

# 一种混合迭代算法在大离焦距离 TIE 相位恢复中的应用

郭怡明<sup>1,2</sup> 张方<sup>1,2</sup> 宋强<sup>1</sup> 朱菁<sup>1</sup> 司徒国海<sup>1</sup> 袁乔<sup>1</sup> 杨宝喜<sup>1</sup> 黄惠杰<sup>1</sup>

<sup>1</sup>中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学与光电技术实验室, 上海 201800

<sup>2</sup>中国科学院大学, 北京 100049

**摘要** 研究了一种基于强度传输方程(TIE)和角谱迭代传播算法的混合迭代算法。通过仿真和实验,对比了 TIE 算法与混合迭代算法在不同离焦距离下的相位恢复效果。结果表明,与 TIE 算法相比,混合迭代算法提升了大离焦距离下的相位恢复精度,同时提高了相位恢复的空间分辨率。该算法为高精度相位恢复提供了解决方案。

**关键词** 测量; 相位恢复; 强度传输方程; 角谱传递函数; 图像处理

**中图分类号** O436 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201636.0912001

## Application of Hybrid Iterative Algorithm in TIE Phase Retrieval with Large Defocusing Distance

Guo Yiming<sup>1,2</sup> Zhang Fang<sup>1,2</sup> Song Qiang<sup>1</sup> Zhu Jing<sup>1</sup>

Situ Guohai<sup>1</sup> Yuan Qiao<sup>1</sup> Yang Baoxi<sup>1</sup> Huang Huijie<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratory of Information Optics and Opto-Electronic Technology, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

<sup>2</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** A hybrid iterative algorithm which combines the transport of intensity equation (TIE) with the iterative angular spectrum propagation algorithm is studied. In the simulations and experiments, the phase retrieval performances by the TIE algorithm and the hybrid iterative algorithm at different defocusing distances are compared. The results indicate that, if compared with those by the TIE algorithm, the accuracy at large defocusing distance and spatial resolution of the phase retrieval by the hybrid iterative algorithm are improved. This algorithm provides a solution to the phase retrieval with high accuracy.

**Key words** measurement; phase retrieval; transport of intensity equation; angular spectrum transfer function; image processing

**OCIS codes** 120.5050; 100.5070; 050.1970; 200.4740

## 1 引言

相位是光学测量领域中的重要信息之一,其与物体表面的深度、形状以及折射率等密切相关。相位恢复技术广泛应用于遥感<sup>[1]</sup>、电子显微镜<sup>[2]</sup>、表面面型<sup>[3]</sup>、水印技术<sup>[4]</sup>、波前探测<sup>[5]</sup>、全息技术<sup>[6]</sup>等领域。由于光的频率太高,目前的图像采集器件(如 CCD 摄像机等)只能记录光波的强度即振幅<sup>[7]</sup>,无法直接记录相位,所以需要利用强度进行相位恢复。

为了得到物体的相位,研究者们提出了多种方法,如强度传输方程等。强度传输方程是一种常见的利用

**收稿日期:** 2016-01-20; **收到修改稿日期:** 2016-04-18

**基金项目:** 国家科技重大专项(2009ZX02205-001)、国家国际科技合作专项(2011DFR10010)、上海市科技人才计划项目(14YF1406300)

**作者简介:** 郭怡明(1992—),女,硕士研究生,主要从事光学设计方面的研究。E-mail: guoym@siom.ac.cn

**导师简介:** 朱菁(1982—),男,博士,副研究员,主要从事高数值孔径光刻技术与光学系统设计方面的研究。

E-mail: zhuj@siom.ac.cn(通信联系人)

强度恢复相位的方法,即利用若干幅离焦图像,通过简单计算得到相位图像<sup>[8]</sup>。1983年,Teague提出了基于傅里叶法的强度传输方程(TIE)。此后,为了提高求解的精度,研究者们在此基础上又提出了格林函数法<sup>[9]</sup>、泽尼克多项式法<sup>[10]</sup>和多重网格法<sup>[11]</sup>。TIE及其改进算法通常选用较小的离焦距离,以避免强度传输时的非线性误差。但是过小的离焦距离会增大图像定位难度,同时增加系统成本。因此,需要找到一个适当的离焦距离。为了增大TIE的离焦距离,可采用多幅图像的方法,但是这种方法需要对多幅图像进行采样,同时还要拟合出图像强度加权系数以解决强度传输时的非线性修正问题,因此系统较为复杂。在相位恢复算法中,迭代算法具有计算精度高和适应能力强的特点,但是其收敛速度较慢。为了克服上述缺点,本文将TIE和角谱迭代传播算法相结合(简称混合迭代算法),实现了较大离焦距离图像的相位恢复。从仿真和实验两方面对混合迭代算法进行了分析,通过与TIE算法进行对比,证明了混合迭代算法的相位恢复效果较好,提高了相位恢复的空间分辨率。

## 2 算法原理

### 2.1 TIE 算法

当波长为定值时,TIE方程为

$$\frac{\partial I(x,y)}{\partial z} = -\frac{\lambda}{2\pi} \nabla_{\perp} [I(x,y) \nabla_{\perp} \varphi(x,y)], \quad (1)$$

式中 $I(x,y)$ 为焦面上的光强, $z$ 为传播距离, $\lambda$ 为光波波长, $\nabla_{\perp}$ 为梯度算子<sup>[8]</sup>, $\varphi(x,y)$ 为焦面上的振幅。

当 $I(x,y)$ 为定值即纯相位图像时,可以将其从(1)式右侧梯度算子中提出,得到

$$-\frac{2\pi}{\lambda I} \cdot \frac{\partial I(x,y)}{\partial z} = \nabla_{\perp}^2 \varphi(x,y), \quad (2)$$

对(2)式两边进行傅里叶变换可得

$$\Phi(u,v) = \frac{F(u,v)}{-4\pi^2(u^2+v^2)}, \quad (3)$$

式中 $\Phi(u,v) = \mathcal{F}[\varphi(x,y)]$ , $F(u,v) = \mathcal{F}\left[-\frac{2\pi}{\lambda I} \cdot \frac{\partial I(x,y)}{\partial z}\right]$ , $\mathcal{F}(\cdot)$ 为傅里叶变换, $u,v$ 是空间频率变量。

当光强 $I(x,y)$ 不是常数时,可以用有限差分法对(1)式等号左边部分进行处理,得到

$$\frac{\partial I(x,y)}{\partial z} \approx \frac{I(x,y,\Delta z) - I(x,y,0)}{\Delta z}, \quad (4)$$

