双模压缩光量子测距方案

王 希 陈树新 吴德伟 杨春燕 陈 坤 李 响 空军工程大学信息与导航学院,陕西西安 710077

摘要 针对多光子纠缠测距方案量子态的产生和保持困难及量子关联测距中利用光路延迟法进行测距时量程有限的问题,设计了基于双模压缩态和平衡零拍探测的量子测距方案。利用双模压缩光束对应正交分量在同步时关联性最大的性质,对参考信号光电流进行时间延迟实现距离参数的测量,在双平衡零拍探测器对纠缠光束正交分量探测的基础上,分别提出了相关函数估计法、关联噪声估计法和关联矩阵分析法以实现量子测距的延迟时间估计,并进行了相应的理论证明和原理性仿真验证,结果表明,提出的量子测距方案是可行的。 关键词 量子光学;双模压缩态;量子关联噪声;量子测距;平衡零拍探测器 中图分类号 O431 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.0727001

Quantum Ranging Scheme Based on Two-Mode Squeezing Light

Wang Xi Chen Shuxin Wu Dewei Yang Chunyan Chen Kun Li Xiang Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China

Abstract A quantum ranging scheme based on two-mode squeezing and homodyne detector is proposed to avoid the difficulties of generating and maintaining of quantum states in multi-photon entangled ranging schemes and opticaldelay-caused measuring range blocking in quantum correlation distance ranging schemes. Using the character that the two-mode squeezing beams has the largest cross-correlation of the corresponding quadrature of the two modes when the synchronization, the reference photocurrent is delayed to match the signal photocurrent in order to acquire the distance ranging. On the basis of double balanced homodyne detector to detect the quadrature of entangled light beam, the methods of correlation function estimation, correlation noise estimation and correlation matrix analysis are proposed to estimate the delay time, respectively. The theoretical demonstration and simulation verifications show that the proposed quantum ranging scheme has certain feasibility and practical significance.

Key words quantum optics; two-mode squeezing; quantum correlation noise; quantum distance ranging; homodyne detector

OCIS codes 270.5570; 270.2500; 270.6570

1 引 言

测距在诸如导航、定位和引力波测量等系统中扮演重要角色^[1-2]。任何物理量的测量可达到的精度是有限的,就经典精密测量而言,在对仪器缺陷、测量方案不断完善后,其精度可达到散粒噪声极限(SNL)。随着量子技术的发展,利用单光子或多光子纠缠的干涉式测量和基于符合探测的各种测量方法已经能够打破SNL,甚至达到海森伯极限(HL)^[3-6],但这类测量方式大多需要进行光路物理延迟,并且光子纠缠的产生与保持对系统和环境的要求较为严苛,难以实现远距离测量。相比而言,连续变量(CV)纠缠态^[7-8]具有产生的确定性和探测效率高的优势。2003年,Bowen等^[9]提出 CV 纠缠态能够由关联矩阵描述,在实验中通过平衡零拍探测器锁定了待测光与本振光的相对相位,进行了正交分量量子涨落的测量,在频域上对量子关联噪声的相关性进行了分析。随后,Yu 等^[10]通过实验实现了相对相位的扫描测量,也建立了关联矩阵。Takei

导师简介:陈树新(1965-),男,博士,教授,主要从事量子导航方面的研究。

E-mail: chenshuxin68@163.com(通信联系人)

收稿日期: 2016-01-21; 收到修改稿日期: 2016-03-15

基金项目:国家自然科学基金(61573372,61203201)

作者简介: 王 希(1989-),女,硕士研究生,主要从事量子导航方面的研究。E-mail: wisteriawang61@sina.com

等^[11-12]利用傅里叶变换,将频域的关联进行转换,实验测量了 EPR^[13]纠缠光束正交分量之间时域的关联性,同时 Marino 等^[14]进行了 EPR 纠缠可调延迟时间的实验。上述研究证明两路光同步时的关联最大,并随着参考光的延迟而降低,直至完全消失。

本文针对现有的量子测距方案中存在的一些问题,如多光子纠缠测距量子态的产生和保持困难、量子关 联测距采用光路延迟会限制量程等,在满足进近着陆导航需求的前提下,提出一种基于双模压缩光的量子测 距方法。利用一对双模压缩光分别作为测量信号光和本地参考光,用平衡零拍探测系统接收两路光并提取 其正交分量,在延迟参考光电流的同时分析正交分量的关联性,取关联最大时的延迟时间,实现了对两路光 程差的测量。

