

锥束 CT 圆加直线轨迹反投影滤波重建算法

李增光 李 磊 韩 玉 席晓琦 闫 镔* 李建新

解放军信息工程大学信息工程学院, 河南 郑州 450002

摘要 针对圆加直线轨迹重建,提出了一种基于 M-line 的反投影滤波重建算法。结合圆加直线轨迹几何特点,给出简洁合适的 M-lines 选取方法;通过求解穿过 M-line 上重建点的 R-line 的端点坐标,确定反投影积分区间,从而推导得到算法的具体重建公式。证明圆加直线轨迹重建区域(圆轨迹平面区域除外)R-line 的唯一性,并求解扫描所需最短的直线轨迹长度。实验结果表明,该算法能够在较大锥角扫描时获得较好的重建结果,明显提高了重建图像质量。

关键词 成像系统; M-line 重建; 差分反投影; 圆加直线轨迹; 锥束 CT

中图分类号 TP391; O434.1 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.0911008

Backprojection Filtering Reconstruction Algorithm for Circle-Plus-Line Trajectory in Cone Beam CT

Li Zengguang Li Lei Han Yu Xi Xiaoqi Yan Bin Li Jianxin

*Institute of Information System Engineering, Information Engineering University of PLA,
Zhengzhou, Henan 450002, China*

Abstract The backprojection filtering reconstruction algorithm is proposed based on M-line for the circle-plus-line trajectory. The concise and appropriate M-line selection method is proposed, combined with the geometrical characteristics of the trajectory. The backprojection integral interval is obtained through solving the R-line coordinates which pass through the reconstructed point on the M-line, and the proposed reconstruction formula is derived. It is proved that the R-line within the reconstruction region for the circle-plus-line trajectory is unique, and the shortest length of the needed line trajectory is solved. Experimental results show that the proposed method can improve reconstruction image quality in large cone-angle scanning.

Key words imaging systems; M-line reconstruction; difference backprojection; circle-plus-line trajectory; cone beam computed tomography

OCIS codes 110.4500; 340.7480; 100.6950

1 引 言

计算机断层成像(CT)技术能够在非接触、不破坏的情况下获得物体内部三维结构信息,目前已广泛应用于工业无损检测和医疗影像诊断等领域^[1-3]。在 CT 系统中,重建算法的研究占有极其重要的地位^[4-5]。圆轨迹锥束扫描具有工程上易于实现、容易控制等优点,已成为 CT 系统应用最为广泛的扫描方式之一。然而,圆轨迹扫描并不能满足精确重建条件^[6],其重建质量受锥角效应影响^[7],当锥角增大时,重建图像两端会出现严重的伪影,成像质量明显变差,进而影响 CT 技术检测效果。

收稿日期: 2016-03-31; **收到修改稿日期:** 2016-05-13

基金项目: 国家自然科学基金(61372172)

作者简介: 李增光(1989—),男,硕士研究生,主要从事锥束 CT 图像重建算法方面的研究。

E-mail: lizengguang8@126.com

导师简介: 李建新(1954—),男,硕士,教授,主要从事成像技术与智能信息处理方面的研究。

E-mail: xdlijianxin@sohu.com

* **通信联系人.** E-mail: yospace@hotmail.com

目前,针对圆轨迹锥角效应问题的研究,依据其是否能够满足精确重建条件可分为两类:1) 依然采用圆轨迹扫描,对圆轨迹重建算法进行改进,通过一些合理的操作处理,减少大锥角重建时的锥束伪影。改进方法有数据重排方法^[8-10]和加权修正方法^[11-12]等。其优点在于能够保留圆轨迹扫描的优点,但依然不能解决圆轨迹扫描数据缺失的问题,当锥角较大时,改进效果受到限制;2) 在圆轨迹扫描的基础上,增加额外的扫描轨迹,使其能够满足精确重建条件,获得完整数据,进行精确重建消除锥角效应。该类方法主要有圆加直线轨迹^[13-15]、双圆加直线轨迹^[16-17]和圆加圆弧轨迹^[18]等。相较于其他轨迹,直线轨迹相对简单、容易控制,更易获得缺失数据,适合轴向较长物体的扫描。另外,圆加直线轨迹扫描可应用于 C-arm 型 CT,为其获得高质量的重建图像质量提供有力支撑。