式中 $\Delta z$ 为离焦距离。

图1所示为图像传播示意图,沿光轴( $z$ 轴)方向依次为待恢复相位的物体、负离焦面衍射光强图(简称负离焦面图像)、焦面图像、正离焦面衍射光强图(简称正离焦面图像)。图像两两间隔均为 $\Delta z$ ,焦面到物面距离为 $z$ 。运用有限差分法和TIE公式整理得到

$$-\frac{2\pi}{\lambda} \frac{I(x,y,z+\Delta z) - I(x,y,z-\Delta z)}{2\Delta z} = \nabla_{\perp} [I(x,y,z) \nabla_{\perp} \varphi(x,y,z)]. \quad (5)$$

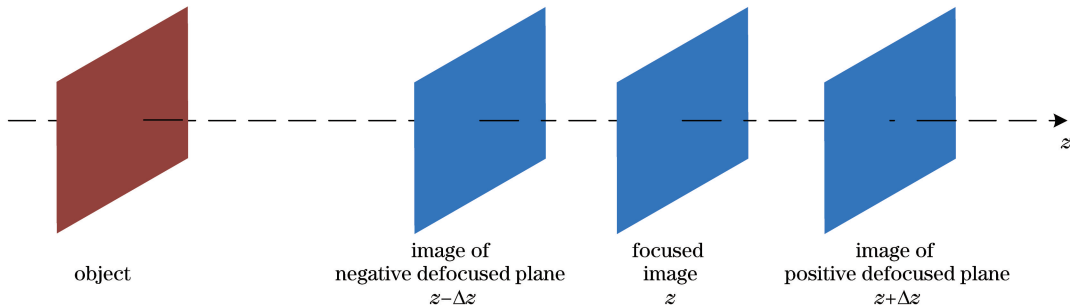


图1 图像传播示意图

Fig. 1 Schematic diagram of image propagation

## 2.2 角谱迭代传播算法

角谱迭代传播算法<sup>[12-14]</sup>示意图如图 2 所示。该算法利用物、像平面之间的关系,通过角谱传递公式,在物平面和像平面上进行正向和逆向的反复迭代来恢复待测面的相位信息。

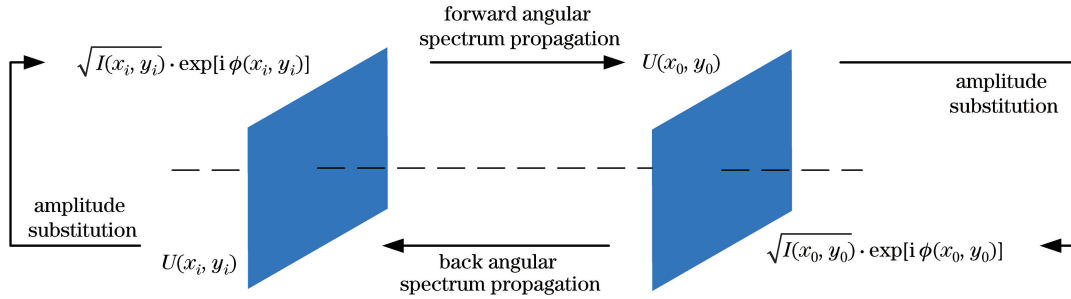


图 2 角谱迭代传播算法示意图

Fig. 2 Schematic diagram of iterative angular spectrum propagation algorithm

角谱传递函数为

$$H = \exp\{ik\Delta z [1 - \lambda^2(f_x^2 + f_y^2)]^{1/2}\}, \quad (6)$$

式中波数  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , 空间频率  $f_x = \frac{m}{L_x}$ 、 $f_y = \frac{n}{L_y}$ ,  $m$ 、 $n$  为采样个数,  $L_x$ 、 $L_y$  分别为  $x$ 、 $y$  方向上的采样长度<sup>[15]</sup>。

## 2.3 混合迭代算法

虽然角谱迭代传播算法对高频和较大离焦距离的相位恢复求解有良好的效果,但当采用随机相位作为初始值时,迭代时间长,收敛速度慢。另外,虽然 TIE 算法对于大离焦距离相位恢复效果不佳,但也能得到一个近似解<sup>[16-17]</sup>。为了提高相位恢复的速度和精度,将 TIE 算法与角谱迭代传播算法相结合,称为混合迭代算法。用 TIE 算法恢复出的相位作为角谱迭代传播算法的初始相位,可以减少迭代次数,提高计算效率。

混合迭代算法的流程图如图 3 所示,  $U_z$ 、 $U_{z+\Delta z}$ 、 $U_{z-\Delta z}$  分别为焦面和正、负离焦面的复振幅,  $\varphi_z$ 、 $\varphi_{z+\Delta z}$ 、 $\varphi_{z-\Delta z}$  分别为焦面和正、负离焦面的相位,  $b_z$ 、 $b_{z+\Delta z}$ 、 $b_{z-\Delta z}$  分别为焦面和正、负离焦面的振幅,  $X_{rms}$  为误差函数值,  $\epsilon$  为预设误差函数值。算法步骤如下。

1) 利用已知的  $z - \Delta z$  处的负离焦面、 $z$  处的焦面和  $z + \Delta z$  处的正离焦面三幅图像,利用 TIE 算法得到焦面初始相位值  $\varphi_z$ , 结合焦面振幅  $b_z$  得到焦面初始复振幅  $U_{z_0} = b_{z_0} \cdot \exp(i\varphi_z)$ 。

2) 利用  $H$  对焦面初始复振幅  $U_{z_0}$  进行角谱传递,传播距离为  $-z$ ,得到物面复振幅  $U_0 = b_0 \cdot \exp(i\varphi_0)$ 。若误差函数值  $X_{rms}$  小于等于  $\epsilon$ ,则相位  $\varphi_0$  为物面的相位分布。若误差函数值  $X_{rms}$  大于  $\epsilon$ ,则将焦面复振幅  $U_{z_0}$  中的  $b_{z_0}$  替换为焦面振幅  $b_z$ ,得到新的焦面复振幅  $U_z = b_z \cdot \exp(i\varphi_z)$ 。

3) 利用  $H$  对  $U_z$  进行角谱传递,传播距离为  $\Delta z$ ,得到正离焦面复振幅  $U_{z+\Delta z} = b'_z \cdot \exp(i\varphi_{z+\Delta z})$ 。将振幅  $b'_z$  替换为正离焦面振幅  $b_{z+\Delta z}$ ,得到  $U'_{z+\Delta z} = b_{z+\Delta z} \cdot \exp(i\varphi_{z+\Delta z})$ 。