2 测距方案设计

量子测距得以实现的关键是非经典光源的使用和探测。双模压缩态是一种重要的非经典信号,本质是 一对光束之间正交分量的压缩,其不确定性的压缩表现为纠缠,称为正交分量纠缠,它比经典关联要强很多, 这种量子关联特性的提取可以通过平衡零拍探测器实现。设计方案如图1所示。



图 1 双模压缩量子测距方案

Fig. 1 Quantum ranging scheme based on two-mode squeezing

双模压缩光源产生两路 EPR 纠缠光 \hat{a} 和 \hat{b} ,将 \hat{a} 路光作为测量信号光发射至目标,接收返回信号至平 衡零拍探测器 P_a ,再通过放大器 g 进行放大; \hat{b} 作为参考光留在本地,并输入到平衡零拍探测器 P_b 。平衡 零拍探测器输出的是光电流的量子起伏,通过控制信号光和本振光相位,可以实现 \hat{a} 、 \hat{b} 光束正交分量的提 取。再经过处理模块,对两路光束的正交分量进行关联性分析。由于双模间对应正交分量的良好压缩性,在 没有光程差时,两路振幅分量和相位分量分别为正相关和反相关。但当 \hat{a} 、 \hat{b} 光程差较大时,对应的正交分 量没有关联性,然后对参考光 \hat{b} 的光电流进行时间延迟,再与 \hat{a} 的光电流进行关联性分析,直至出现最大关 联。此时,对 \hat{b} 路信号的延迟时间 τ 就是信号光 \hat{a} 往返目标的时间,从而得到了目标距离 $L = 1/2(c \times \tau)$ 。

3 理论模型

3.1 双模压缩态的产生

从每路光束单独看来,其自身的两个正交分量 X_a 与 Y_a 是不具有压缩性的,只受 Heisenberg 不确定性 关系的约束,具有量子噪声起伏。以真空态为例,图 2(a)和(b)给出了相空间中其正交分量不确定性的表示,其正交分量量子涨落分布在圆圈中。

当 *a*、*b*发生纠缠后,其对应的正交分量之间的不确定性就产生了压缩,图 2(c)和(d)给出正交振幅的涨落在压缩前分布在黑色圆圈中,压缩后分布在椭圆中,这样在压缩方向上的噪声起伏就低于海森伯噪声的起伏。

纠缠态的产生方法很多^[15-16],目前较为普遍的方式是通过光学参量放大器(OPA)实现。由频率为 λ_p 的连续激光源产生的谐振光抽运两个 I 类光学参量放大器,基本光源分别注入平衡零拍探测器作为本振光 λ_1 、注入两个光学参量放大器作为信号光 λ_s 。经过非线性光学参量过程后,两路输出光入射到一个半反半透 镜上进行混合,并将相对相位锁定在 $\pi/2$,至此,产生了一对高度压缩的 EPR 纠缠光。这里, \hat{a} 、 \hat{b} 两路纠缠



图 2 双模压缩态的相空间表示。(a)(b)零点涨落;(c)正交振幅(X_a,X_b)超过零点的涨落为正相关; (d)正交相位(Y_a,Y_b)超过零点的涨落为反相关

Fig. 2 Two-mode squeezing in phase space. (a)(b) Zero point fluctuations; (c) quadrature amplitudes (X_a, X_b) are correlated beyond zero point fluctuations; (d) quadrature phases (Y_a, Y_b) are anti-correlated beyond zero point fluctuations 光在正交振幅分量上的量子涨落是正相关的,在正交相位分量上的量子涨落是反相关的。

图 3(a)给出了在较理想的压缩强度下压缩对正交分量不确定范围的影响,当 X_a 的值确定时,可以推断 出 X_b ,且得到的 X_b 的不确定范围 ∂X_b 非常小。图 3(b)是 \hat{a} 、 \hat{b} 两路信号的正交振幅的涨落,二者可以视为 几乎完全相同的两路真随机信号,具有很强的互相关性。



图 3 (a) 压缩对正交分量不确定范围的影响; (b) 两路信号对应的正交分量涨落

Fig. 3 (a) Effect of squeezing on the quadrature components uncertainty range;

