

# 利用相位差异波前传感检测结果实现 三反光学系统的辅助装调

程 强<sup>1,2</sup> 薛栋林<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033

<sup>2</sup>中国科学院光学系统先进制造技术重点实验室, 吉林 长春 130033

**摘要** 阐述了基于相位差异(PD)的波前传感技术的基本原理;仿真分析了 PD 技术的噪声适应性及探测器离焦误差对精度的影响;利用 PD 技术的波前传感结果分别辅助装调了离轴、同轴三反光学系统,并分别将多视场的波前图与干涉检验的结果进行对比。实验结果表明,利用 PD 技术可实现三反光学系统的波前传感及辅助装调。与干涉检验的结果相比,波前传感结果的 RMS 偏差均优于  $0.02\lambda$ ,检测精度满足工程需求。

**关键词** 成像系统;相位差异;波前传感;离轴三反光学系统;同轴三反光学系统;辅助装调

中图分类号 O439 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201636.0711005

## Realizing Assisted Alignment of Three-Mirror Reflecting Optical System by Using Wavefront Sensing Test Results of Phase Diversity

Cheng Qiang<sup>1,2</sup> Xue Donglin<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,  
Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China

<sup>2</sup> Key Laboratory of Optical System Advanced Manufacturing Technology,  
Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China

**Abstract** The basic principles of wavefront sensing technology based on phase diversity (PD) are discussed. The noise adaptability of the PD technique and the influence of the detector defocus distances error on the accuracy are analyzed. PD technology is applied to assisted align off-axis and coaxial three-mirror reflecting optical system, and the wavefront maps of multiple fields of view are compared with interferometric test results. Experimental results show that wavefront sensing and assisted alignment of three-mirror reflecting optical system can be realized by using PD technology. Compared with the results of interferometric test, results of wavefront sensing are all better than  $0.02\lambda$  RMS. The accuracy can satisfy the requirement of engineering.

**Key words** imaging systems; phase diversity; wavefront sensing; off-axis three-mirror reflecting optical system; coaxial three-mirror reflecting optical system; assisted alignment

**OCIS codes** 110.6770; 100.5070; 010.7350; 100.3020

## 1 引 言

高分辨率空间光学系统向着长焦距、大视场、轻量化的方向发展。然而,由于卫星发射过程中的力热冲击及在轨复杂环境的影响,空间光学系统会受到失重、热流及光机结构变形等因素的影响,与地面最终装调及测试结果相比,成像质量有了一定程度的下降。这个差异通常可采用波前传感技术对系统出瞳处的波前进行探测并通过波前校正器进行校正,实现空间光学系统波前闭环探测与校正,最终实现系统在轨成像质量的提升。然而,由于空间在轨环境的特殊性,无法采用干涉检验、哈特曼等地面常规的波前探测技术,以及卫

收稿日期: 2016-02-02; 收到修改稿日期: 2016-03-25

基金项目: 国家自然科学基金(61036015)、国家 973 计划(2011CB0132005)

作者简介: 程 强(1986-),男,博士,助理研究员,主要从事光学系统波前传感技术、光学系统集成分析与像质提升技术等方面的研究。E-mail: chengq@ciomp.ac.cn

星的空间、重量及功耗等指标均有严苛的要求,如果能够在不明显增加系统硬件及功耗的情况下实现系统波前探测,便可在空间光学系统在轨波前探测领域具有明显的优势。相位差异(PD)技术正是具有上述优点的新兴的波前探测技术,该技术不需要增加额外的硬件设备及功耗,直接利用光学系统采集到的图像进行数据处理,能够准实时地实现系统波前探测,为后端的系统波前校正提供可靠输入。该技术及其算法在空间光学系统在轨波前探测、地面望远镜装调等领域有着较为广阔的应用前景<sup>[1-6]</sup>。