4) 利用  $H$  对  $U'_{z+\Delta z}$  进行角谱传递,传播距离为  $-\Delta z$ ,得到新焦平面复振幅  $U_{z_1} = b'_{z_1} \cdot \exp(i\varphi_{z_1})$ 。将振幅  $b'_{z_1}$  替换为焦面振幅  $b_z$ ,得到  $U'_{z_1} = b_z \cdot \exp(i\varphi_{z_1})$ 。

5) 利用  $H$  对  $U'_{z_1}$  进行角谱传递,传播距离为  $-\Delta z$ ,得到负离焦面复振幅  $U_{z-\Delta z} = b''_z \cdot \exp(i\varphi_{z-\Delta z})$ 。将振幅  $b''_z$  替换为负离焦面振幅  $b_{z-\Delta z}$ ,得到  $U'_{z-\Delta z} = b_{z-\Delta z} \cdot \exp(i\varphi_{z-\Delta z})$ 。

6) 利用  $H$  对  $U'_{z-\Delta z}$  进行角谱传递,传播距离为  $\Delta z$ ,得到其复振幅为  $U_{z_0} = b_{z_0} \cdot \exp(i\varphi_z)$ ,重复步骤 2)~5),反复迭代,当误差函数值达到预设误差函数值或者迭代次数达到预设值时,终止迭代。

## 3 仿真及结果分析

分别对 TIE 算法和混合迭代算法进行仿真并对结果进行对比,分析两种算法的优缺点和适用范围。为了评价相位的恢复效果,引入一个误差函数  $\varphi_{rms}$ ,计算公式为

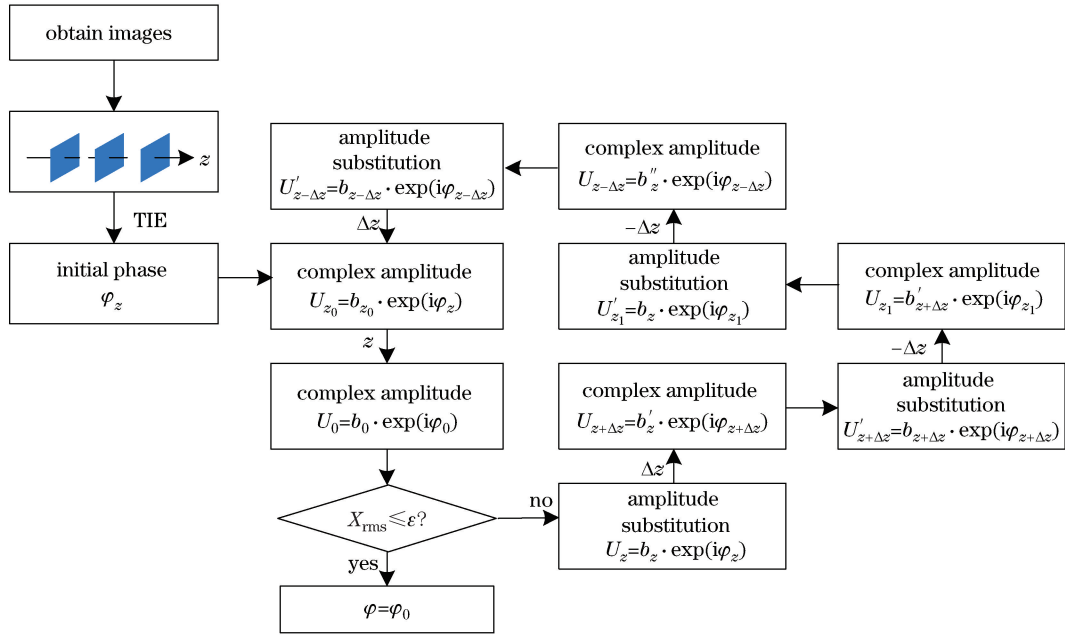


图 3 混合迭代算法流程图

Fig. 3 Flowchart of Hybrid iterative algorithm

$$\varphi_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\varphi_{1i} - \varphi_{2i})^2}{\sum_{i=1}^n \varphi_{2i}^2}} \times 100\%, \quad (7)$$

式中  $\varphi_{1i}$  为理论相位值,即利用 TIE 算法及混合算法得到的相位值; $\varphi_{2i}$  为实际相位值,即仿真中设置的初始物面相位值; $n$  为采样个数。

### 3.1 利用 TIE 算法恢复相位

仿真中,假设物平面为纯相位物体,即设定光强  $I_0(x, y)$  均为 1。将 Lena 图作为相位图,如图 4 所示,其中右侧色度条上不同颜色对应不同的相位值,单位为 rad。图像分辨率为  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ , $x$ 、 $y$  方向的采样长度均为  $7.8 \mu\text{m}$ ,波长为  $633 \text{ nm}$ 。

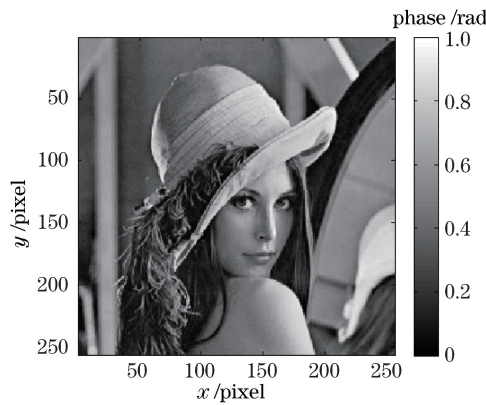


图 4 原始图像

Fig. 4 Original image

利用(6)式中的传递函数  $H$  计算得到  $z$  处的光强  $I_z$ 、 $z - \Delta z$  处负离焦面图像的光强  $I_{z-\Delta z}$  以及  $z + \Delta z$  处正离焦面图像的光强  $I_{z+\Delta z}$ ,如图 5 所示,其中右侧色度条上不同颜色对应不同的相对光强值。

利用  $I_z$ 、 $I_{z-\Delta z}$  和  $I_{z+\Delta z}$  对焦面相位进行求解,再利用传递函数  $H$  得到图 6 所示的物平面相位图,与初始相位图进行比较。