对圆加直线轨迹重建算法的研究,主要集中在 Katsevich 算法领域^[19],该算法最早针对螺旋轨迹提出,随后 Katsevich 等将其推广到圆加直线轨迹上,其具有滤波反投影形式,算法中 PI 线和构造因子是两个重要的概念,前者决定了重建范围,后者不为零的 Radon 平面为重建做贡献。使用 Katsevich 算法进行精确图像重建时需采用略大于 TD 窗的投影数据。2005 年, Noo 等^[20]提出了 M-line 重建理论,以 M-line 为基本单元进行, M-line 决定了重建和滤波的方向,且其选取灵活,现已扩展到一些其他精确重建轨迹中,如圆加圆弧和双圆加直线轨迹等。相较于 Katsevich 算法, M-line 重建算法在滤波方向选择上更灵活,且其允许更多的截断投影数据,对数据的完备性要求较低。

因此,本文提出了一种基于 M-line 的圆加直线轨迹反投影滤波重建算法,通过结合圆加直线轨迹几何特点,确定了一种简单、方便重建计算的 M-line 选取原则,然后求解穿过重建点的 R-line 的空间直线方程,并确定 R-line 的端点,进而确定反投影积分区间,得到最终的圆加直线轨迹反投影滤波重建算法。且详细给出了实现步骤和具体推导过程,该算法能够有效解决锥角效应问题。在此过程中,确定了穿过每个重建点的 R-line 有且仅有一条。另外,还详细求解了重建所需最短的直线轨迹长度, R-line 唯一性的证明和直线轨迹长度求解对于实际扫描具有重要的指导意义。

2 基于 M-line 的圆加直线轨迹重建算法

2.1 M-line 重建理论

在 M-line 重建理论中,对于确定的扫描轨迹来说, M-line 的定义为仅与其有一个交点的直线,而 R-line 的定义为与其有两个交点的线段。 Noo 等^[20]指出: M-line 上重建点的衰减系数 f 在该 M-line 上的希尔伯特变换值与 M-line 上点的差分反投影密切相关,其中, M-line 决定了希尔伯特变换的方向;而 R-line 确定了反投影的积分区间范围。其具体关系表达式为

$$K^* [w(\lambda_3, x), x] = -\frac{1}{2\pi} [b_a(x, \lambda_3, \lambda_1) + b_a(x, \lambda_3, \lambda_2)], \quad (1)$$

式中 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 是表示光源位置的参数(扫描角度), λ_1, λ_2 的连线为 R-line, λ_3 为 M-line 对应的扫描角度。 $K^*(\cdot)$ 为 M-line 待重建点的希尔伯特变换值,如果已经得到该值,对其进行有限希尔伯特逆变换即可得到重建值, $w(\lambda, x)$ 为待重建点 x 指向射线源点的方向向量,其表达式为

$$w(\lambda, x) = \frac{x - a(\lambda)}{\|x - a(\lambda)\|}, \quad (2)$$

(1)式中 λ_1, λ_2 和 λ_3 分别为扫描轨迹上的三个扫描点, λ_3 为该 M-line 对应的扫描角度, $a(\lambda)$ 为扫描轨迹空间几何位置。 $a(\lambda_1)$ 和 $a(\lambda_2)$ 的连线穿过待重建点 x , 即为穿过该重建点的 R-line。 b_a 与差分反投影之间的关系为

$$b_a(x, \lambda_1, \lambda_2) = b(x, \lambda_1, \lambda_2) + \sum_{q=1}^2 \frac{(-1)^q g[\lambda_q, w(\lambda_q, x)]}{\|x - a(\lambda_q)\|}, \quad (3)$$

式中 $g(\cdot)$ 表示投影数据。 $b(x, \lambda_1, \lambda_2)$ 为 $[\lambda_1, \lambda_2]$ 上待重建点 x 的差分反投影,其具体的表达式与扫描轨迹相关,即

$$b(x, \lambda_1, \lambda_2) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{D \|a(\lambda)\| g_F(\lambda, u, v)}{[(a(\lambda) - x) \cdot e_w]^2} d\lambda, \quad (4)$$

