相对平行直线扫描 CT 滤波反投影图像重建

伍伟文[1,2]　全　超[1]　刘丰林[1,2]

[1]重庆大学光电技术及系统教育部重点实验室，重庆 400044

[2]重庆大学工业 CT 无损检测教育部工程研究中心，重庆 400044

摘要　射线源和探测器作相对平行直线运动的计算机层析成像扫描系统(OPLCT)结构简单，成本低，易于实现便携或可移动的应用需求。该扫描方式的前期研究采用顺序子集-同时迭代重建算法，该算法存在图像重建时间长、不能实现快速成像等问题。从傅里叶积分定理出发，推导 OPLCT 滤波反投影(OPLFBP)图像重建算法。构建的一次直线扫描(1T)图像重建模型属于有限角问题，OPLFBP 算法不能完全重建出目标图像；进一步提出多次线性扫描并构建了两次垂直(2T)和三次圆周均匀分布(3T)的 CT 直线扫描模型。1T、2T 和 3T 模型下的仿真结果表明 OPLFBP 算法正确可行，且 2T、3T 扫描与相似参数下圆周扇束扫描滤波反投影算法得到的重建图像相近。

关键词　成像系统；计算机层析成像；图像重建；相对平行直线扫描；滤波反投影；有限角

中图分类号　TP391　　**文献标识码**　A

doi：10.3788/AOS201636.0911009

Filtered Back-Projection Image Reconstruction Algorithm for Opposite Parallel Linear CT Scanning

Wu Weiwen[1,2]　Quan Chao[1]　Liu Fenglin[1,2]

[1] *Key Laboratory of Optoelectronic Technology and Systems of the Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing* 400044, *China*

[2] *Engineering Research Center of Industrial Computed Tomography Nondestructive Testing of the Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing* 400044, *China*

Abstract　The computed tomography setup for the opposite parallel linear scanning (OPLCT) of X-ray source and detectors is simple in structure and feasible to achieve portability or mobility. The order subset-simultaneous algebraic reconstruction algorithm has been used in the preliminary studies, but its image reconstruction time is too long to realize fast imaging. To address this problem, we proposed a filtered back-projection algorithm for OPLCT (OPLFBP) based on the Fourier's theorem. A single translation (1T) model was constructed for image reconstruction, while this model results in limited angle problem and cannot completely reconstruct the object image using the OPLFBP algorithm. Further, a multiple translation (MT) model was proposed, and meanwhile, models for two orthogonal translations (2T) and three symmetrical translations (3T) were constructed respectively. The simulation results for the 1T, 2T and 3T modes show that the OPLFBP algorithm is effective, and the 2T and 3T scanning modes and the traditional circular scanning mode are comparable in terms of reconstrution time and image quality.

Key words　imaging systems; computed tomography; image reconstruction; opposite parallel linear scanning; filtered back-projection; limited angle

OCIS codes　110.6960; 110.3010; 340.7440

1　引　　言

X 射线计算机层析成像(CT)自问世以来就成为医学影像诊断的关键技术[1]。据资料显示[2]，近几年

收稿日期：2016-05-03；**收到修改稿日期**：2016-05-27

基金项目：国家自然科学基金(61471070)、国家重大科学仪器设备开发专项(2013YQ030629)

作者简介：伍伟文(1991—)，男，博士研究生，主要从事图像重建方面的研究。E-mail：WUW@cqu.edu.cn

导师简介：刘丰林(1969—)，男，博士，研究员，博士生导师，主要从事 CT 技术及系统方面的研究。E-mail：liufl@cqu.edu.cn(通信联系人)

来,X 射线系统需求急剧增长,尤其是在中国、印度及巴西等发展中国家。现有的 CT 系统大都采用圆周轨迹或螺旋轨迹扫描,使得滑环成为 CT 系统中必不可少的关键部件之一。然而滑环系统体积大,导致 CT 系统移动困难,限制了 CT 系统在某些特殊场合的应用,比如石油管道在役检测、海防安检等。此外,复杂的滑环结构及其制造技术使现有 CT 系统价格昂贵,限制了其在发展中国家,特别是偏远地区的进一步推广。因此研究结构简单、低成本、可移动/便携的 CT 系统十分必要。

针对上述问题,2013 年,Liu 等[3-4]基于低成本、可移动/便携的目的提出射线源和平板探测器作相对平行直线运功的 CT 系统(OPLCT),并将扇束下顺序子集-同时迭代图像重建算法(OS-SART)初步应用于 OPLCT。随后又将 OPLCT 扫描模式应用到一种由线阵列射线源和大面积平板探测器组成的微纳分辨全局扫描 CT 系统中[5],其射线源直线扫描运动采用电子扫描方式,单次直线扫描采样过程中射线源、探测器和检测对象之间无相对机械运动,从而避免了振动和运动误差对微纳扫描检测的影响。此前已有一些与直线扫描相关的图像重建算法研究。Smith 等[6]研究了一种 X 射线源分布在一条无限长直线上,探测器垂直中心射线的扇形束滤波反投影(FBP)重建算法,实验表明,该扫描方式与圆周轨迹扫描重建出的结果相当。针对 Smith 提出的模型,2005 年,Sidky 等[7]推导了一种近似重建算法——反投影滤波(BPF)图像重建算法。2006 年,Gao 等[8-10]提出采用大扇角射线源以及大探测器相对固定,物体经过扫描场的扫描模型,并且从傅里叶积分定理直接出发,阐述该模型的特性,即每个探测器对应一个投影视角,每一源位置对应一采样点,最后设计了一种用于安检的直线扫描 CT 系统。Liu 等[11]研究了一种用于石油管道检测的直线扫描 CT 系统,即物体不动,射线源与探测器位置固定并沿直线同向运动,并对该扫描模型下的同时迭代重建算法(SART)进行了探索,设计了一种图形处理器并行化策略以加速 SART。Fu 等[12]研究了多个射线源和多个探测器固定以产生倾斜的锥形 X 射线束,物体沿着直线穿过该视场的成像方式,并将三维滤波反投影(FDK)算法应用于该种扫描方式。针对 Gao 等提出的扫描模型,Zhang 等[13]通过构造一个增广的无约束拉格朗日函数来解决该扫描模型的图像重建问题。上述方法是针对各自特定的模型和应用需求所提出的解决方案。