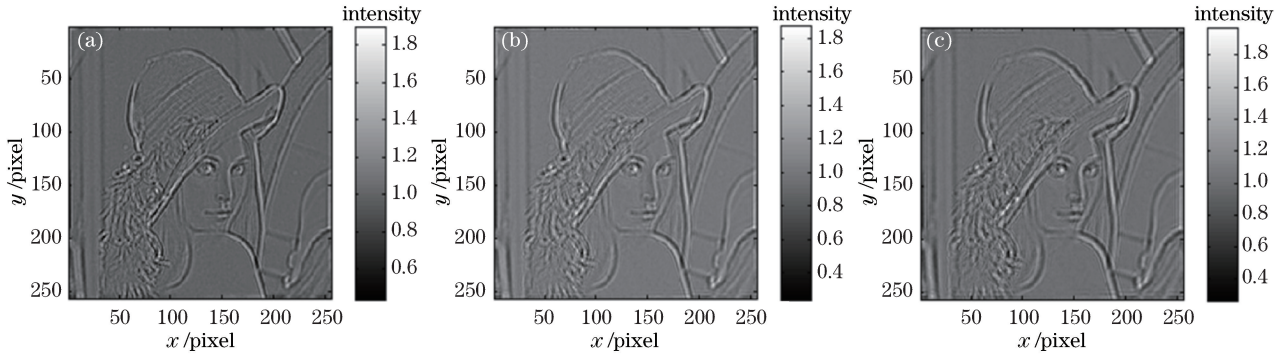


图 5 原始图像传播一定距离后得到的光强图像。(a) 负离焦面图像;(b) 焦面图像;(c) 正离焦面图像  
Fig. 5 Intensity images for original image propagating over a certain distance. (a) Negative defocused image;  
(b) focused image; (c) positive defocused image

在  $z = 300$  mm 条件下,当  $\Delta z = 1$  mm 时,  $\varphi_{\text{rms}} = 7.25\%$ ; 当  $\Delta z = 10$  mm 时,  $\varphi_{\text{rms}} = 13.06\%$ ; 当  $\Delta z = 30$  mm 时,  $\varphi_{\text{rms}} = 15.63\%$ 。比较三个离焦距离下的相位恢复可知,  $\varphi_{\text{rms}}$  随着离焦距离  $\Delta z$  的增加而增大,  $\varphi_{\text{rms}}$  增大表示相位恢复精度下降。这说明 TIE 算法适用于较小离焦距离下的图像相位恢复; 在较大离焦距离下, 有限差分<sup>[8]</sup>的近似计算不再适用, 该算法易造成高频分量丢失, 计算结果出现一定偏差, 相位图像变得模糊。

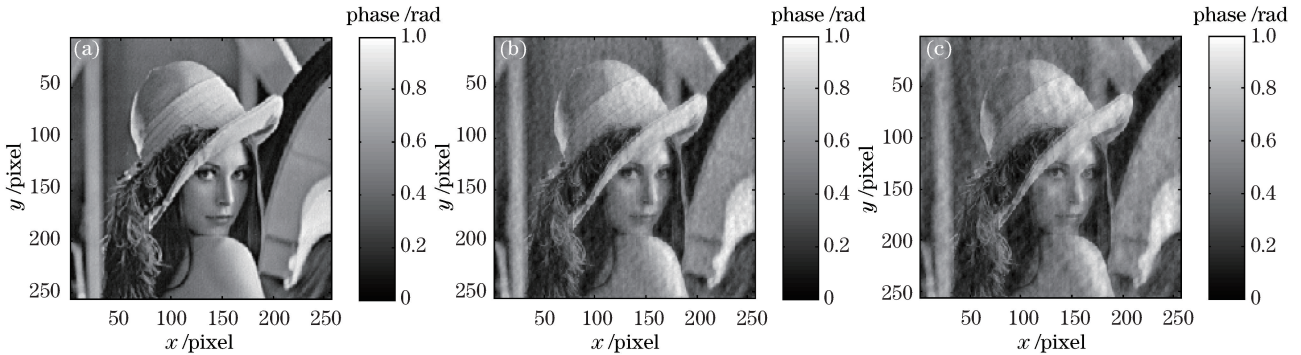


图 6 TIE 算法仿真图像。(a)  $\Delta z = 1$  mm; (b)  $\Delta z = 10$  mm; (c)  $\Delta z = 30$  mm  
Fig. 6 Images from TIE algorithm simulation. (a)  $\Delta z = 1$  mm; (b)  $\Delta z = 10$  mm; (c)  $\Delta z = 30$  mm

### 3.2 利用混合迭代算法恢复相位

采用混合迭代算法,对  $\Delta z = 1$  mm、 $\Delta z = 10$  mm 和  $\Delta z = 30$  mm 三个离焦距离进行相位恢复。同样设定光强  $I_0(x, y)$  均为 1, 将 Lena 图像作为相位图。图像分辨率为  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ ,  $x$ 、 $y$  方向的采样长度均为  $7.8 \mu\text{m}$ , 波长为  $633 \text{ nm}$ 。利用传递函数  $H$  计算得到  $z$  处焦面图像的光强  $I_z$ 、 $z - \Delta z$  处负离焦面的光强  $I_{z - \Delta z}$  和  $z + \Delta z$  处正离焦面的光强  $I_{z + \Delta z}$ 。使用 TIE 算法对  $I_z$ 、 $I_{z - \Delta z}$  和  $I_{z + \Delta z}$  进行求解, 利用图 3 所示的算法流程迭代 200 次得到混合迭代算法恢复的焦面相位, 再利用传递函数  $H$  得到物平面的相位图, 与初始相位图进行比较得到  $\varphi_{\text{rms}}$  随迭代次数变化的曲线图, 结果如图 7 所示。

当  $\Delta z = 1$  mm 时, 仅利用 TIE 算法进行求解, 得到  $\varphi_{\text{rms}} = 7.25\%$ ; 利用混合迭代算法进行求解, 经过 200 次迭代后得到  $\varphi_{\text{rms}} = 2.11\%$ , 误差有所减小, 但差距不大。当  $\Delta z = 10$  mm 时, 仅利用 TIE 算法进行求解, 得到  $\varphi_{\text{rms}} = 13.06\%$ ; 利用混合迭代算法进行求解, 得到  $\varphi_{\text{rms}} = 1.36\%$ 。当  $\Delta z = 30$  mm, 仅利用 TIE 算法进行求解, 得到  $\varphi_{\text{rms}} = 15.63\%$ ; 利用混合迭代算法进行求解, 得到  $\varphi_{\text{rms}} = 1.08\%$ 。从图 7 所示的图像结果和  $\varphi_{\text{rms}}$  的变化曲线中都可以看出: 利用混合迭代算法比仅利用 TIE 算法进行相位恢复效果明显更好。