式中 e_w 为平板探测器的法向量, $D(\cdot)$ 表示扫描半径, g_F 表示投影数据导数。

综上, 根据 M-line 重建理论, 可以将其具体实现流程概括为以下几个步骤:

- 1) 选取合适的 M-line, 使其能够覆盖整个待重建物体;
- 2) 求解穿过重建点的 R-line 坐标, 确定差分反投影积分区间, 并求解差分反投影值;
- 3) 利用(1)式求解得到 M-line 上待重建点的希尔伯特变换值;
- 4) 对得到的希尔伯特变换值进行有限希尔伯特逆变换得到最终重建物体。

2.2 M-line 圆加直线轨迹反投影滤波重建算法

2.2.1 圆加直线轨迹成像几何

锥束 CT 系统主要包含射线源、载物台(转台)和探测器三个部分, 其具体工作原理可描述为: 将物体置于载物台上, 由射线源发射 X 射线对物体进行照射; 由探测器接收穿过物体的射线得到一系列的投影数据; 利用投影数据使用重建算法重建出原物体。

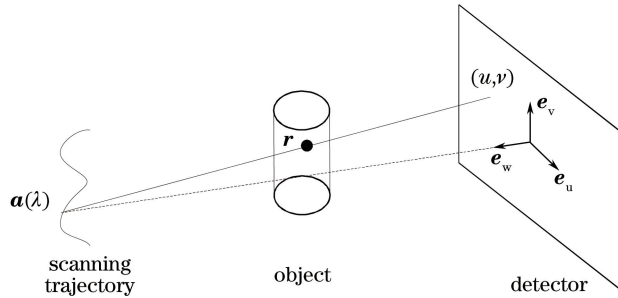


图 1 锥束 CT 扫描示意图

Fig. 1 Sketch map of cone beam CT system

在整个锥束 CT 系统中, 扫描轨迹和坐标系的选择决定了重建时所用到的几何关系。对于圆加直线轨迹可描述为由半径为 R 的圆 C 与垂直于该圆轨迹平面的直线 L 两部分。首先需要建立两个坐标系: 1) 针对圆加直线扫描轨迹和物体空间位置建立的世界坐标系; 2) 探测器坐标系。其中, 探测器坐标系各方向向量如图 1 中 e_v 、 e_w 、 e_u 所示。对于世界坐标系的建立, 如图 2 所示, 以圆轨迹中心 O 为坐标原点, 以 O 与直线轨迹与圆轨迹的垂足连线方向为 x 轴正方向, 以与直线轨迹平行的方向为 z 轴方向, y 轴方向满足右手坐标系。

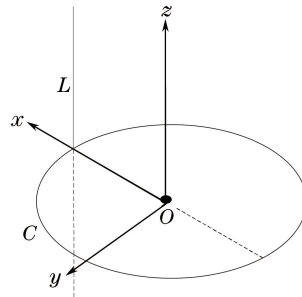


图 2 圆加直线轨迹坐标系示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the circle-plus-line trajectory coordinate system

在该坐标系下, 对圆加直线扫描轨迹几何坐标进行定义。将圆加直线轨迹分为三部分, λ 为对应空间几何坐标唯一变量, 扫描轨迹 $a(\lambda)$ 可表示为

$$a(\lambda) = \begin{cases} \left(R, 0, -\frac{\lambda + 2\pi}{2\pi} z_L \right), & \text{for } \lambda \in [-2\pi, 0] \\ [R \cos(\lambda), R \sin(\lambda), 0], & \text{for } \lambda \in [0, 2\pi] \\ \left(R, 0, \frac{\lambda - 2\pi}{2\pi} z_L \right), & \text{for } \lambda \in [2\pi, 4\pi] \end{cases}, \quad (5)$$

式中 z_L 表示扫描时直线轨迹长度, 对于待重建物体的重建区域范围, 将其视为半径为 r , 高度为 $2H$ 的圆柱

体区域,并将其中心置于坐标系原点。则重建物体区域可以描述为

$$\Sigma = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 < r^2, -H < z < H\}。 \quad (6)$$

显然,直线上半段部分和下半段部分具有对称关系,仅对圆加直线轨迹的上半部分进行具体求解分析,即圆轨迹平面和上半段直线部分。对于下半部分,其具体分析原理和使用方法相同。