国内韩杏子等<sup>[7]</sup>将 PD 技术应用于无波前传感器实现空间光学系统大口径面形误差校正以及宽视场校正的研究中,验证了该方法的有效性;张楠<sup>[8]</sup>将 PD 技术应用于地面望远镜的波前探测及图像复原中,取得了良好的实验结果。李勋武等<sup>[9]</sup>将 PD 技术应用于稀疏孔径系统的波前检测;Georges J A 等<sup>[10]</sup>以及 Jonathan A 等<sup>[11]</sup>都做了大量的模拟仿真和实验验证工作,实现了基于 PD 技术的系统波前闭环探测与校正。在计算机辅助装调方面,张超等<sup>[12]</sup>也做了相应的研究工作。

本文针对 PD 技术的环境适应性进行了模拟仿真,并将分析结果用于指导三反光学系统(TMA)波前探测及辅助装调方案的关键技术参数,验证了利用 PD 技术实现三反光学系统波前探测及辅助装调的有效性和实用性。

## 2 PD 技术的理论基础

PD 技术首先由 Gonsalves R A 等<sup>[13]</sup>提出,后由 Paxman R G 等<sup>[14]</sup>进一步深入研究,其原理如图 1 所示,该技术需要在多个通道的图像中故意引入某种已知像差,通常为离焦<sup>[15-16]</sup>。

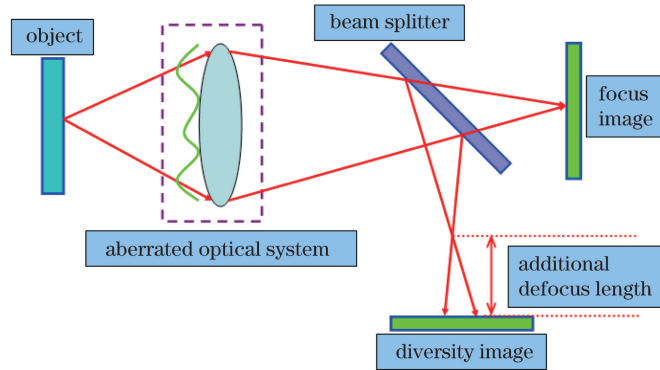


图 1 PD 技术的原理图

Fig. 1 Schematic diagram of PD technology

光学系统的成像公式表示为:

$$i_{tk}(x, y) = o(x, y) * F_{PS,tk}(x, y), \quad (1)$$

式中,  $i$  表示光学系统所成的图像,  $o$  表示未知的目标物体,  $F_{PS}$  表示光学系统的点扩展函数,  $*$  是光学系统成像时的卷积运算符。  $t$  和  $k$  分别表示 PD 技术的帧数和通道数,  $t = 1, \dots, T; k = 1, \dots, K, T$  和  $K$  为总的帧数和通道数。

由光学基础理论可知,光学系统的点扩展函数可表达为光瞳函数的自相关,即:

$$O_{TF,tk}(u, v) = P_{tk}(x, y) \otimes P_{tk}(x, y), \quad (2)$$

式中,  $P$  表示光学系统的光瞳函数,  $O_{TF}$  为光学传递函数,  $\otimes$  表示自相关运算符。光瞳函数  $P$  又可进一步表达为:

$$P_{tk}(x, y) = A_{tk}(x, y) \exp\{i[\phi_{tk}(x, y) + \phi_d(x, y)]\}, \quad (3)$$

式中,  $A$  为光学系统的振幅函数,  $\phi$  为光学系统待测的波前相位信息,  $\phi_d$  为人为引入的波前离焦,  $\phi$  可以用 Zernike 多项式进行表达:

$$\phi = \sum_{i=1}^N a_i Z_i, \quad (4)$$

式中,  $a_i$  表示第  $i$  项 Zernike 系数,  $Z_i$  为第  $i$  项 Zernike 多项式。

光学系统在成像过程中不可避免地会受到噪声的影响,噪声来源主要是服从泊松分布的光子噪声和服从高斯分布的电子噪声<sup>[8]</sup>。由统计理论可知,当电荷耦合器件(CCD)接收到的光子数足够大时,泊松分布接近于高斯分布,即在高光子水平时,可将泊松—高斯混合噪声近似为高斯分布。当受到加性噪声干扰时,成像公式(1)可以改写为:

$$i_{tk}(x, y) = g_{tk}(x, y) + n_k(x, y) = o(x, y) * F_{PS_{tk}}(x, y) + n_k(x, y), \quad (5)$$