OPLCT 扇形束下的 OS-SART 算法属于迭代类重建算法,图像重建耗时长[14],难以满足 CT 快速成像的要求。因此,需要研究 OPLCT 解析图像的重建算法。FBP 图像重建算法[15-18]自诞生以来,因其快速、稳定且可靠性高,受到众多学者和 CT 设备制造商的青睐,现代医用 CT 系统大都采用 FBP 图像重建算法,在工业领域 FBP 图像重建算法也被广泛采用。因此,研究适用于相对平行直线扫描模式下的 FBP 重建算法对于 OPLCT 系统快速成像具有重要意义。基于此,本文针对二维平面下的全局扫描推导了针对 OPLCT 的 FBP (OPLFBP)图像重建算法,构建了基于 OPLFBP 算法的一次线性(1T)、二次垂直线性(2T)和三次圆周均匀分布(3T)图像重建模型,最后通过仿真实验验证了 OPLFBP 算法的有效性。

2 OPLCT 模型

OPLCT 模型如图 1 所示,射线源和探测器围绕目标物体作相对平行直线运动。坐标原点 O 在物体中心,射线源 F 运动轨迹直线为 Γ_1,探测器所在直线为 Γ_2,H 为探测器中心。当射线源以速度 v_s 从左向右移动时,探测器以速度 $-\lambda v_s$ 沿相对方向运动。模型中 λ 必须保证探测器中心、物体中心、射线源焦点三点共线。λ 满足以下条件:当 F 移动到 F',相应地 H 移动到 H',设线段 HH' 和 FF' 到 x 轴距离分别为 L 和 D,则

$$\lambda H'H = FF', \tag{1}$$

$$\triangle OHH' \cong \triangle OFF', \tag{2}$$

$$HH'/FF' = HO/FO = L/D。 \tag{3}$$

由(1)~(3)式可得

$$\lambda = L/D。 \tag{4}$$

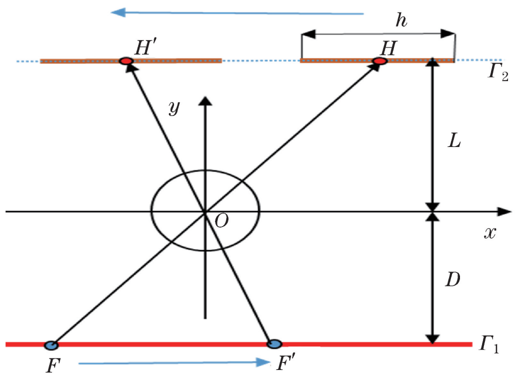

图 1　OPLCT 系统模型

Fig. 1　Schematic of OPLCT model

3　OPLCT 滤波反投影图像重建

3.1　OPLCT 平行束滤波反投影图像重建

如图 2 所示，对任意直线 l，记投影

$$p(a,\theta)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)\delta(x\cos\theta+y\sin\theta-s)\mathrm{d}x\mathrm{d}y,\tag{5}$$

式中 θ 为 l 的垂线与 x 轴正向的夹角，且 $\theta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，即 $|\cos\theta|\neq 0$，s 为原点到射线 l 的距离。为简化探测器结构，以虚拟探测器替代实际探测器，并记 A 为射线 l 与虚拟探测器的交点，且 $AO=a$。(5)式等价于

$$p(a,\theta)=\frac{1}{|\cos\theta|}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)\delta(x+y\tan\theta-s/\cos\theta)\mathrm{d}x\mathrm{d}y,\tag{6}$$

式中 $a=s/\cos\theta$，则(6)式变为

$$p(a,\theta)=\frac{1}{|\cos\theta|}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)\delta(x+y\tan\theta-a)\mathrm{d}x\mathrm{d}y。\tag{7}$$

对(7)式沿探测器方向进行傅里叶变换：

$$p(\zeta,\theta)=\frac{1}{|\cos\theta|}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)\exp[-2\pi\mathrm{i}\zeta(x+y\tan\theta)]\mathrm{d}x\mathrm{d}y=|\sec\theta|F(\zeta,\zeta\tan\theta),\tag{8}$$

式中 $F(\zeta,\zeta\tan\theta)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)\exp[-2\pi\mathrm{i}\zeta(x+y\tan\theta)\zeta]\mathrm{d}x\mathrm{d}y$。(8)式阐明了相对直线轨迹投影数据频域分布特点，如图 3 所示。频域数据呈矩形分布。每一个探测器对应不同的投影视角，每个探测器在一个投影角度下对应一个采样点，与圆周轨迹采样类似。