(b) fluctuations of the corresponding quadrature components with two signals

这种压缩体现在观测时间段 T 内 EPR 纠缠的关联噪声的方差为

$$\begin{cases} \langle \delta^2 (\hat{X}_a + \hat{X}_b) \rangle = \langle \delta^2 (\hat{Y}_a - \hat{Y}_b) \rangle = 2 \exp(2r) \\ \langle \delta^2 (\hat{X}_a - \hat{X}_b) \rangle = \langle \delta^2 (\hat{Y}_a + \hat{Y}_b) \rangle = 2 \exp(-2r) \end{cases},$$
(1)

式中 r 是压缩参数,压缩强度越大,关联噪声方差越小。通过采用高精细模清洁器的使用、提高模式锁定精度等增强手段,噪声方差能够压缩到低于散粒噪声极限(散粒噪声基准由相干态为输入时给出),即 5 dB~6 dB^[17-19]。

3.2 正交分量的探测

量子态正交分量的提取可以通过平衡零拍探测器实现^[20]。在一个平衡零拍探测器 P_a 中, \hat{a} 为信号光, \hat{l} 为本地振荡光,它们可以表示为均值和起伏之和 $\hat{a} = \alpha + \delta \hat{a}$, $\hat{l} = l + \delta \hat{l}$ 。经过一个分束器(BS)的耦合产生两路混合信号 \hat{d}_{a1} 及 \hat{d}_{a2} ,

$$\begin{cases} \hat{d}_{a1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{a} - \hat{l} \exp(i\theta) \right] \\ \hat{d}_{a2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{a} + \hat{l} \exp(i\theta) \right] \end{cases},$$
(2)

再经过两个光电探测器分别得到两个光电流 ia1及 ia2, 通过减法器得到光电流之差为

$$i_{a-} = i_{a1} - i_{a2} = \hat{d}_{a1}^{\dagger} \hat{d}_{a1} - \hat{d}_{a2}^{\dagger} \hat{d}_{a2} = \hat{a}^{\dagger} \hat{l} \exp(i\theta) + \hat{l}^{\dagger} \hat{a} \exp(-i\theta) =$$

$$\alpha^{*} l \exp(i\theta) + l^{*} \alpha \exp(-i\theta) + \alpha^{*} \delta \hat{l} \exp(i\theta) + \alpha \delta \hat{l}^{+} \exp(-i\theta) +$$

$$l \delta \hat{a}^{+} \exp(i\theta) + l^{*} \delta \hat{a} \exp(-i\theta),$$
(3)

可以简化为

$$i_{a-} = \alpha l \exp(i\theta) + l\alpha \exp(-i\theta) + l\hat{\delta a^+} \exp(i\theta) + l\hat{\delta a} \exp(-i\theta), \qquad (4)$$

光电流的起伏为

$$\delta^2 i_{-} \rangle = l \delta \hat{a}^+ \exp(i\theta) + l \delta \hat{a} \exp(-i\theta)_{\circ}$$
⁽⁵⁾

相位锁定技术可以将本振光和信号光的相对相位 θ 控制在 0 或 π/2,从而就可以分别固定测量信号的正交 振幅或正交相位分量。当对 â、ô 两路的光场进行探测时,两个平衡零拍探测器产生的输出分别为

$$i_{a-} = \alpha l \exp(i\theta) + l\alpha \exp(-i\theta) + l\delta\hat{a}^{+} \exp(i\theta) + l\delta\hat{a} \exp(-i\theta)$$
(6)

$$(i_{b-} = \beta l \exp(i\theta) + l\beta \exp(-i\theta) + l\delta b^{+} \exp(i\theta) + l\delta b \exp(-i\theta)$$

则其光电流涨落分别为

$$\begin{cases} \langle \delta^2 i_{a-} \rangle = l \delta \hat{a}^+ \exp(\mathrm{i}\theta) + l \delta \hat{a} \exp(-\mathrm{i}\theta) = \begin{cases} l \delta \hat{X}_a, \theta = 0\\ l \delta \hat{Y}_a, \theta = \pi/2 \end{cases} \\ \langle \delta^2 i_{b-} \rangle = l \delta \hat{b}^+ \exp(\mathrm{i}\theta) + l \delta \hat{b} \exp(-\mathrm{i}\theta) = \begin{cases} l \delta \hat{X}_b, \theta = 0\\ l \delta \hat{Y}_b, \theta = \pi/2 \end{cases} \end{cases}$$