2.2.2 M-line 选取方法和差分反投影积分区间求解

在 M-line 重建算法中,其重建和滤波均沿着 M-line 方向进行的,因此选择合适的 M-line 能够使得计算更为简洁方便。结合圆加直线轨迹几何特点,选取一系列垂直于 z 轴的切片作为选取的 M-lines,切片选取如图 3 所示。显然,如此选择的 M-lines 能够覆盖整个重建物体,可以对整个待重建区域进行重建,符合 M-line 重建的要求。

对于 M-line 上的待重建点 x ,必须满足至少有一条 R-line 穿过它。通过求解 R-line 的端点,可以确定差分反投影图像的反投影积分区间。针对圆加直线轨迹,首先假设至少存在一条 R-line 穿过 M-line 上的待重建点 x 。

显然,对于非圆轨迹平面上的物体部分进行重建,其 R-line 的端点必定一个在圆轨迹上,另一个在直线轨迹上。 $a(\lambda)$ 为 M-line 对应的扫描轨迹坐标;而 $a(\lambda')$ 为直线上 R-line 端点坐标; $a(\lambda'')$ 为圆轨迹上 R-line 端点坐标。则其差分反投影区间如图 4 红色区域所示。

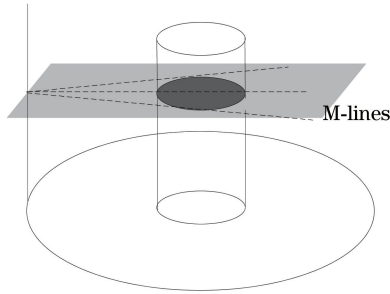


图 3 M-line 选取方法

Fig. 3 Selection method of M-line

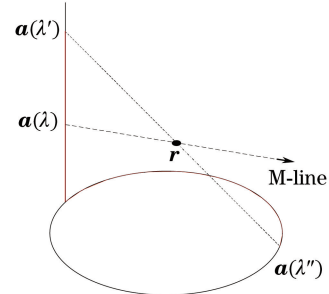


图 4 R-line 确定反投影积分区间

Fig. 4 Differentiated backprojection interval determined by the R-line

求解关于 R-line 空间直线方程的方法获得其对应端点坐标。首先假设已知待重建点 x 在空间直角坐标系下的坐标为 (x_0, y_0, z_0) 。根据圆加直线轨迹几何表达式和各轨迹特点,给出 R-line 的端点坐标为

$$a(\lambda') = (R, 0, z_1), \quad (7)$$

$$a(\lambda'') = [R \cos(\lambda''), R \sin(\lambda''), 0], \quad (8)$$

式中 z_1 和 λ'' 分别为需求解变量。求得 z_1 之后,将其代入(5)式,即可得到直线轨迹上的反投影积分区间。由 R-line 上的两点坐标 (x_0, y_0, z_0) 和 $(R, 0, z_1)$ 即可得到该 R-line 在空间中的直线方程

$$\frac{x - R}{x_0 - R} = \frac{y - 0}{y_0 - 0} = \frac{z - z_1}{z_0 - z_1} = t。 \quad (9)$$

把圆轨迹上的端点坐标代入到(9)式,可得到

$$z_1 = \frac{t}{t - 1} z_0, \quad (10)$$

$$\frac{R \sin(\lambda'')}{y_0} = t, \quad (11)$$

$$\frac{R \cos(\lambda'') - R}{x_0 - R} = t, \quad (12)$$

显然, $z_1 > z_0$, 则从(10)式中可得 $t > 1$ 。联立(11)式和(12)式,可得

$$\frac{y_0^2}{R^2} t^2 + \left[\frac{t(x_0 - R)}{R} + 1 \right]^2 = 1。 \quad (13)$$

进而解得 $t = \frac{2R(R-x_0)}{y_0^2 + (R-x_0)^2}$, 将其代入(10)式, 有

$$z_1 = \frac{2R^2 - 2Rx_0}{R^2 - x_0^2 - y_0^2} \times z_0. \quad (14)$$

将 z_1 的结果带入到(5)式中, 可解得轨迹点 λ' 。对于圆轨迹上点扫描角度 λ'' 的求解, 涉及到三角函数的运算, 将 t 值带入(11)式和(12)式, 得其对应的正弦和余弦值, 然后进行简单的符号判断确定其象限, 进而确定 λ'' 的值。