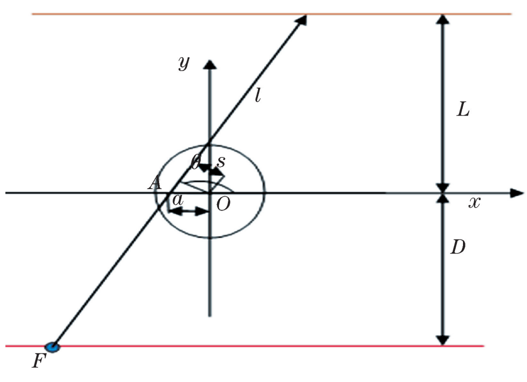

图 2　OPLCT 平行束相对平行直线扫描

Fig. 2　Parallel-beam geometry of OPLCT

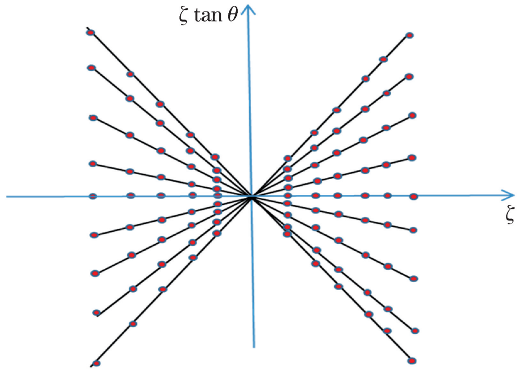

图 3　频域数据分布图

Fig. 3　Distribution of frequency domain data

根据傅里叶积分定理，

$$f(x,y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}F(\xi_1,\xi_2)\exp[2\pi i(x\xi_1+y\xi_2)]d\xi_1 d\xi_2, \tag{9}$$

式中 $\xi_1=\zeta$，$\xi_2=\zeta\tan\theta$，$\theta\in[0,\pi/2)\cup(\pi/2,\pi)$，可知 $\theta\neq\pi/2$，即傅里叶空间中取不到 $\zeta=0$ 直线上除原点外任何点。当扫描轨迹为有限长直线时，投影数据至多能覆盖除 $\zeta=0$ 位置的全部傅里叶空间，单段有限长直线图像重建属于有限角问题，应用滤波反投影类算法不能完全重建出目标图像。OPLCT 扫描模式下上述变换存在意义。根据广义积分，即

$$f(x,y)=\lim_{\varepsilon\to 0^+}\left\{\int_0^{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}\int_{-\infty}^{+\infty}F(\zeta,\zeta\tan\theta)\exp[2\pi i\zeta(x+y\tan\theta)]|\zeta\sec^2\theta|d\zeta d\theta+\right.$$
$$\left.\int_{\frac{\pi}{2}+\varepsilon}^{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F(\zeta,\zeta\tan\theta)\exp[2\pi i\zeta(x+y\tan\theta)]|\zeta\sec^2\theta|d\zeta d\theta\right\}, \tag{10}$$

式中 ε 为任意小的正数，变换用到的 Jacobi 式为

$$J_1=\begin{vmatrix}\dfrac{\partial\xi_1}{\partial\zeta} & \dfrac{\partial\xi_2}{\partial\zeta}\\ \dfrac{\partial\xi_1}{\partial\theta} & \dfrac{\partial\xi_2}{\partial\theta}\end{vmatrix}=|\zeta\sec^2\theta|。$$

将(6)～(8)式代入(10)式，整理可得

$$f(x,y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}p(a,\theta)|\sec\theta|\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}\exp[2\pi i\zeta(x+y\tan\theta-a)]|\zeta|d\zeta\right\}d\theta da。 \tag{11}$$

设 $h(a'-a)=\int_{-\infty}^{+\infty}|\zeta|\exp[2\pi i(a'-a)]d\zeta$，其中 $a'=x+y\tan\theta$，且 $h(a'-a)$ 为斜坡滤波器，(11)式可进一步简化为

$$f(x,y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}|\sec\theta|p(a,\theta)h(a'-a)d\theta da。 \tag{12}$$

(12)式即为平行束 OPLFBP 重建公式。OPLFBP 扫描模式下，对任意位置 θ，对投影数据 $p(a,\theta)$ 加权，加权系数为 $|\sec\theta|$，这是由于采用相对平行直线扫描时，探测器不再垂直于中心射线，对应不同位置倾斜的角度不同，加权系数跟踪变化。

3.2　1T 扇形束 OPLFBP

考虑扇形束情况。如图 4 所示，射线源与探测器所在直线到 x 轴的距离分别为 D 和 L，探测器中心、焦点、物体中心的射线(伪中心射线)与 y 轴正方向夹角为 β，顺时针方向为正方向。$p(x,y)$ 为射线 l' 上任意一点，p' 为 p 沿 x 轴与伪中心射线的交点，射线 l' 交 x 轴于 B，$BO=t$。

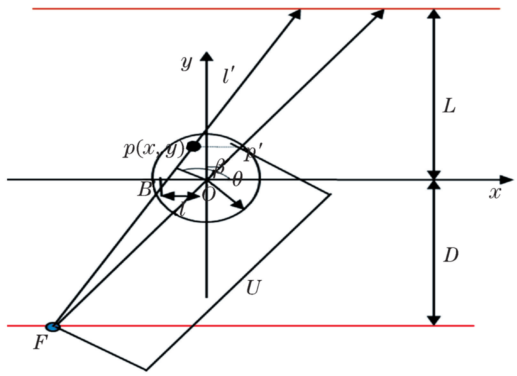

图 4　扇形束相对平行直线扫描图示

Fig. 4　Fan-beam geometry for opposite parallel linear scanning

由图 4 可得

$$\begin{cases}\theta=\pi-\beta-\arctan\dfrac{t\cos^2\beta}{D+t\sin\beta\cos\beta},\\ a=t\end{cases}\tag{13}$$

射线源 F 到 O 的距离 $d=\dfrac{D}{\cos\beta}$，U 为 F 到 p' 的距离，即 $U=d+\dfrac{y}{\cos\beta}$，则(12)式可代换为

$$\mathrm{d}\theta\mathrm{d}a=\frac{d^2}{d^2+2dt\sin\beta+t^2}\mathrm{d}\beta\mathrm{d}t,\tag{14}$$

$$|\sec\theta|=\frac{\sqrt{d^2+2dt\sin\beta+t^2}}{d}|\sec\beta|,\tag{15}$$

$$h(a'-a)=h\left[x+y\tan\left(\pi-\beta-\arctan\frac{t\cos^2\beta}{D+t\sin\beta\cos\beta}\right)-t\right]。\tag{16}$$