$$(7)$$

通过参考光和信号光之间相位 θ 的控制,可以实现信号光正交振幅或正交相位分量涨落的测量。平衡 零拍探测器可为光场正交分量关联性的探测提供基本的方法。

4 参数估计方法及结果分析

正交分量的相关性可以表示为

$$R_{X_{a}X_{b}}(\tau) = \langle \hat{X}_{a}(t)\hat{X}_{b}(t+\tau)\rangle = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \hat{X}_{a}(t)\hat{X}_{b}(t+\tau)d\tau, \qquad (8)$$

式中[0,*T*]是观测时间, $R_{Y_aY_b}(\tau)$ 等的定义相同。这个相关可以体现在正交分量 $\hat{X}_a(t)$ 和 $\hat{X}_b(t+\tau)$ 的量子 涨落的互相关上,也可以体现在正交振幅差或相位和的关联噪声中,即 δ^2 [$\hat{X}_a(t) - \hat{X}_b(t+\tau)$]与 δ^2 [$\hat{Y}_a(t) + \hat{Y}_b(t+\tau)$],就可以通过这两种方法来进行延迟时间参量的估计。

1) 相关函数估计法

相关函数可以通过对 â、ô 的正交分量采样后直接进行互相关运算得到,

$$G_{X_a X_b}(\tau) = \langle \delta \hat{X}_a(t) \delta \hat{X}_b(t+\tau) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \delta \hat{X}_a(t) \delta \hat{X}_b(t+\tau) d\tau, \qquad (9)$$

则延迟时间估计为相关函数为最大时的延迟时间值,

$$\tilde{\tau} = \max G_{X_a X_b}(\tau) , \qquad (10)$$

图 4 是模拟两组随机数据的互相关函数产生关联峰的示意图。

2) 关联噪声分析法

振幅差和相位和的关联也能够说明两路对应正交分量的关联性,在两路信号一致的时刻可以明显测量 到噪声会低于散粒噪声极限 X_{SNL},根据(1)式可知,在理想压缩情况下 r→∞时,

$$\langle \delta^2(\hat{X}_a - \hat{X}_b) \rangle = \langle \delta^2(\hat{Y}_a + \hat{Y}_b) \rangle = 2\exp(-2r) < X_{\text{SNL}}, \qquad (11)$$

这也表明了,压缩强度r越大,信号关联性越强。下面以正交振幅分量为例,选取关联方差最小值对应的时间作为延迟时间,图5给出了采用正交振幅关联噪声进行延迟时间估计的示意图。

当信号光与参考光强度相当时,此方法较为适用。而当探测距离较长,信道损耗较大时,信号光的强度 会有衰减,当其与本地信号进行和/差运算时,有效性会减小,因此需要对接收到的信号光进行放大处理。相 关实验指出,两路纠缠信号的关联性在延迟时间超过最大 27 ns 时会完全消失^[14],说明用这种参数估计方法 可达到的测距精度至少在分米量级。所提出的互关联噪声分析法还可以通过改进纠缠源、测量方案和参数 估计算法等措施提高系统测量精度。

3) 关联矩阵分析法

关联噪声分析法通过一对正交分量关联性的判断来进行延迟时间估计,双模压缩态可以由关联矩阵(或 协方差矩阵)*M*_{corr}来描述,关联矩阵包含了*â*、*b* 正交分量之间的互相关和自相关的所有信息。可以给出如









下定义,

$$\boldsymbol{M}_{corr} = \begin{pmatrix} C_{aa}^{XX} & C_{ab}^{XY} & C_{ab}^{XX} & C_{ab}^{XY} \\ C_{aa}^{YX} & C_{aa}^{YY} & C_{ab}^{YX} & C_{ab}^{YY} \\ C_{ba}^{XX} & C_{ba}^{XY} & C_{bb}^{XX} & C_{bb}^{XY} \\ C_{ba}^{YX} & C_{ba}^{YY} & C_{bb}^{YX} & C_{bb}^{YY} \end{pmatrix},$$
(12)