式中,  $i_{tk}$  表示第  $t$  帧第  $k$  通道采集到的实际图像,  $n_k$  表示通道  $k$  中的噪声。

在(5)式中,  $n_k$  服从均值为 0、方差为  $\sigma_k^2$  的高斯分布,则可将  $i_{tk}$  看做一个以  $g_{tk}(x_0, y_0)$  为均值的服从高斯分布的独立随机变量,在像元位置  $(x_0, y_0)$  成像的  $i_{tk}(x_0, y_0)$  概率可以表述为:

$$P[i_{tk}(x_0, y_0); o, \{a\}_t] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k^2}} \exp\left\{-\frac{[i_{tk}(x_0, y_0) - g_{tk}(x_0, y_0)]^2}{2\sigma_k^2}\right\}. \quad (6)$$

假设  $T$  帧  $K$  通道观测图像  $\{i_{tk}(x, y)\}$  是独立的,且各像元也是相互独立的,则多帧联合概率分布为:

$$P[i_{tk}(x_0, y_0); o, \{a\}_t] = \prod_{t=1}^T \prod_{k=1}^K \prod_{x,y} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k^2}} \exp\left\{-\frac{[i_{tk}(x_0, y_0) - g_{tk}(x, y)]^2}{2\sigma_k^2}\right\}. \quad (7)$$

对(7)式取对数,得到其对数形式的似然函数:

$$L[i_{tk}(x, y); o, \{a\}_t] = -\sum_{x,y} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \left[ \frac{1}{2} \ln(2\pi\sigma_k^2) + \frac{1}{2\sigma_k^2} |i_{tk}(x, y) - g_{tk}(x, y)|^2 \right]. \quad (8)$$

为方便后续讨论,假定各通道噪声水平基本一致,即  $E(\sigma_k^2) = \sigma^2$ 。则(8)式中等号右侧第一项和第二项的分母均为常数,可将其舍去。

根据卷积定理和 Parseval 定理,得到(8)式在频率域下的表达式:

$$L(i, a) = \frac{1}{2N} \sum_{u,v} \left[ \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K |I_{tk}(u, v) - O(u, v) f_{OTF,tk}(u, v)|^2 + \gamma |O(u, v)|^2 \right], \quad (9)$$

式中,  $N$  表示单幅图像的总像素数,  $(u, v)$  为频域坐标,  $I$  和  $O$  分别对应于采集图像  $i$  和目标物体  $o$  的二维离散傅里叶变换,  $f_{OTF}$  表示系统的光学传递函数;等号右侧括号内第二项是 Tikhonov 正则项,  $\gamma$  表示非负的正则项系数。

将未知目标物体作为独立中间过程与相位估计分离,得到简化后的目标物体分布函数为:

$$L(\{a\}_i) = \frac{1}{2N} \sum_{u,v} \left[ \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K |I_{tk}(u, v)|^2 - \frac{\left| \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K I_{tk} f_{OTF,tk}^* \right|^2}{\gamma + \left| \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K f_{OTF,tk} \right|^2} \right]. \quad (10)$$

最后,应用大规模多变量寻优算法迭代搜索使(10)式最小的 Zernike 系数  $\{a\}_i$ , 便可实现光学系统的波前探测及波前重构。待光学系统各视场波前探测完毕后,代入设计文件进行分析优化,最终得到使全视场波像差最优的装调方案,即可实现基于 PD 技术的三反光学系统辅助装调。

### 3 基于 PD 技术的三反系统辅助装调

将 PD 技术应用于三反系统的波前探测与辅助装调,主要是利用 PD 技术对三反光学系统的各视场进行波前探测,将各视场探测结果代入设计文件并进行分析优化,得到使全视场波像差最优的装调方案并进行多轮调整;待调整完毕后,再利用 PD 技术对光学系统的各视场波前进行复检,验证三反光学系统精密装调的最终结果。为实施上述三反光学系统的波前探测及辅助装调方案,需对利用 PD 技术实现系统波前探测的需求进一步细化明确,通过仿真分析得到采用 PD 技术实现高精度解算的适应性分析结果,将分析结果用于辅助装调方案的关键技术参数。三反光学系统主要指的是离轴三反光学系统和同轴三反光学系统。