化简(16)式可得

$$h(a'-a)=\frac{d^2}{U^2}h(t'-t)。\tag{17}$$

综合(13)～(15)式以及(17)式可得扇形束 OPLFBP 重建公式为

$$f(x,y)=\int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}}\frac{d^2}{U^2}\int_{t_{\min}}^{t_{\max}}\frac{d|\sec\beta|}{\sqrt{d^2+2dt\sin\beta+t^2}}p(t,\beta)h(t'-t)\mathrm{d}t\mathrm{d}\beta。\tag{18}$$

仅对(17)式作详细推导，则

$$\tan\left(\pi-\beta-\arctan\frac{t\cos^2\beta}{D+t\sin\beta\cos\beta}\right)=-\tan\left(\beta+\arctan\frac{t\cos\beta}{d+t\sin\beta}\right),\tag{19}$$

对(19)式应用正切公式，可得

$$\tan\left(\beta+\arctan\frac{t\cos\beta}{d+t\sin\beta}\right)=-\tan\beta-\frac{t}{d\cos\beta},\tag{20}$$

将(20)式代入(16)式，可进一步简化为

$$h(a'-a)=h\left(x-y\tan\beta-\frac{y/\cos\beta+d}{d}t\right)。\tag{21}$$

从图 4 可以看出

$$\frac{d}{U}=\frac{t'}{x-y\tan\beta},\tag{22}$$

将(22)式代入(21)式可得

$$h(a'-a)=h\left[\frac{U}{d}(t'-t)\right]。\tag{23}$$

根据 $h(bx)=\frac{1}{b^2}h(x)$，则(23)式可化简为

$$h(a'-a)=\frac{d^2}{U^2}h(t'-t)。\tag{24}$$

OPLFBP 算法可通过以下步骤实现：

1) 加权：扇形束 OPLCT 投影数据加权，

$$\overline{p}(t,\beta)=\frac{d\,|\sec\beta|}{\sqrt{d^2+2dt\,\sin\beta+t^2}}p(t,\beta);\tag{25}$$

2) 滤波：加权投影数据沿探测器滤波，

$$Q(t,\beta)=\int_{t_{\min}}^{t_{\max}}\overline{p}(t,\beta)h(t'-t)\mathrm{d}t;\tag{26}$$

3) 反投影：滤波后数据反投影到图像，

$$f(x,y)=\int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}}\frac{d^2}{U^2}Q(t,\beta)\mathrm{d}\beta。\tag{27}$$

3.3 多次线性扫描扇形束 OPLFBP

N 次相对平行直线扫描重建公式为

$$f(x,y)=\sum_{i=1}^{N}\int_{\beta_{i\min}}^{\beta_{i\max}}\frac{d_i^2}{U_i^2}\int_{t_{i\min}}^{t_{i\max}}\frac{d_i\,|\sec(\beta_i+\psi_i)|}{\sqrt{d_i^2+2t_id_i\sin(\beta_i+\psi_i)+t_i^2}}\times p(t_i,\beta_i)h(t_i'-t_i)\mathrm{d}\beta_i\,\mathrm{d}t_i,\tag{28}$$

式中 $d_i=\frac{D_i}{|\cos(\beta_i+\psi_i)|}$，$U_i=\frac{D_i+y\cos\psi_i-x\sin\psi_i}{|\cos(\beta_i+\psi_i)|}$，$\psi_i$ 为射线源运动直线与 x 轴正方向夹角，逆时针方向为正，β_i 为伪中心射线沿顺时针方向与 y 轴的夹角。

2T 垂直模型如图 5 所示。2T 模型下 OPLFBP 可写为

$$\begin{aligned}f(x,y)=&\int_{\beta_{1\min}}^{\beta_{1\max}}\frac{d_1^2}{U_1^2}\int_{t_{1\min}}^{t_{1\max}}\frac{d_1\,|\sec\beta_1|}{\sqrt{d_1^2+2d_1t_1\sin\beta_1+t_1^2}}p(t_1,\beta_1)h(t_1'-t_1)\mathrm{d}t_1\mathrm{d}\beta_1+\\&\int_{\beta_{2\min}}^{\beta_{2\max}}\frac{d_2^2}{U_2^2}\int_{t_{2\min}}^{t_{2\max}}\frac{d_2\left|\sec\left(\beta_2+\frac{\pi}{2}\right)\right|}{\sqrt{d_2^2+2d_2t_2\sin\left(\beta_2+\frac{\pi}{2}\right)+t_2^2}}p(t_2,\beta_2)h(t_2'-t_2)\mathrm{d}t_2\mathrm{d}\beta_2,\end{aligned}\tag{29}$$

式中 $d_1=\frac{D_1}{|\cos\beta_1|}$，$U_1=\frac{D_1+y}{|\cos\beta_1|}$，$d_2=\frac{D_2}{\left|\cos\left(\frac{\pi}{2}+\beta_2\right)\right|}$，$U_2=\frac{D_2+x}{\left|\cos\left(\frac{\pi}{2}+\beta_2\right)\right|}$。