对于圆加直线轨迹, 从最终求得的 λ' 和 λ'' 结果可以看出, 对于确定的扫描轨迹, 其仅与待重建点 x 的空间几何坐标相关。对于 x , 得到的反投影积分区间 λ' 和 λ'' 均具有唯一值。则对于圆加直线轨迹, 其重建区域 (圆轨迹平面区域除外) 上任意待重建点有且仅有一条 R-line 穿过。将得到的 λ' 和 λ'' 带入(1)式即可得

$$K^* [w(\lambda, x), x] = -\frac{1}{2\pi} [b_a(x, \lambda, \lambda') - b_a(x, \lambda'', 2\pi) - b_a(x, 2\pi, \lambda)]. \quad (15)$$

利用(15)式, 然后沿着 M-line 方向进行有限希尔伯特滤波即可得到重建结果。由于重建和滤波是沿着 M-line 进行的, 得到的重建结果为 M-line 上的采样结果, 因此, 需要对其进行重采样, 得到沿着笛卡尔坐标系下的重建结果。

2.3 求解最短直线长度

在圆加直线轨迹滤波反投影重建算法中, 直线的长度决定了 R-line 的覆盖范围, 而其又决定了可重建物体的区域。对于尺寸大小确定物体的重建, 可以求得其重建所需最短直线段长度, 进而减少采集不必要的投影数据。

对应于圆加直线轨迹的上半部分, 给出的重建物区域为半径为 r , 高度为 H 的圆柱, 利用(14)式求解其对应的最短直线段长度。 z_1 与 z 轴坐标大小成正比例关系, 再结合重建物体的区域范围, 显然只有当 $z_0 = H$ 时, z_1 才能取得最大值。即存在

$$z_1 = \frac{2R^2 - 2Rx_0}{R^2 - x_0^2 - y_0^2} \times z_0 \leq \frac{2R^2 - 2Rx_0}{R^2 - x_0^2 - y_0^2} \times H, \quad (16)$$

又有 $x_0^2 + y_0^2 \leq r^2$, 则有

$$\frac{2R^2 - 2Rx_0}{R^2 - x_0^2 - y_0^2} \times H \leq \frac{2R^2 - 2Rx_0}{R^2 - r^2} \times H. \quad (17)$$

对于(17)式右边部分, 当其取最大值时, z_1 的取值达到最大, 即可得到扫描所需最短的直线段长度。可以看出, 右边取值仅与 x_0 相关, 且成反比例关系, 即当 $x_0 = -r$ 时, 得其最大值。此时的物体点坐标为 $(-r, 0, H)$, 进而可以确定扫描所需的最短直线段长度为

$$z_{\max} = \frac{2HR}{R-r}. \quad (18)$$

通过推导得到直线扫描最短长度的求解公式, 该工作对于实际扫描具有十分重要的意义, 可用于指导实际扫描过程中直线轨迹范围, 减少不必要数据的采集, 进而减少辐射剂量。

3 实验结果与分析

为了检验基于 M-line 的圆加直线轨迹反投影滤波重建算法的有效性, 通过仿真和实际数据实验对该算法进行验证, 并与圆轨迹反投影滤波重建算法进行比较。实验结果表明, 该算法能够有效地提高大锥角时图像的重建质量, 解决了圆轨迹扫描的锥角效应问题。

3.1 仿真实验

仿真实验使用的体模为多层圆盘体模, 实验中各参数的设置为: 圆轨迹上射线源到物体中心的距离为 100 mm, 射线源距离探测器的距离为 200 mm, 圆轨迹上投影数据采样间隔为 1° , 共采集 360 张投影数据。直线轨迹的长度为 60 mm, 采样间隔为 0.01 mm, 共采集 600 张投影数据。使用的探测器探元大小为 0.2 mm, 探测器尺寸为 256 mm \times 256 mm, 重建图像尺寸为 256 mm \times 256 mm \times 256 mm。则仿真实验的重