图 8 对比了两种算法在  $z = 300$  mm 时, 误差函数值  $\varphi_{\text{rms}}$  随离焦距离  $\Delta z$  的变化曲线图。从图中可以看出, 在较小离焦距离 ( $\Delta z$  小于 1 mm) 情况下, TIE 算法与混合迭代算法的  $\varphi_{\text{rms}}$  相近; 但随着  $\Delta z$  增加, 混合迭代算法的  $\varphi_{\text{rms}}$  呈减小趋势, 并远小于 TIE 算法的  $\varphi_{\text{rms}}$ , 即在较大离焦距离下混合迭代算法的相位恢复效果比 TIE 算法好。但混合迭代算法是一个迭代过程, 其计算耗时较 TIE 算法长。因此, TIE 算法更适合较小离焦距离的相位恢复, 而混合迭代算法适用范围更广, 在较大离焦距离中也能有较好效果。在实际应用中, 离

焦距离会受到透镜数值孔径、待恢复相位空间分辨率、电荷耦合元件(CCD)靶面尺寸和分辨率的限制,所以混合迭代算法实际适用距离应该小于理论值。

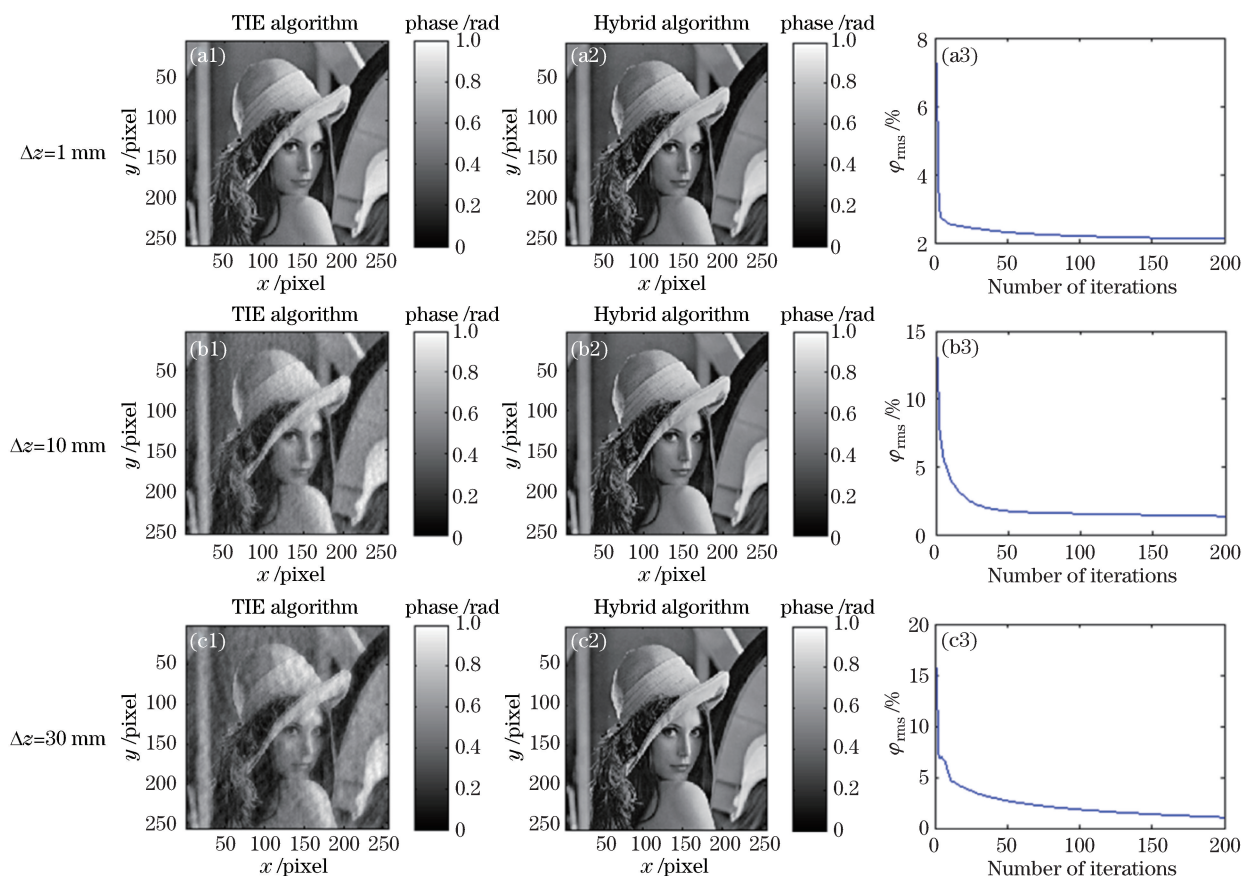


图 7 不同离焦距离下不同算法仿真得到的相位恢复图及  $\varphi_{rms}$  随着迭代次数变化曲线。(a1)(b1)(c1)TIE 算法;  
(a2)(b2)(c2)混合迭代算法;(a3)(b3)(c3) $\varphi_{rms}$

Fig. 7 Phase retrieval images by different algorithms at different defocusing distances and changing of  $\varphi_{rms}$  versus number of iterations. (a1) (b1) (c1) TIE algorithm; (a2) (b2) (c2) Hybrid iterative algorithm; (a3) (b3) (c3)  $\varphi_{rms}$

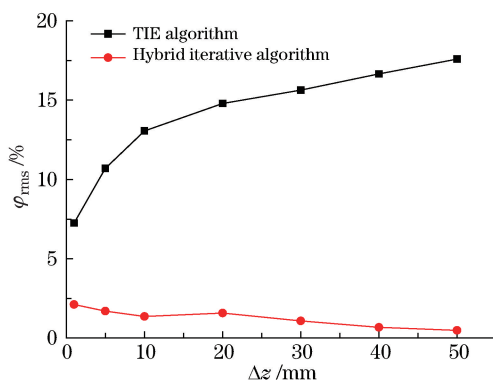


图 8 TIE 算法和混合迭代算法中  $\varphi_{rms}$  随  $\Delta z$  的变化

Fig. 8  $\varphi_{rms}$  versus  $\Delta z$  in TIE algorithm and Hybrid iterative algorithm

## 4 实验及结果分析

### 4.1 实验装置

实验装置示意图和实物图分别如图 9、10 所示,为了保持实验与仿真的一致性,光源需具备单色性好、发散角小、强度分布均匀等特性,因此实验采用激光干涉仪(Verifire XP/D 12"型, ZYGO 公司,美国)中波长