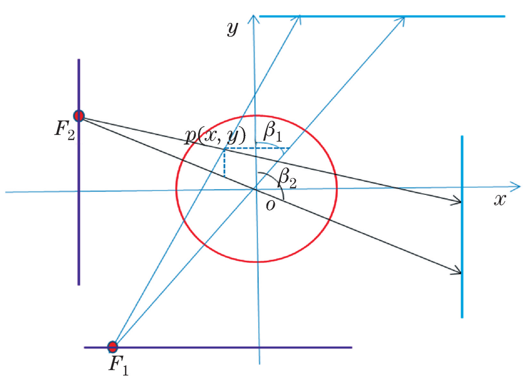

图 5　2T 垂直直线扫描示意图

Fig. 5　Schematic of 2T scan

3T 圆周均匀分布模型如图 6 所示，得到 3T 扫描下的 OPLFBP 重建公式为

$$
\begin{aligned}
f(x,y)=&\int_{\beta_{1\min}}^{\beta_{1\max}}\frac{d_1^2}{U_1^2}\int_{t_{1\min}}^{t_{1\max}}\frac{d_1\left|\sec\beta_1\right|}{\sqrt{d_1^2+2d_1t_1\sin\beta_1+t_1^2}}p(t_1,\beta_1)h(t_1'-t_1)\mathrm{d}t_1\mathrm{d}\beta_1+\\
&\int_{\beta_{2\min}}^{\beta_{2\max}}\frac{d_2^2}{U_2^2}\int_{t_{2\min}}^{t_{2\max}}\frac{d_2\left|\sec\left(\beta_2+\frac{\pi}{3}\right)\right|}{\sqrt{d_2^2+2d_2t_2\sin\left(\beta_2+\frac{\pi}{3}\right)+t_2^2}}p(t_2,\beta_2)h(t_2'-t_2)\mathrm{d}t_2\mathrm{d}\beta_2+\\
&\int_{\beta_{3\min}}^{\beta_{3\max}}\frac{d_3^2}{U_3^2}\int_{t_{3\min}}^{t_{3\max}}\frac{d_3\left|\sec\left(\beta_3+\frac{2\pi}{3}\right)\right|}{\sqrt{d_3^2+2d_3t_3\sin\left(\beta_3+\frac{2\pi}{3}\right)+t_3^2}}p(t_3,\beta_3)h(t_3'-t_3)\mathrm{d}t_3\mathrm{d}\beta_3,
\end{aligned}
\tag{30}
$$

式中 $d_1=\frac{D_1}{\left|\cos\beta_1\right|}$，$U_1=d_1+\frac{y}{\cos\beta_1}$，$d_2=\frac{D_2}{\left|\cos\left(\beta_2+\frac{\pi}{3}\right)\right|}$，$U_2=\frac{D_2+y\cos\frac{\pi}{3}-x\sin\frac{\pi}{3}}{\left|\cos\left(\beta_2+\frac{\pi}{3}\right)\right|}$，$d_3=\frac{D_3}{\left|\cos\left(\beta_3+\frac{2\pi}{3}\right)\right|}$，$U_3=\frac{D_3+y\cos\frac{2\pi}{3}-x\sin\frac{2\pi}{3}}{\left|\cos\left(\beta_3+\frac{2\pi}{3}\right)\right|}$。

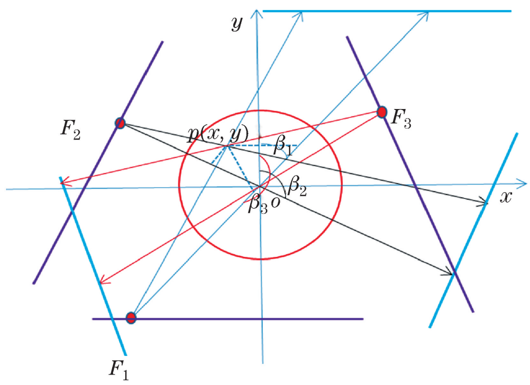

图 6　3T 圆周均匀分布直线扫描示意图

Fig. 6　Schematic of 3T scan

4　仿真实验

4.1　1T 模型

针对推导的 OPLFBP 算法，采用 Shepp-Logan 头骨模型验证其有效性。1T 模型下，扫描角度分别为 30°，45°，60°，90°，120°。射线源移动长度分别为 321.6，497.1，692.8，1200，2078.5 mm。具体参数如表 1 所示。

表 1　1T 扫描参数

Table 1　Parameters in 1T scan

Parameter	Value
Source-to-detector distance $L+D$ /mm	800
Source-to-object distance D mm	600
Diameter of object /mm	141
Detector array length /mm	294
Detector mode	Equi-spatial
Reconstruction matrix	200×200
Pixel size /(mm×mm)	0.5×0.5
Detector pixel size /mm	0.5
Source per translation distance /pixel	4

1T 扫描模型下主要分析投影数据以及重建图像的误差。图 7 所示为物体在投影角度 90°下射线源移动次数 600、探测器个数为 588 时获得的投影数据，投影数据分布与 Gao 等[8]提出的直线扫描模型投影数据分布不同，探测器和射线源采取相对平行直线运动方式，使所需探测器尺寸变小，投影数据分布更加紧密，不需要按照文献[8]对加速算法进行投影数据矫正。但对机械运动的控制精度要求高，否则会导致重建图像出现运动伪影。