建锥角约为 15° , 对得到的投影数据分别使用圆轨迹反射影波(BPF)算法和所推导的圆加直线轨迹反投影滤波重建算法进行重建, 结果如图 5 所示。

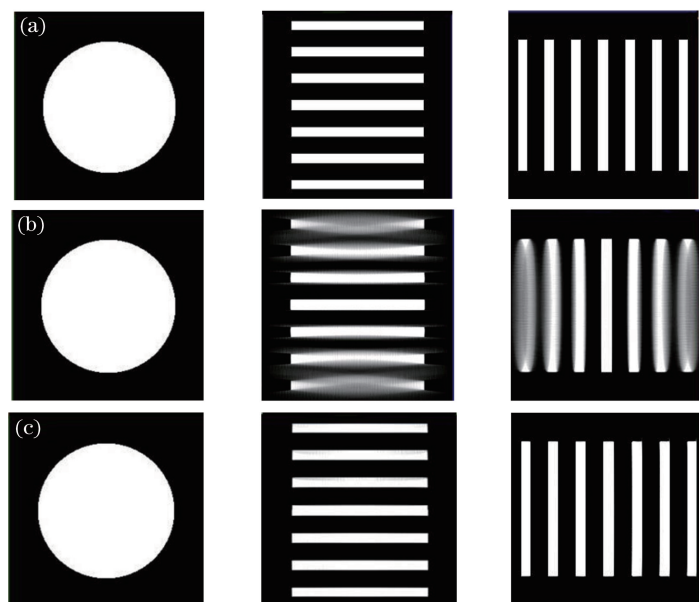


图 5 圆盘体模重建结果。(a)圆盘体模;(b)BPF 算法;(c)本文算法

Fig. 5 Reconstructed images of the disk model. (a) Disk model; (b) BPF algorithm; (c) proposed algorithm

图 5 中从左到右依次为 xy 平面、 yz 平面和 xz 平面切片的重建结果。可以看出, 在大锥角重建时, 圆轨迹 BPF 算法由于采集数据不完备, 其重建图像受锥角效应影响严重, 具体表现为随着轴向距离的增大其重建伪影越来越严重, 重建质量明显下降。而圆加直线轨迹滤波反投影重建, 属于精确重建, 理论上能够完全消除锥角效应的影响, 从结果中可见, 所得的重建图像伪影较少, 重建质量得到明显改善, 能够较好地还原出物体。

为更好地从数值上进行分析, 给出重建结果沿着 z 轴方向的剖线图, 剖线位置位于 $x=128, y=128$ 处。可以看出, 圆轨迹 BPF 算法随着轴向距离的增加, 其与真值误差越来越大; 本文算法的剖线与真值基本吻合, 说明本文算法能够有效地抑制锥角效应, 提高大锥角时的成像质量。

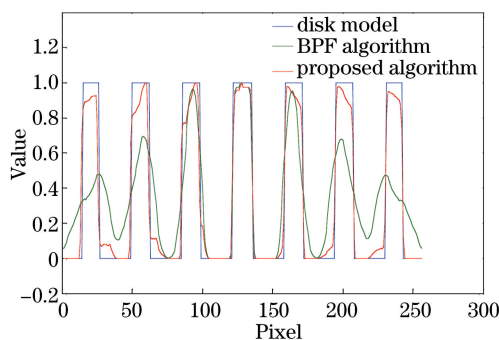


图 6 重建结果剖线图

Fig. 6 Profiles of the reconstruction results

3.2 实际数据实验

为检验处理实际数据时的效果, 利用实验室的锥束 CT 系统对某工业设备连接件进行扫描实验验证。实验采用的射线源是 Hawkeye 130KV, 所用的平板探测器为 Varian 4030E。具体实验参数为: 射线源到旋转中心的距离为 365 mm, 到探测器的距离为 920 mm, 扫描的锥角大小为 19.6° , 在圆轨迹 360° 扫描范围内均匀地采集 720 张投影数据, 采集的直线轨迹长度为 13.20 mm, 在直线轨迹上共采集 1320 张投影数据。重建物体规模为 $880 \text{ mm} \times 880 \text{ mm} \times 1860 \text{ mm}$, 分别使用圆轨迹 BPF 算法和圆加直线轨迹 M-line 算法进行