为 632.8 nm 的光源。光束经过光阑和平面镜反射入射到样本上,经过一个四倍焦距系统(简称 4F 系统)成像在 CCD 摄像机(FC-ID130M 型,上海方诚光电科技有限公司,中国)上,以避免移动 CCD 时拍摄的图像尺寸不一致;4F 系统的透镜焦距为 250 mm,口径为 2 inch(5.08 cm)。CCD 摄像机分辨率为 1280 pixel × 1024 pixel,像素尺寸为 5.2 μm,CCD 摄像机固定在移动平台上,平台的移动距离精度为 12.5 μm。

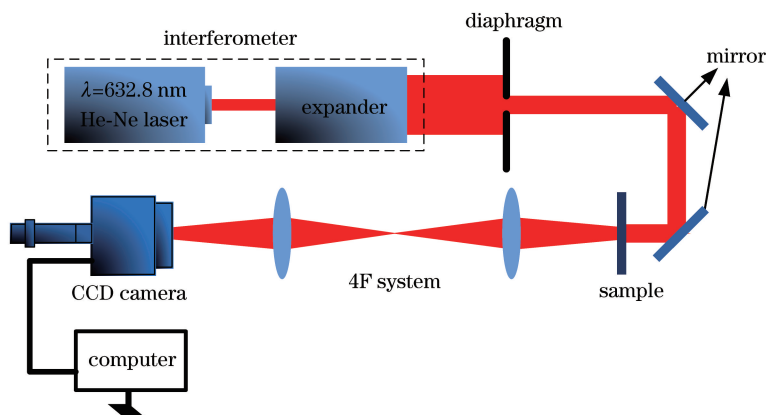


图 9 实验装置示意图

Fig. 9 Schematic diagram of experimental setup

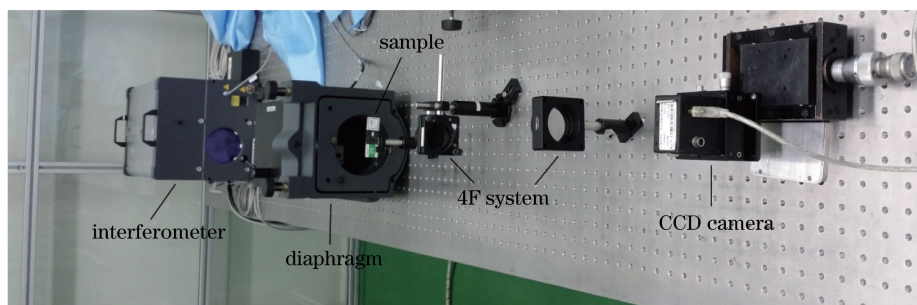


图 10 实验装置图

Fig. 10 Experimental setup

## 4.2 实验过程

调节光路,使得样本在 CCD 摄像机上成清晰像时的光强即为焦面光强。移动平台使 CCD 摄像机可以记录焦面  $z$  处和不同离焦距离  $\Delta z$  处的离焦面图像。当  $\Delta z = 500 \mu\text{m}$  时 CCD 摄像机获取的三幅图像,包括负离焦面、离焦面和正离焦面的光强分布图像,如图 11 所示。

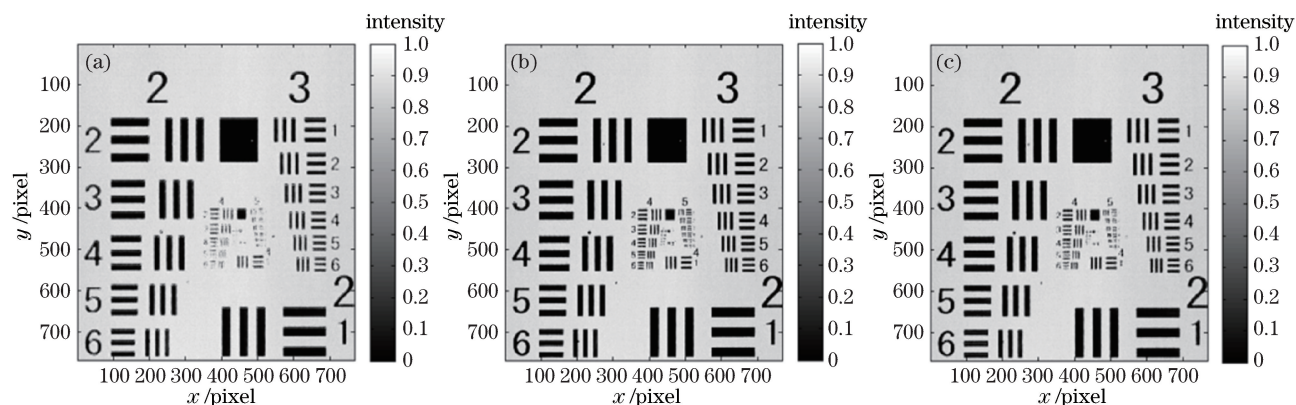


图 11 实验采集图像( $\Delta z = 500 \mu\text{m}$ )。(a)负离焦面图像;(b)焦面图像;(c)正离焦面图像

Fig. 11 Images obtained in experiment ( $\Delta z = 500 \mu\text{m}$ ). (a) Negative defocused image; (b) focused image; (c) positive defocused image



### 4.3 结果分析

为了评价恢复效果,引入一个误差函数  $I_{rms}$ ,计算式为

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (I_{1i} - I_{2i})^2}{\sum_{i=1}^n I_{2i}^2}} \times 100\%, \quad (8)$$

式中  $I_{1i}$  为理论光强值,即利用 TIE 算法及混合算法进行相位传播后得到的光强值; $I_{2i}$  为实际光强值,即实验得到的真实光强值; $n$  为采样个数。对采集的图像信息用 TIE 算法求解得到相位图,并将其作为初始相位,利用混合迭代算法进行求解,得到误差函数  $I_{rms}$  随迭代次数的变化曲线图,迭代次数为 100。利用最终恢复的相位图传播相应的  $\Delta z$  得到正离焦面的光强图像,与图 11(c) 进行比较,得到两者的  $I_{rms}$ 。当  $\Delta z = 500 \mu\text{m}$  时,  $I_{rms} = 7.87\%$ ; 当  $\Delta z = 3000 \mu\text{m}$  时,  $I_{rms} = 11.41\%$ 。图 12 为在不同离焦距离下恢复的相位及光强图,从左至右分别为 TIE 算法恢复相位图、混合迭代算法恢复相位图、由恢复相位图得到的正离焦面光强图和  $I_{rms}$  随迭代次数的变化图。从图 12 可以看到,  $I_{rms}$  随着迭代次数的增加而减小,即利用混合迭代算法恢复的相位精度比 TIE 算法高。