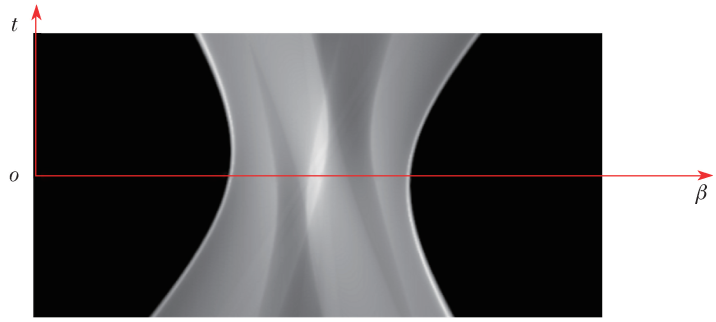

图 7　90°直线扫描投影

Fig. 7　90° OPLCT projection

图 8(a)、图 9(a)为原始图像，图 8(b)～(f)和图 9(b)～(f)为分别采用 OPLFBP 和 OS-SART 算法对应投影角度 30°，45°，60°，90°以及 120°的图像重建结果，OS-SART 的迭代次数 $K=1000$。图 10(a)、(b)分别为 OPLFBP 和 OS-SART 算法水平中心线剖面图。采用归一化均方误差评价重建图像与原始图像之间的差异，其定义为

$$M_{\mathrm{SE}}=\frac{\mathrm{sum}[(f-g)^2]}{N},\tag{31}$$

式中 f 为原始图像，g 为重建图像，N 为图像像素总数。M_{SE}越小，重建误差越小，$M_{\mathrm{SE}}=0$ 表示重建后物体真实地再现测试模型图像。表 2 为 1T 扫描模式下，采用 OPLFBP 和 OS-SART 算法在各投影角度重建图像对应的归一化均方误差。

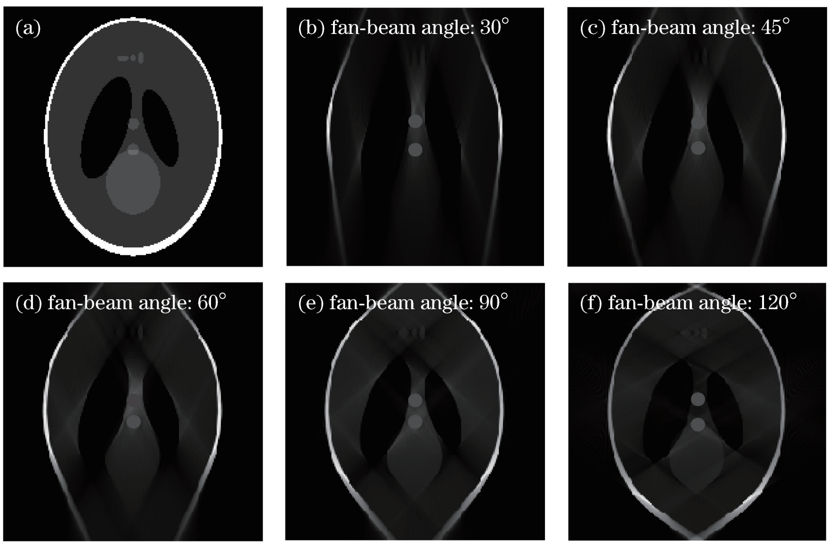

图 8　(a)原始图像以及(b)～(f)1T 模式不同扇束角条件下采用 OPLFBP 算法得到的重建图像

Fig. 8　(a) Original image and (b)-(f) reconstructed images by OPLFBP algorithm under different fan-beam angles in 1T mode

由图 8～10 及表 2 得出，扇束角增大，重建图像误差减小，图像重建质量提高。1T 图像重建属于有限角问题，采用 OPLFBP 算法不可能完全重建出目标图像，总是存在伪影。OS-SART 算法属于迭代类重建算法，在处理有限角问题方面有特殊的优势，从表 2 可以看出 1T 扫描模式下，OS-SART 算法重建图像质量比 OPLFBP 算法获得的图像质量好。

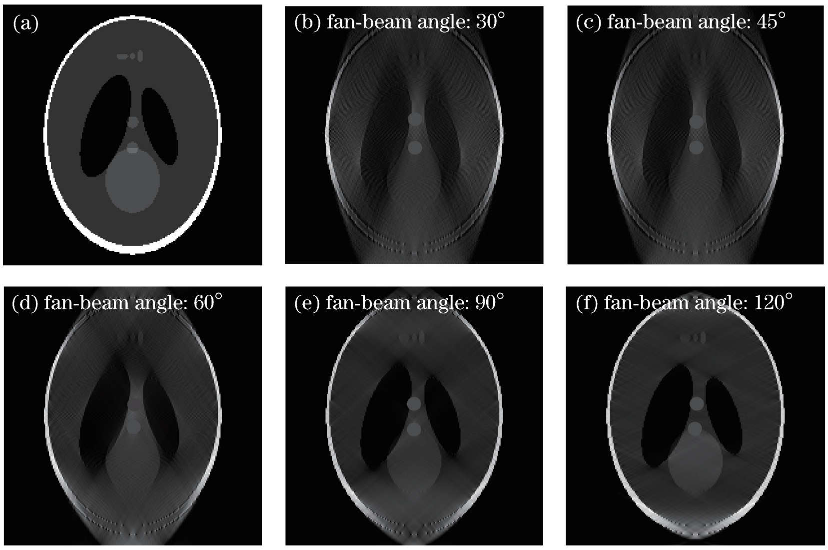

图 9　(a)原始图像以及(b)～(f)1T 模式不同扇束角条件下采用 OS-SART 算法得到的重建图像

Fig. 9　(a) Original image and (b)-(f) reconstructed images by OS-SART algorithm under different fan-beam angles in 1T mode