#### 3.1 PD 技术的适应性分析

在利用 PD 技术辅助装调三反光学系统之前,需要对 PD 技术波前传感的适应性进行分析,主要分为两个方面。

1) PD 技术的噪声适应性。针对 PD 技术波前探测所需的两幅图像,分别加入均值为 0、方差数值相同的高

斯噪声,并分别利用 PD 技术进行解算,解算得到的 Zernike 系数与波前探测精度均方根(RMS)值见表 1 和图 2。

表 1 加入高斯噪声的方差值与 Zernike 系数及 PD 技术检测精度的关系

Table 1 Variance of Gaussian noise versus Zernike coefficients and testing accuracy of PD technology

Variance of Gaussian noise	Zernike coefficients / $\lambda$						Testing accuracy RMS / $\lambda$
	4	5	6	7	8	9	
0	0.3	-0.25	0.3	0.38	0.3	0.25	0.0012
0.0001	0.301	-0.252	0.300	0.377	0.300	0.250	0.0017
0.0003	0.305	-0.248	0.304	0.374	0.298	0.253	0.0049
0.0005	0.310	-0.248	0.303	0.382	0.302	0.254	0.0063
0.001	0.301	-0.248	0.298	0.366	0.293	0.253	0.0069
0.005	0.279	-0.254	0.286	0.393	0.317	0.253	0.0162
0.006	0.329	-0.255	0.322	0.427	0.298	0.262	0.0213

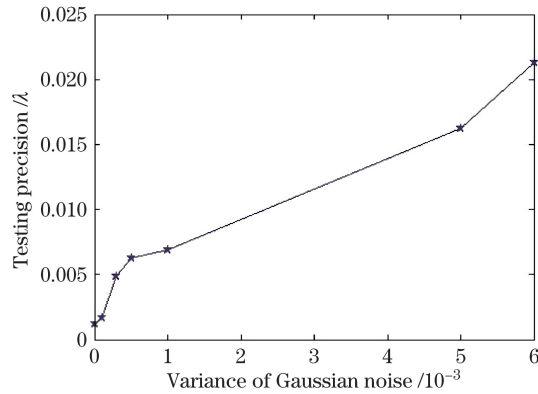


图 2 PD 技术检测精度随高斯噪声方差值变化

Fig. 2 Plot of testing accuracy of PD technology changes with the variance of Gaussian noise

由表 1 和图 2 可知,随着高斯噪声方差值的逐渐增大,PD 技术解算结果中 Zernike 系数的绝对偏差以及检测精度 RMS 值也在逐渐增大。经分析,离轴三反光学系统精密装调完成后,系统波前像差约为  $\lambda/14$  (RMS),成像质量接近衍射极限,通常要求波前检测技术的精度应优于  $0.02\lambda$  (RMS),对应上述模拟仿真中的高斯噪声方差值最大为 0.005,即 PD 技术要求采集图像的信噪比应高于 23 dB。选用工作时信噪比高达 45 dB 的科研级 CCD。

2)探测器离焦误差与 PD 技术波前检测精度的关系。基于大量仿真结果,选择波前离焦相位值为  $1.0\lambda$  [峰谷值(PV)]<sup>[16]</sup>。在基于 PD 技术的波前探测图像采集时,很有可能出现探测器离焦调整及距离测量存在误差的情况。假设通道 2 所成图像的真实离焦相位为  $1 + \Delta u$ ,  $\Delta u$  为离焦误差,单位为波长  $\lambda$ ,  $\Delta u$  与探测器的离焦距离误差  $\epsilon_z$  的关系为:

$$\epsilon_z = -8(F^\#)^2 \Delta u, \tag{11}$$

式中,  $F^\#$  为 9.83,滤光片的中心波长为 645.32 nm。模拟仿真了不同探测器离焦距离  $\epsilon_z$  对与 PD 技术解算精度的关系,见表 2。

表 2 CCD 离焦距离误差  $\epsilon_z$  与 PD 技术波前探测精度的关系

Table 2 Relation between CCD defocus distances error  $\epsilon_z$  and wavefront testing accuracy of PD technology