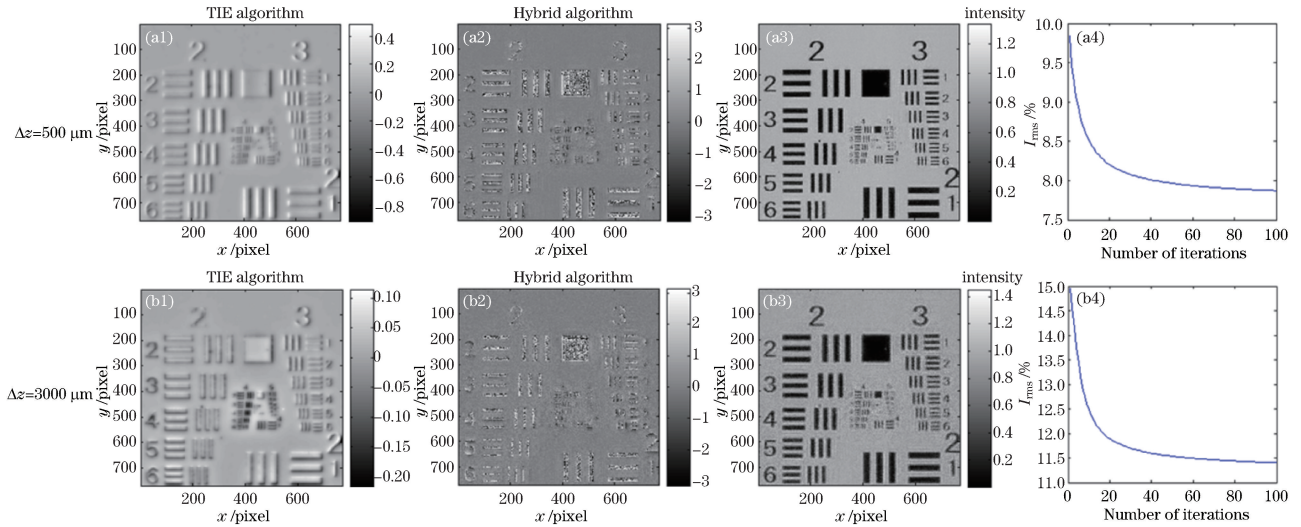


图 12 不同离焦距离下不同算法得到的恢复相位图和光强图以及  $I_{rms}$  随迭代次数的变化。(a1)(b1) TIE 算法;  
(a2)(b2)混合迭代算法;(a3)(b3)混合算法恢复相位图对应的正离焦面光强图;(a4)(b4)  $I_{rms}$

Fig. 12 Retrieval phases and intensity images by different algorithms at different defocusing distances and changing of  $I_{rms}$  versus number of iterations. (a1) (b1) TIE algorithm; (a2) (b2) Hybrid iterative algorithm; (a3) (b3) corresponding intensity images of phase retrieval images by Hybrid iterative algorithm; (a4) (b4)  $I_{rms}$

图 13 所示为 TIE 算法和混合迭代算法恢复的相位分辨率对比。从图中可以看到,在 32 lp/mm 处(即图中小正方形标出的线对),混合迭代算法得到的相位图像仍能分辨出线条,但 TIE 算法已不能分辨。TIE 算法可分辨的最高线对为 25 lp/mm,混合迭代算法可分辨的最高线对为 45 lp/mm,可以看出混合迭代算法恢复的相位分辨率要高于 TIE 算法,说明混合迭代算法对高频分量的求解效果更好,有效地提高了分辨率,使恢复的相位图像更清晰。

### 4.4 植物切片样本

为了进一步探究混和迭代算法在实际物体相位测量中的应用,尝试恢复了南瓜切片样本图像相位。在生物学方面,透明的细胞切片可以看作是一个纯相位的物体。利用图 10 所示的实验装置对南瓜切片进行拍摄,得到焦面及正、负离焦面的三幅衍射光强图像。采用 TIE 算法和混合迭代算法对其进行相位恢复,结果如图 14 所示。从图中可以看出,混合迭代算法对纯相位物体也有较好的恢复效果。

从实验结果可以看出,利用混合迭代算法进行相位恢复时,在较小离焦距离下图像恢复效果与 TIE 算法相近;在较大离焦距离下,图像相位恢复的准确率和分辨率都较 TIE 算法高。

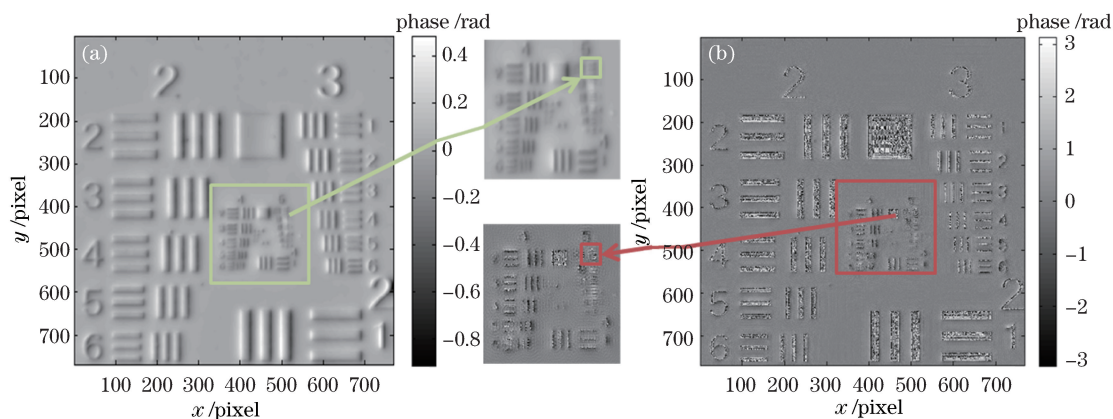


图 13 不同算法得到的相位恢复图的分辨率对比( $\Delta z=500 \mu\text{m}$ )。(a) TIE 算法;(b) 混合迭代算法

Fig. 13 Resolution comparison of phase retrieval images by different algorithms ( $\Delta z=500 \mu\text{m}$ ).