矩阵中的每一项都是 4 个正交分量 \hat{X}_a 、 \hat{X}_b 、 \hat{Y}_a 、 \hat{Y}_b 的关联系数,定义为^[9-10]

$$C_{mn}^{uv} = \frac{1}{2} \langle \hat{u}_{m} \hat{v}_{n} + \hat{u}_{n} \hat{v}_{m} \rangle - \langle \hat{u}_{m} \rangle \langle \hat{v}_{n} \rangle = \frac{1}{2} \langle \delta \hat{u}_{m} \delta \hat{v}_{n} + \delta \hat{u}_{n} \delta \hat{v}_{m} \rangle, \qquad (13)$$

式中 $\{\hat{u},\hat{v}\} \in \{\hat{X},\hat{Y}\},\{m,n\} \in \{a,b\}$ 。

由(7)式可知,两路平衡零拍探测器的输出进行关联分析可以直接或间接得到关联矩阵 *M*_{corr}中的元素, 从而实现了量子态的重构。当两路信号有时间差时,只有对角线上的自相关系数产生有效观测值,如图 6(a) 所示;当两路信号同步时,互相关系数对应非对角线元素 *C*⁴⁰_{XX}、*C*⁴⁰_{YY}、*C*⁴⁰_{YY}才会有明显测量值,如图 6(b)所示。 通过对关联矩阵非对角元素值的判断,选取非对角元素值最大的延迟时间,从而实现参数的估计。



图 6 关联矩阵延迟测量。(a) 信号不同步;(b) 信号同步

Fig. 6 Time delay measurement with correlation matrix. (a) Signal is not synchronized; (b) signal is synchronized

表1给出了几组基于不同原理测距方法的性能对比,可以看出,基于双模压缩光的量子测距方案避免了 限制测量量程的光路延迟,在满足进近导航测距精度的要求下,具有易实现、无需先验信息的优势^[21-24]。 表1 不同测距方案对比

	Table 1 Comparison of different ranging schemes				
Ranging scheme	Delay	Circuit delay	Precision	Repetition period limit	Realization
Pseudo-random code ranging	No	Need	Low	Need Prior Information	Easy
Pulsedlaser ranging	No	Need	High	Need Prior Information	Easy
Photon entanglement ranging	Need	No	High	No	Hard
Two-mode squeezing ranging	No	Need	Medium	No	Medium

5 结 论

提出了一种基于正交分量关联性和平衡零拍探测的测距方案以实现目标距离的测量。理论研究表明, 在一定范围内,纠缠光的压缩度越高,测量精度越高,结合已有的实验数据,可得系统测量精度至少可达到分 米量级,通过采取参数估计算法的优化等措施,尚有更大的提升空间。相比单光子/多光子纠缠、二阶关联函 数等其他量子测距方案而言,该方案避免了光路延迟,同时,在不需要先验信息的辅助下也能完成参数的测 量,并且结果具有唯一性。下一步将进行实验验证,进一步观察各个参数对测量精度、量程等系统指标的影 响。初步的理论分析和仿真结果表明,所提出的方案是可行的,可为压缩光场的应用发展以及新导航定位方 法的提出提供一定的参考。

参考文献

- 1 Bahder T B. Quantum positioning systems and methods: US, 7359064[P]. 2008-04-15.
- 2 Xiao Huaitie, Liu Kang, Fan Hongqi. Overview of quantum radar and target detection performance [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2014, 36(6): 140-145.
- 肖怀铁,刘 康,范红旗.量子雷达及其目标探测性能综述[J].国防科技大学学报,2014,36(6):140-145.
- 3 Hong C K, Ou Z Y, Mandal L. Measurement of subpicosecond time intervals between two photon by interference [J]. Phys Rev Lett, 1987, 59(18): 2044-2046.
- 4 Burgarth D, Giovannetti V, Kato A N, *et al*.. Quantum estimation via sequential measurements[J]. New J Phys, 2015, 17(11): 113055.
- 5 Zhu J, Chen X, Huang P, et al.. Thermal-light-based ranging using second-order coherence [J]. Appl Opt, 2012, 51 (20): 4885-4890.
- 6 Sun Hengxin, Liu Kui, Zhang Junxiang, *et al.*. Quantum precision measurement based on squeezed light [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(23): 234210.

孙恒信,刘 奎,张俊香,等.基于压缩光的量子精密测量[J].物理学报,2015,64(23):234210.