$\epsilon_z / \mu\text{m}$	$1 + \Delta u / \lambda$	Testing accuracy RMS / $\lambda$
-20	0.9599	0.02516
-15	0.9699	0.01617
-10	0.9800	0.01283
-5	0.9900	0.006531
0	1	0
5	1.0100	0.006672
10	1.0200	0.01341
15	1.0301	0.02047
20	1.0401	0.02739

表 2 中,为方便进一步分析,定义探测器没有离焦误差时,PD 技术解算结果的 RMS 值为 0。依据离焦误差的正负,将表 2 中的数据分为两组并分别画图,如图 3(a)、(b)所示,进一步做最小二乘拟合:

$$E_{\text{RMS}} = -0.0012 \times \epsilon_z + 0.00015, \quad (12)$$

$$E_{\text{RMS}} = 0.0014 \times \epsilon_z - 0.00013. \quad (13)$$

两直线的相关系数分别为 0.9797 和 0.9998,表明数据的线性相关程度较好。

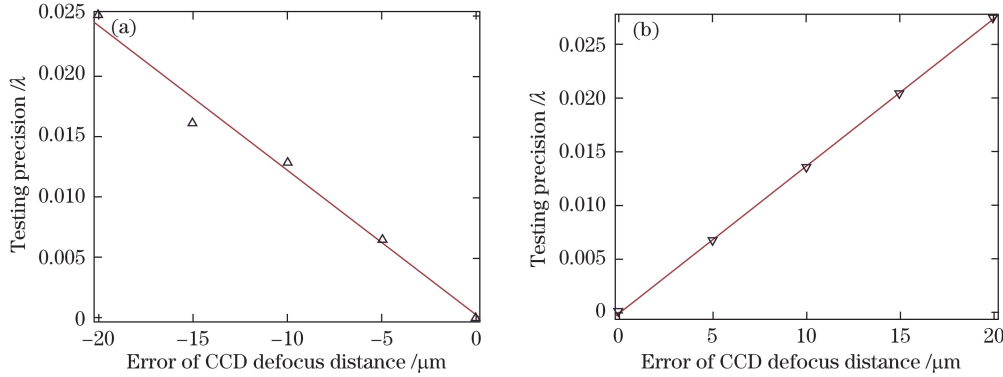


图 3 探测器离焦距离误差  $\epsilon_z$  与检测精度关系图。(a)  $\epsilon_z$  为负值;(b)  $\epsilon_z$  为正值

Fig. 3 Relation between the error of detector defocus distance  $\epsilon_z$  and the testing accuracy. (a)  $\epsilon_z$  is negative; (b)  $\epsilon_z$  is positive

由表 2 和图 3 可知,PD 技术的解算精度对探测器离焦距离的误差比较敏感,当限定波前探测精度优于  $0.02\lambda$  (RMS)时,需要探测器离焦量误差在  $\pm 15 \mu\text{m}$  范围内。据此,选用千分表来实现探测器离焦距离的高精度测量。

基于上述 PD 技术的适应性分析结果,确定了辅助装调方案的关键技术参数,即:选用信噪比高达 45 dB 的科研级 CCD 来满足 PD 技术对所采集图像的信噪比要求,选用千分表来对探测器离焦距离实现高精度监测。

### 3.2 实验方案

利用 PD 技术实现离轴三反光学系统的波前探测及辅助装调,其光路结构图如图 4 所示。位于有限远处的目标物体,通过离轴三反光学系统,最终成像于 CCD 上。积分球发出的大范围均匀光经过滤光片,照亮分辨率靶标来构成目标物体,通过千分表来定量移动 CCD 实现两幅图像的采集,最终利用 PD 技术解算实现波前检测。首先,利用 PD 技术对系统的中心视场进行波前解算,然后根据解算结果经灵敏度矩阵分析对系统的次镜进行六维精密调整,直至中心视场波像差接近衍射极限,最后再利用 PD 技术对多个视场进行波前探测,对系统精密装调的结果进行全视场验证。其中,分辨率靶标为 WT-1005-62 标准分辨率套板中的 3 号板,CCD 采用的是 FL2-20S4M-C 型面阵 CCD,总像元数为  $1600 \text{ pixel} \times 1200 \text{ pixel}$ ,像元尺寸为  $4.4 \mu\text{m}$ 。