(a) TIE algorithm; (b) Hybrid iterative algorithm

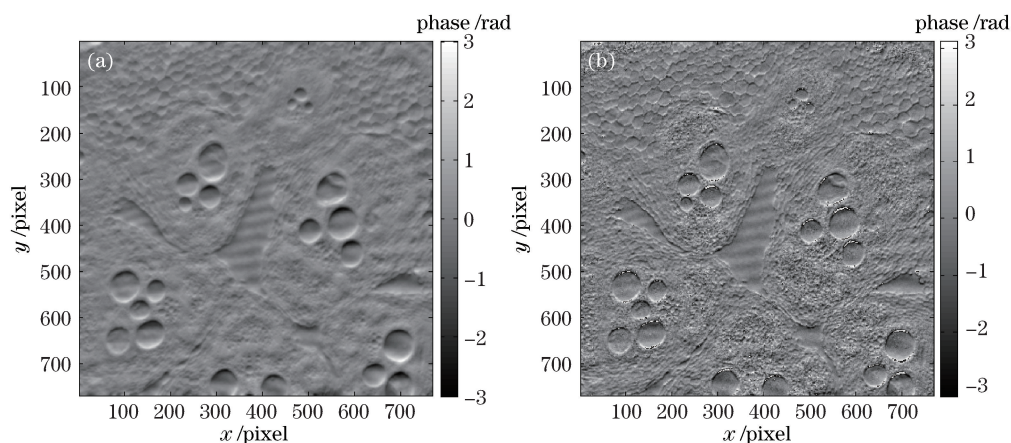


图 14 不同算法下对纯相位南瓜切片的相位恢复图。(a) TIE 算法;(b) 混合迭代算法

Fig. 14 Phase retrieval images of pumpkin section by different algorithms.

(a) TIE algorithm; (b) Hybrid iterative algorithm

## 5 结 论

通过仿真对比了 TIE 算法和混合迭代算法在不同离焦距离下的相位恢复效果,并实际拍摄多幅图像进行了验证。结果表明 TIE 算法在较小离焦距离下的相位恢复效果较好,但在较大离焦距离下相位恢复精度较低。混合迭代算法在较小离焦距离下与 TIE 算法的相位恢复精度相差不大,同时在较大离焦距离下也能得到较高的相位恢复精度。另外,由于混合迭代算法对高频分量有较好的求解效果,所以该算法也能提高图像相位恢复的分辨率。仿真与实验结果说明,混合迭代算法适用的离焦距离范围更广,有利于系统对图像的采集,弥补了 TIE 算法在大离焦距离上相位恢复准确性和分辨率的不足。

**致谢:**感谢中国科学院青年创新促进会的资助。

## 参 考 文 献

- 1 Su Y T, Zhang X D, Gao Q B, *et al.* Particle-based iterative blind receiver for orthogonal frequency-division multiplexing with frequency offset[J]. *Tsinghua Science and Technology*, 2007, 12(6): 678-683.
- 2 Misell D L. A method for the solution of the phase retrieval problem in electronic microscopy[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1973, 6(1): L6-L9.
- 3 Ding L Y, Wu Y L, Li S Y. Surface measurement for long focal length mirror with phase retrieval[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, 39(8): 1431-1437.
- 4 Chen Daqing, Gu Jihua, Zhou Hao, *et al.* An image digital watermarking with phase retrieval algorithm and Fourier



- transformation hologram[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(12): 3310-3316.  
陈大庆, 顾济华, 周 皓, 等. 基于相位恢复的傅里叶变换全息图像数字水印[J]. *光学学报*, 2009, 29(12): 3310-3316.
- 5 Mao H, Wang X, Zhao D Z. Application of phase diverse phase retrieval to wavefront sensing in non-connected complicated pupil optics[J]. *Chinese Optics Letters*, 2007, 5(7): 397-399.
- 6 Wang Yunxin, Wang Dayong, Yang Yishu, *et al.* Application and analysis in the biomedicine field using digital holographic technology[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(2): 0209002.  
王云新, 王大勇, 杨怡姝, 等. 数字全息技术在生物医学成像和分析中的应用[J]. *中国激光*, 2014, 41(2): 0209002.
- 7 Mir M, Bhaduri B, Wang R, *et al.* Quantitative phase imaging[J]. *Progress in Optics*, 2012, 57: 133-217.
- 8 Waller L, Tian L, Barbastathis G. Transport of intensity phase-amplitude imaging with higher order intensity derivatives [J]. *Optics Express*, 2010, 18(12): 12552-12561.
- 9 Frank J, Altmeyer S, Wernicke G. Noninterferometric, non-iterative phase retrieval by Green's functions[J]. *J Opt Soc Am A*, 2010, 27(10): 2244-2251.
- 10 Matrín A V, Allen L J. Measuring the phase of a Bose Einstein condensate[J]. *Physical Review A*, 2007, 76(5): 053606.
- 11 Xue Bindang, Zheng Shiling, Jiang Zhiguo. Phase retrieval using transport of intensity equation solved by full multigrid method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(6): 1514-1518.  
薛斌党, 郑世玲, 姜志国. 完全多重网格法求解光强度传播方程的相位恢复方法[J]. *光学学报*, 2009, 29(6): 1514-1518.
- 12 Huang Lixin, Yao Xin, Cai Dongmei, *et al.* A high accuracy and fast iterative algorithm for phase retrieval[J]. *Chinese J Lasers*, 2010, 37(5): 1218-1221.  
黄利新, 姚 新, 蔡冬梅, 等. 一种快速高精度的相位恢复迭代法[J]. *中国激光*, 2010, 37(5): 1218-1221.
- 13 Gerchberg R W, Saxton W O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures[J]. *Optik*, 1972, 35(2): 237-246.
- 14 Wu Huaqin, Zheng Mingjie, Li Zhifang, *et al.* Vortex phase retrieval for detecting system aberration based on liquid crystal spatial light modulator[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(8): 080701.  
吴华钦, 郑明杰, 李志芳, 等. 基于液晶空间光调制器的涡旋相位恢复检测系统像差[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(8): 080701.
- 15 Liang Li, Yang Ling, Wang Zhongke, *et al.* Two-dimensional phase retrieval based on TIE and accelerate angular spectrum iteration algorithm[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(2): 021002.  
梁 丽, 杨 玲, 王中科, 等. 基于 TIE 和加速角谱迭代算法的二维相位恢复[J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(2): 021002.
- 16 Yue Weirui. Three-dimensional information acquisition and encoding methods for holographic display [D]. Shanghai: Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2015: 28-35.  
岳伟瑞. 用于全息显示的三维场景获取与编码方法[D]. 上海: 中国科学院上海光学精密研究所, 2015: 28-35.
- 17 Zhou Zhisheng, Xiang Libin, Zhang Wenxi, *et al.* Image reconstruction method of Fourier telescope based on iteration [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(5): 0511005.  
周志盛, 相里斌, 张文喜, 等. 基于迭代的傅里叶望远镜图像重构方法[J]. *光学学报*, 2014, 34(5): 0511005.