重建,在三个平面上的切片结果如图 7 所示。

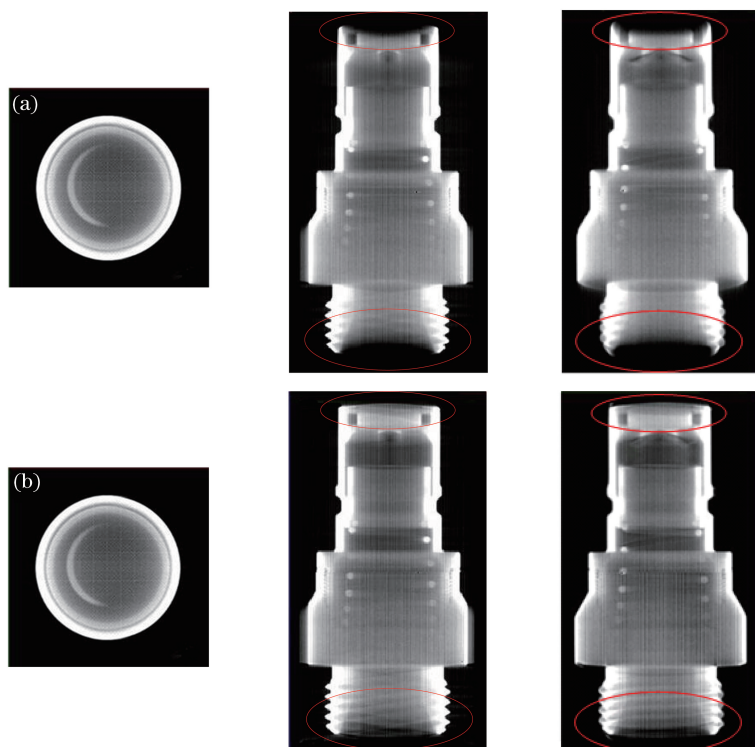


图 7 工业连接件重建结果。(a)BPF 算法;(b)本文算法

Fig. 7 Reconstruction results of industrial connector. (a) BPF algorithm; (b) proposed algorithm

从图 7 可以看出,对于大锥角扫描的实际数据重建,BPF 算法由于受到锥角效应的影响,其轴向方向的重建结果具有明显的伪影,如红色区域所示。重建图像的顶端和低端成像质量变差,不能有效地重建出扫描物体该部分区域信息,严重影响了实际检测效果。这主要是圆轨迹 BPF 算法的轴向距离越大缺失的数据越多造成的;而圆加直线轨迹 M-line 重建算法的成像质量较好,可以明显看出其重建结果几乎不受锥角效应的影响,能够对被扫描物体进行有效检测。充分证明了所提算法能够很好地应用于实际扫描,有效提高大锥角时的重建图像成像量,这对于扩展锥束 CT 扫描应用范围具有重要的实用意义。

4 结 论

为解决单圆轨迹大锥角扫描时锥角效应问题,在圆轨迹扫描的基础上,增加了额外的直线扫描轨迹,使其能够满足精确重建条件,获得完整的投影数据。并针对圆加直线轨迹,提出了一种基于 M-line 的反投影滤波重建算法。对于该算法的实现流程步骤和最终的实现公式均进行了详尽的推导说明。并且讨论了 R-line 的覆盖问题,证明了穿过重建物体的 R-line 具有唯一性,对于确定反投影的积分区间具有重要意义。此外,还推导得到所需最短直线轨迹长度的求解方法,对于实际扫描具有重要的指导意义。最终,通过实验验证了所提算法的有效性。

参 考 文 献

- 1 Hsieh J, Nett B, Yu Z, *et al.* Recent advances in CT image reconstruction[J]. *Current Radiology Reports*, 2013, 1(1): 39-51.
- 2 Han Yu, Li Lei, Yan Bin, *et al.* A half-covered helical cone beam reconstruction algorithm based on the Radon inversion transformation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(5): 58704.
韩 玉, 李 磊, 闫 斌, 等. 一种基于 Radon 逆变换的半覆盖螺旋锥束 CT 重建算法[J]. *物理学报*, 2015, 64(5): 58704.
- 3 Xiao Tiqiao, Xie Honglan, Deng Biao, *et al.* Progresses of X-ray imaging methodology and its applications at Shanghai