- 7 Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, et al.. Quantum entanglement[J]. Rev Mod Phys, 2007, 81(2): 865-942.
- 8 Braunstein S L, van Loock P. Quantum information with continuous variables [J]. Rev Mod Phys, 2005, 77(2): 513-577.
- 9 Bowen W P, Schnabel R, Lam P K, et al.. Experimental characterization of continuous-variable entanglement[J]. Phys Rev A, 2003, 69(1): 012304.
- 10 Yu X, Li W, Jin Y, et al.. Experimental measurement of covariance matrix of two-mode entangled state[J]. Sci China, 2014, 57(5): 875-879.
- 11 Takei N, Lee N, Moriyama D, et al.. Time-gated Einstein-Podolsky-Rosen correlation[J]. Phys Rev A, 2006, 74(6): 060101(R).
- Jin Xiaoli, Wang Yu, Su Xiaolong, *et al.*. Experimental testing of time-domain quantum correlation of EPR entangled beams[J]. Acta Sinica Quantum Optica, 2009, 15(2): 95-100.

靳晓丽,王 宇,苏晓龙,等. EPR 纠缠光束时域量子关联的实验验证[J].量子光学学报, 2009, 15(2): 95-100.

- 13 Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete? [J]. Phys Rev, 1935, 47(10): 777-780.
- 14 Marino A M, Pooser R C, Boyer V, et al.. Tunable delay of Einstein-Podolsky-Rosen entanglement[J]. Nature, 2009, 457(7231): 859-862.
- 15 Ou Z Y, Pereira S F, Kimble H J, et al.. Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables [J]. Phys Rev Lett 1992, 68(25): 3663-3666.
- 16 Villar A S, Cruz L S, Cassemiro K N, et al.. Generation of bright two-color continuous variable entanglement[J]. Phys Rev Lett, 2005, 95(24): 243603.
- Shen Yumei, Deng Xiaowei, Jia Xiaojun. Improvement of continuous variable entanglement enhancement experiment[J]. Acta Sinica Quantum Optica, 2011, 17(2): 113-118.
 申玉梅,邓晓伟,贾晓军. 连续变量量子纠缠增强的实验改进[J]. 量子光学学报, 2011, 17(2): 113-118.
- 18 Li Fang, Zhou Yaoyao, Jia Xiaojun. Entanglement enhancement of bipartite entangle states through coherent feedback control[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(10): 1027001.

李 芳,周瑶瑶,贾晓军.相干反馈控制实现两组分纠缠态光场纠缠增强[J].光学学报,2014,34(10):1027001.

- 19 Wang Y, Shen H, Jin X, et al.. Experimental generation of 6 dB continuous variable entanglement from a nondegenerate optical parametric amplifier[J]. Optics Express, 2010, 18(6): 6149-6155.
- 20 Liu Kui. Generation of continuous-variable entanglements and conditional cloning[D]. Taiyuan: Shanxi University, 2012: 12-14.

刘 奎. 连续变量量子纠缠的产生和条件克隆[D]. 太原: 山西大学, 2012: 12-14.

- 21 Wang Guochao, Yan Shuhua, Yang Jun, *et al.*. Theoretical modeling analysis for precise space ranging based on crosscorrelation of femtosecond optical frequency comb[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(4): 0412002. 王国超,颜树华,杨 俊,等. 基于飞秒光梳互相关的空间精密测距理论模型分析[J]. 光学学报, 2015, 35(4): 0412002.
- 22 Shen Shanshan, Chen Qian, He Weiji, *et al.*. Research on performance of random bitstream ranging system based on single photon detection theory[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(10): 1012001.

沈姗姗,陈 钱,何伟基,等.基于单光子探测机理的伪随机码测距性能研究[J].光学学报,2014,34(10):1012001.

23 Lu Xiaochun, Chen Qinggang, Hu Yonghui. A study on the PRN ranging code of satellite navigation systems[J]. Journal of Time and Frequency, 2004, 27(1): 23-32.

卢晓春,陈清刚,胡永辉.卫星导航定位系统中伪随机码的研究[J].时间频率学报,2004,27(1):23-32.

24 Huang Minshuang, Long Tengyu, Liu Huihui, *et al.*. A high-precision pulsed laser ranging time interval measurement technology based on sine curves method[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(8): 0808002. 黄民双,龙腾宇,刘慧慧,等.基于正弦曲线的高精度脉冲激光测距时间间隔测量技术[J].中国激光, 2014, 41(8): 0808002.