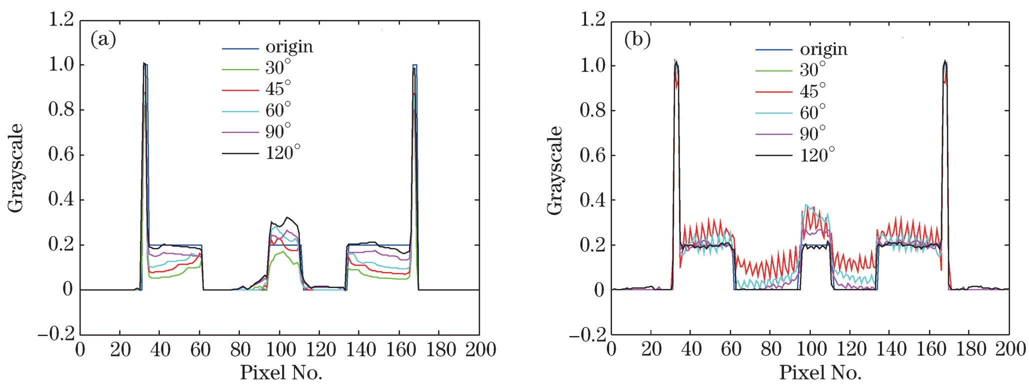

图 10　1T 模式下采用(a)OPLFBP 和(b)OS-SART 算法重建图像的水平中心线剖面图

Fig. 10　Horizontal centerline cross-sections of reconstructed images by (a) OPLFBP algorithm and (b) OS-SART algorithm in 1T mode

表 2　不同角度下的归一化均方误差

Table 2　Mean square error at different angles

Algorithm	M_{SE}				
	30°	45°	60°	90°	120°
OPLFBP	0.0471	0.0413	0.0360	0.0271	0.0227
OS-SART	0.0219	0.0185	0.0152	0.0094	0.0038

4.2　2T 和 3T 模型

针对多次相对平行直线扫描模式，主要讨论 2T 垂直以及 3T 圆周均匀分布模型。2T、3T 扫描时每段探测器长度分别为 200 mm 和 175 mm，扫描角度均为 180°，其余参数参见表 1。

实验结果如图 11、12 所示，图 11(a)为原始图像，图 11(b)为圆周扫描轨迹 180°下采用 FBP 算法的重建图像，图 11(c)、(e)为 2T 模型下每段直线扫描角度 90°分别采用 OPLFBP 和 OS-SART 算法的重建图像，图 11(d)、(f)为 3T 模型下每段直线扫描角度 60°分别采用 OPLFBP 和 OS-SART 算法重建图像。图 12 为图 11 中各图像对应的中心水平线以及垂直线剖面图。图像重建的归一化均方误差如表 3 所示。

表 3　多段和圆周轨迹扫描模式归一化均方误差

Table 3　Normalized mean square error in MT and circular scanning modes

Algorithm	M_{SE} /10^{-4}		
	CS*	2T	3T
OPLFBP	8.7	9.6	9.2
OS-SART		0.042	0.043

* represents circular scanning.

图 11 表明，在 2T 和 3T 扫描模式下，应用 OPLFBP 算法能够重建高质量图像，验证了本文算法的有效性。对比分析图 11(b)与图 11(c)、(d)可知，2T 垂直以及 3T 圆周均匀分布扫描模式下应用 OPLFBP 算法得到的重建图像结果虽然与圆周扇束扫描应用 FBP 算法类似，但相比于后者，前两者在某些方面略显不足。主要原因有：1)射线源为等距移动，导致投影数据分布不均匀，详细分析参见文献[3]；2)如(29)、(30)式所示，OPLCT 对应每一投影位置的投影数据加权权重不同，给计算带来误差。对比图 10(c)、(d)可得 3T 圆周均匀分布平行直线扫描比 2T 垂直平行直线扫描效果好，3T 投影数据相对 2T 更均匀，接近圆周轨迹。

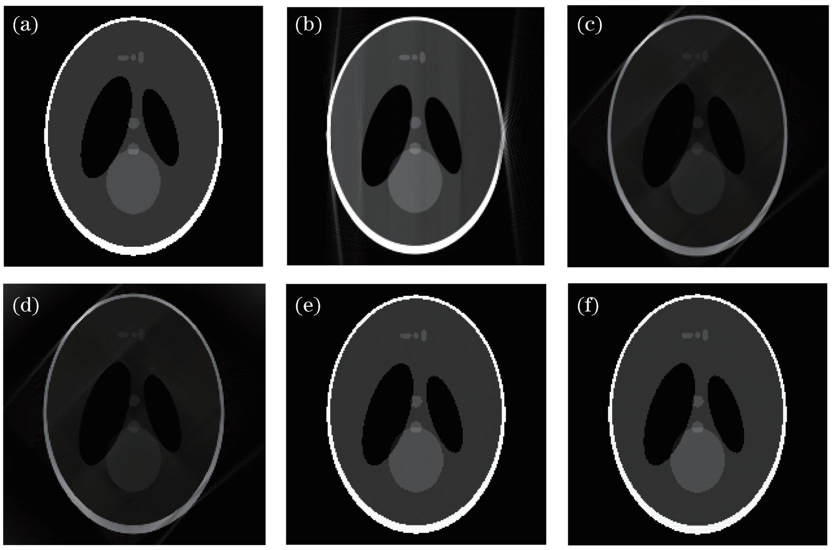

图 11　(a) 原始图像；(b) 圆周轨迹 FBP 算法重建图像；(c) 2T OPLFBP 算法重建图像；(d) 3T OPLFBP 算法重建图像；(e) 2T OS-SART 算法重建图像；(f) 3T OS-SART 算法重建图像

Fig. 11　(a) Original image; (b) reconstructed image using FBP algorithm in circular scanning mode; (c) reconstructed image using OPLFBP algorithm in 2T mode; (d) reconstructed image using OPLFBP algorithm in 3T mode; (e) reconstructed image using OS-SART algorithm in 2T mode; (f) reconstructed image using OS-SART algorithm in 3T mode