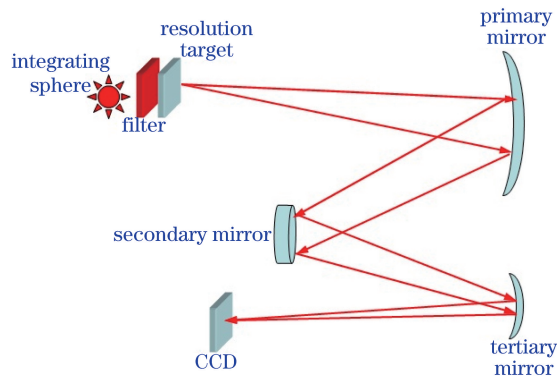


图 4 实验系统结构图

Fig. 4 Structure of experimental system

## 4 实验结果与分析

上述光学系统的  $F^\#$  为 9.83,滤光片中心波长为  $645.32 \text{ nm}$ ,即系统焦深约为  $\pm 0.125 \text{ mm}$ 。选择离焦相

位 PV 值为  $1.0\lambda$ , 即 CCD 的离焦距离应为 4 倍焦深, 即  $0.500\text{ mm}$ 。基于粗装调的光学系统, 采集相对离焦距离为  $0.5\text{ mm}$  的  $128\text{ pixel}\times 128\text{ pixel}$  的两幅图像并进行解算, 同时利用 Zygo 干涉检测系统中心视场的波像差以对 PD 技术检测结果进行验证, 结果见表 3。由表 3 可知, 与干涉检验的结果相比, PD 技术的解算误差较小, PD 技术的检测结果为  $0.317\lambda$ , 干涉检测结果为  $0.319\lambda$ , 二者的偏差优于  $0.02\lambda$ , 根据经验离轴三反光学系统装调完成后波前 RMS 值约为  $\lambda/14$ , 表明 PD 技术的检测精度满足离轴三反光学系统精密装调的精度需求。

表 3 两种方法检测结果对比(粗装调)  
Table 3 Comparison of testing results by two methods (coarse-aligned)

Zernike item	PD / $\lambda$	Interferometer / $\lambda$	Deviation / $\lambda$
5	-0.0318	-0.0038	-0.0280
6	0.0285	0.010	0.0185
7	0.4017	0.4381	-0.0364
8	-0.3985	-0.4426	0.0441
9	-0.0162	-0.0313	0.0151
10	0.4986	0.4504	0.0482
11	0.4874	0.4655	0.0219
RMS / $\lambda$	0.317	0.319	

由表 3 的结果, 基于系统的灵敏度分析结果, 对系统的次镜进行六维精密调整, 直至中心视场波像差接近衍射极限。最后再利用两种方法对系统进行全视场波前检测与验证, 结果如表 4、表 5 和图 5 所示。

表 4 两种方法检测的系统 Zernike 系数结果对比(中心视场)  
Table 4 Comparison of Zernike coefficients by two methods (central field of view)

Zernike item	PD / $\lambda$	Interferometer / $\lambda$	Deviation / $\lambda$
5	0.071	0.084	-0.013
6	-0.059	-0.044	-0.015
7	-0.005	-0.001	-0.004
8	0.008	0.004	0.004
9	0.036	0.029	0.007
10	-0.016	-0.010	-0.006
11	-0.032	-0.026	-0.006

表 5 两种方法检测的系统 Zernike 系数结果对比(边缘视场)  
Table 5 Comparison of Zernike coefficients of by two methods (marginal field of view)

Zernike item	PD / $\lambda$	Interferometer / $\lambda$	Deviation / $\lambda$
5	0.031	0.024	0.007
6	0.067	0.085	-0.018
7	0.014	0.009	0.005
8	-0.017	-0.008	0.009
9	0.054	0.060	-0.006
10	-0.019	-0.027	0.008
11	0.055	0.069	-0.014

