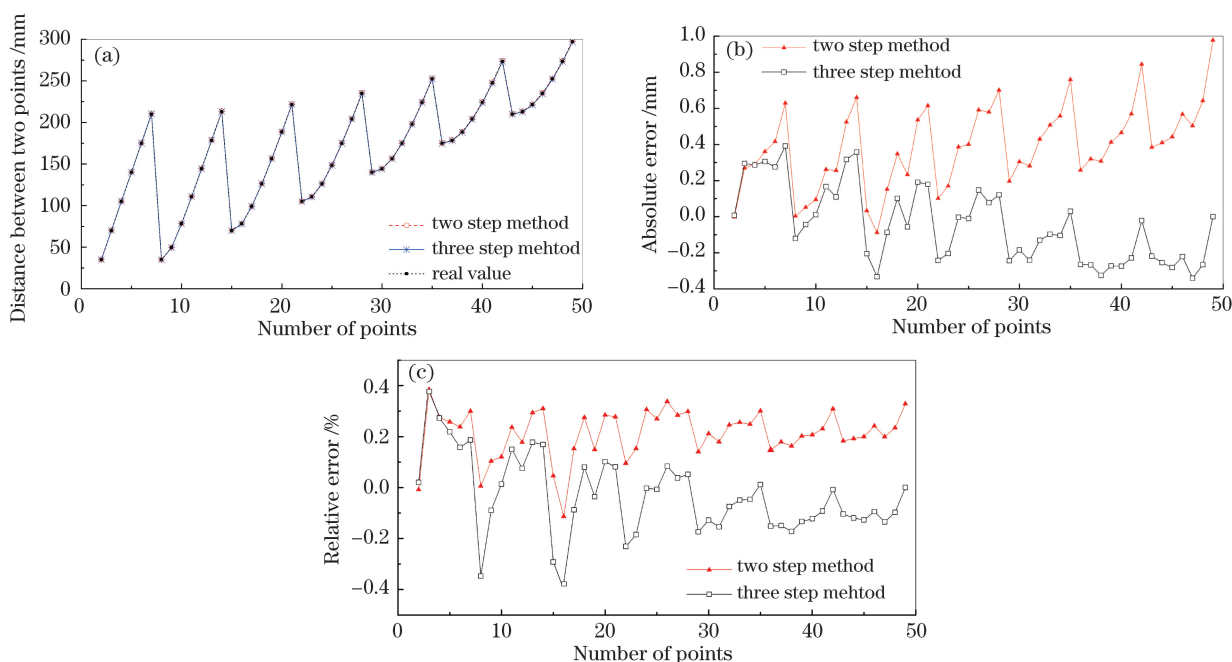


图 6 自制标定板重建长度比较。(a) 重建长度；(b) 绝对误差；(c) 相对误差

Fig. 6 Comparison of reconstructed results of homemade calibration board. (a) Reconstructed length; (b) absolute error; (c) relative error

## 6 结 论

在传统两步标定算法的基础上,提出一种基于实心圆靶标的立体视觉系统三步标定方法,并给出实心圆靶标的圆心标识及排序方法。在该算法基础上,采用 Matlab 语言编译立体视觉系统标定软件。重投影误差分析、Halcon 标定板和自制标定板长度重建比较实验结果表明:所提的立体视觉标定方法具有较高的精度,可实现自动化标定,具有更好的优化效果;同时,商业标定板和自制标定板的长度重建相对误差均值小于 0.13%,满足土木工程领域结构变形测量精度要求。因此,该基于实心圆靶标的立体视觉系统标定方法同时适用于商业标定板和自制标定板,具有工程实用价值。

## 参 考 文 献

- Ye Nan. Key techniques and systems of sheet metal form ability analysis based on machine vision[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010.  
叶 南. 基于机器视觉的板料成形性能分析关键技术及系统实现[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
- Wei G Q, Ma S D. Two plane camera calibration: A unified model[C]. Proceeding of IEEE Conference of Computer Vision and Pattern Recognition, 1991: 133-138.
- Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323-344.
- Weng J Y, Cohen P, Herniou M. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(10): 965-980.
- Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- Bu Penghui, Zhao Hong, Gu Feifei, *et al.* A fully camera calibration method based on planar target [J], Acta Optica Sinica, 2014, 34(10): 1015004.  
卜鹏辉, 赵 宏, 谷飞飞, 等. 一种基于平面靶标的全自动标定方法 [J]. 光学学报, 2014, 34(10): 1015004.
- Liu Zhen, Shang Yanna. Novel calibration method for stereo vision sensor using flexible target [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(3): 0315001.  
刘 震, 尚砚娜. 立体视觉传感器的一种灵活靶标新标定方法 [J]. 光学学报, 2013, 33(3): 0315001.
- Hu Hao, Liang Jin, Tang Zhengzong, *et al.* Global calibration for multi-camera videogrammetric system with large-scale

- field-of-view[J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(2): 370-377.
- 胡 浩, 梁 晋, 唐正宗, 等. 大视场多像机视频测量系统的全局标定[J]. 光学 精密工程, 2012, 20(2): 370-377.
- 9 Zhang Hui, Zhang Liyan, Wei Hu. Three-step calibration for binocular stereo system[J]. China Mechanical Engineering, 2009, 20(16): 1899-1905.
- 张 辉, 张丽艳, 韦 虎. 双目立体测量系统标定的三步法[J]. 中国机械工程, 2009, 20(16): 1899-1905.
- 10 Sun Nan, Zhang Liyan, Ye Nan, *et al.* Calibration of binocular stereo measurement system based on calibration cross[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(4): 0412001.
- 孙 楠, 张丽艳, 叶 南, 等. 基于十字靶标的双目立体视觉测量系统标定[J]. 光学学报, 2012, 32(4): 0412001.
- 11 Wang Ailing, Zhang Zhengyu, Huang Shijie, *et al.* Camera calibration of model displacement videogrammetric measurement in wind tunnel[J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2012, 26(5): 75-77.
- 王爱玲, 张征宇, 黄诗捷, 等. 风洞模型位移视频测量的相机标定[J]. 实验流体力学, 2012, 26(5): 75-77.
- 12 Alvarez L, Salgado A, Sanchez J. Robust detection and ordering of ellipse on a calibration pattern[J]. Pattern Recognition and Image Analysis, 2007, 17(4): 508-522.
- 13 Shan B H, Zheng S J, Ou J P. Free vibration monitoring experiment of a stayed-cable model based on stereovision[J]. Measurement, 2015, 76(12): 228-239.
- 14 Yu Qifeng. Videometrics: Principles and researches[M]. Beijing: Science Press, 2009: 53-71.
- 于起峰. 摄像机测量学原理与应用研究[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 53-71.
- 15 Wei G Q, Dema S. Implicit and explicit camera calibration: Theory and experiment[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1994, 16(5): 469-480.
- 16 Wu Fuchao. Mathematical method in computer vision[M]. Beijing: Science Press, 2008: 46-47.
- 吴福朝. 计算机视觉中的数学方法[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 46-47.
- 17 Zhang Xiubin, Ying Junhao. Intelligent vision detection[M]. Beijing: Science Press, 2009: 55-71.
- 张秀彬, 应俊豪. 视感智能检测[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 55-71.
- 18 Zhang Guangjun. Vision measurement[M]. Beijing: Science Press, 2008: 23-36.
- 张广军. 视觉测量[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 23-36.
- 19 More J. The Levenberg-Marquardt algorithm, implementation and theory[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1978.