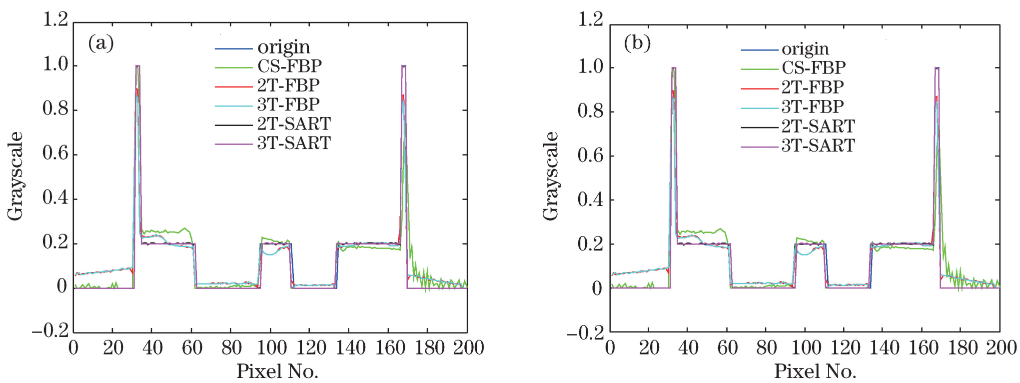

图 12　圆周以及多次线性扫描(MT)模型下重建图像的(a)水平中心线剖面图和(b)垂直中心线剖面图

Fig. 12　(a) Horizontal and (b) vertical centerline cross-sections in MT and circular scanning modes

5 结　论

针对射线源与平板探测器相对平行直线运动的扫描模式下，采用 OS-SART 算法进行图像重建耗时长，难以实现 CT 快速成像的不足，推导了二维平面下快速、稳定、可靠的 OPLFBP 图像重建算法。仿真实验表明，在 1T 扫描模型下，图像重建属于有限角问题，应用 OPLFBP 算法不能完全重建出目标图像，2T 垂直和 3T 圆周均匀分布扫描模型的仿真结果与圆周轨迹扫描模式下采用 FBP 算法得到的结果相似，相同条件下 3T 模型重建结果比 2T 模型好。OPLFBP 算法可以实现 OPLCT 模式下的图像重建，有望应用于低成本、可便携/移动的相对平行直线扫描 CT 系统，推动 CT 系统在发展中国家，尤其在一些偏远地区的进一步发展。

参　考　文　献

1 Fuchs V R, Sox H C, Jr. Physicians' views of the relative importance of thirty medical innovations[J]. Health Affairs, 2001, 20(5): 30-42.

2 周忠喜, 高　原. 医疗器械行业现状与发展前景[J]. 科技视界, 2013(6): 174-176.

3 Wang G, Liu F, Liu F L, *et al*. Top-level design of the first CT-MRI scanner[C]. 12th International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine, 2013: 975-978.

4 Liu F L, Yu H Y, Cong W X, *et al*. Top-level design and pilot analysis of low-end CT scanners based on linear scanning for developing countries[J]. Journal of X-Ray Science and Technology, 2014, 22(5): 673-686.

5 Wang Jue, Liu Fenglin, Zou Yongning. Electronic linear scanning micro-nano focus CT scanning system and method: CN104757988A[P]. 2015-07-08.
王　珏, 刘丰林, 邹永宁. 一种电子直线扫描微纳焦点 CT 扫描系统及方法: CN104757988A[P]. 2015-07-08.

6 Smith B D, Singh T. Fan-beam reconstruction from a straight line of source points[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1993, 12(1): 10-18.

7 Sidky E Y, Zou Y, Pan X C. Volume image reconstruction from a straight-line source trajectory[C]. IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record, 2005, 5: 2441-2444.

8 Gao H W, Zhang L, Xing Y, *et al*. Volumetric imaging from a multi-segments straight-line trajectory and a practical reconstruction algorithm[J]. Optical Engineering, 2007, 46(7): 077004.

9 Gao H W, Zhang L, Chen Z Q, *et al*. Direct filtered-backprojection-type reconstruction from a straight-line trajectory[J]. Optical Engineering, 2006, 46(5): 057003.

10 Gao H W, Zhang L, Chen Z Q, *et al*. Straight-line-trajectory-based X-ray tomographic imaging for security inspections: System design, image reconstruction and preliminary results[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 2013, 60(5): 3955-3968.

11 Liu B, Zeng L. Parallel SART algorithm of linear scan cone-beam CT for fixed pipeline[J]. Journal of X-Ray Science and Technology, 2009, 17(3): 221-232.

12 Fu J, Zhang J, Tan R. A straight-line trajectory tomography method based on multiple tilted X-ray cone-beams[J]. Applied Mechanics & Materials, 2012, 239-240: 238-242.

13 Zhang H M, Wang L Y, Yan B, *et al*. Image reconstruction based on total-variation minimization and alternating direction method in linear scan computed tomography[J]. Chinese Physics B, 2013, 22(7): 078701.

14 Ma Jiming, Zhang Jianqi, Song Guzhou, *et al*. Total variation constrained iterative filtered backprojection CT reconstruction method[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(2): 0234002.
马继明, 张建奇, 宋顾周, 等. 全变分约束迭代滤波反投影 CT 重建[J]. 光学学报, 2015, 35(2): 0234002.

15 Kak A C, Slaney M. Principles of computerized tomographic imaging[M]. New York: IEEE Press, 1988.

16 Natterer F. The mathematics of computerized tomography[J]. Medical Physics, 29(1): 106-108.

17 Rieder A, Faridani A. The semidiscrete filtered backprojection algorithm is optimal for tomographic inversion[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 2004, 41(3): 869-892.

18 Ye Y, Wang G. Filtered backprojection formula for exact image reconstruction from cone-beam data along a general scanning curve[J]. Medical Physics, 2005, 32(1): 42-48.