- synchrotron radiation facility[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(1): 0100001.
肖体乔, 谢红兰, 邓 彪, 等. 上海光源 X 射线成像及其应用研究进展[J]. *光学学报*, 2014, 34(1): 0100001.
- 4 Du Yang, Liu Xin, Lei Yaohu, *et al.* Low cost and high efficiency method for X-ray phase contrast imaging[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(3): 0334001.
杜 杨, 刘 鑫, 雷耀虎, 等. 低成本高效率 X 射线相衬成像技术研究[J]. *光学学报*, 2016, 36(3): 0334001.
- 5 Ma Jiming, Zhang Jianqi, Song Guzhou, *et al.* Total variation constrained iterative filtered backprojection CT reconstruction method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(2): 0234002.
马继明, 张建奇, 宋顾周, 等. 全变分约束迭代滤波反投影 CT 重建[J]. *光学学报*, 2015, 35(2): 0234002.
- 6 Tuy H K. An inversion formula for cone-beam reconstruction[J]. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1983, 43(3): 546-552.
- 7 Tang Jie, Zhang Li, Xing Yuxiang, *et al.* Data incompleteness in Radon space for circular cone beam reconstruction[J]. *Journal of Tsinghua University (Science & Technology)*, 2006, 46(6): 809-812.
唐 杰, 张 丽, 邢宇翔, 等. 圆轨道锥束重建中 Radon 空间数据缺失[J]. *清华大学学报: 自然科学版*, 2006, 46(6): 809-812.
- 8 Li L, Xing Y, Chen Z, *et al.* A curve-filtered FDK (C-FDK) reconstruction algorithm for circular cone-beam CT[J]. *Journal of X-Ray Science and Technology*, 2011, 19(3): 355-371.
- 9 Wang X, Hu G, Yan B, *et al.* Fast low-dose reconstruction from truncated data in dental CT[J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2013, 60(1): 174-181.
- 10 Grass M, Kohler T, Proksa R. 3D cone-beam CT reconstruction for circular trajectories[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2000, 45(2): 329-347.
- 11 Tang X, Hsieh J, Hagiwara A, *et al.* A three-dimensional weighted cone beam filtered backprojection (CB-FBP) algorithm for image reconstruction in volumetric CT under a circular source trajectory[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2005, 50(16): 3889-3905.
- 12 Yang Hongcheng, Gao Xin, Zhang Tao. DSA cone beam reconstruction algorithm based on backprojection weight FDK [J]. *Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition)*, 2013, 34(2): 190-195.
杨宏成, 高 欣, 张 涛. 基于 FDK 反投影权重的锥束 DSA 重建算法[J]. *江苏大学学报: 自然科学版*, 2013, 34(2): 190-195.
- 13 Zeng G L, Gullberg G T. A cone-beam tomography algorithm for orthogonal circle-and-line orbit[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 1992, 37(3): 563-577.
- 14 Zamyatin A A, Katsevich A, Chiang B S. Exact image reconstruction for a circle and line trajectory with a gantry tilt[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2008, 53(23): 423-435.
- 15 Katsevich A. Image reconstruction for the circle and line trajectory[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2004, 49(22): 5059-5072.
- 16 Yu Z, Wunderlich A, Dennerlein F, *et al.* Line plus arc source trajectories and their R-line coverage for long-object cone-beam imaging with a C-arm system[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2011, 56(12): 3447-3471.
- 17 Lu Y, Yang J, Emerson J W, *et al.* Cone-beam reconstruction for the two-circles-plus-one-line trajectory[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2012, 57(9): 2689-2707.
- 18 Hoppe S, Hornegger J, Dennerlein F, *et al.* Accurate image reconstruction using real C-arm data from a circle-plus-arc trajectory[J]. *International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery*, 2012, 7(1): 73-86.
- 19 Katsevich A. Theoretically exact filtered backprojection-type inversion algorithm for spiral CT [J]. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 2002, 62(6): 2012-2026.
- 20 Pack J D, Noo F, Clackdoyle R. Cone-beam reconstruction using the backprojection of locally filtered projections[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2005, 24(1): 70-85.