PD 技术解算结果的 Zernike 多项式 5~11 项属低频部分, 中、高频部分对系统波像差影响较小, 暂未参与解算。由结果可知, 针对精密装调完成后的离轴三反光学系统, PD 技术对系统中心视场的检测结果为  $0.0647\lambda$ , 对边缘视场的检测结果为  $0.0694\lambda$ , 与 Zygo 干涉仪的检测结果基本一致, 绝对偏差均优于  $0.02\lambda$ 。

利用 PD 技术辅助装调同轴三反光学系统, 其适应性分析及辅助装调与上述过程基本类似, 这里不再赘述。针对精密装调完成的同轴三反光学系统, 分别利用 PD 技术及干涉检验对系统各视场进行波前检测及

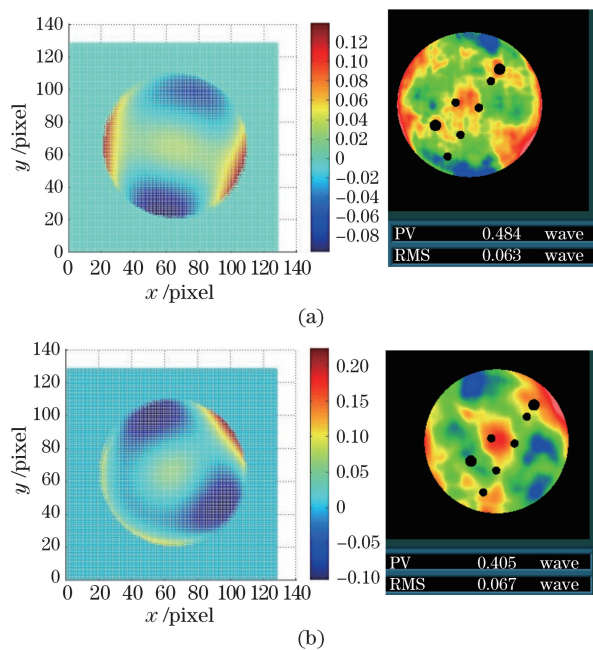


图 5 两种方法检测经过装调的离轴三反光学系统的波前图对比。(a) 中心视场;(b) 边缘视场  
 Fig. 5 Comparison of the wavefront maps of well-aligned TMA optical system obtained by two methods.

(a) Central field of view; (b) marginal field of view

对比,如图 6 所示。与干涉检验的结果相比,PD 技术对中心视场和边缘视场的检测绝对偏差均优于  $0.02\lambda$  (RMS)。综上,不论对于离轴三反系统还是同轴三反系统,PD 技术均可作为光学系统波前探测及辅助装调的有效手段,与干涉检验的结果相比,各视场绝对偏差均优于  $0.02\lambda$  (RMS),其检测精度满足工程实际需求。

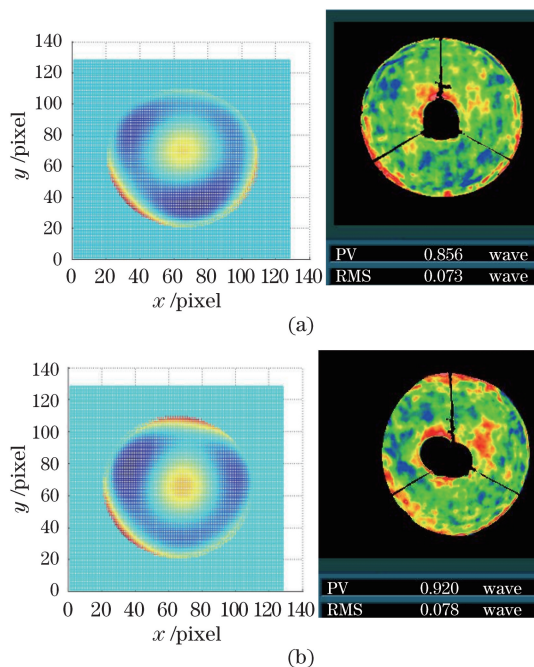


图 6 两种方法检测经过装调的同轴三反光学系统的波前图对比。(a) 中心视场;(b) 边缘视场

Fig. 6 Comparison of wavefront maps of well-aligned coaxial three-mirror reflecting optical system obtained by two methods.

(a) Central field of view; (b) marginal field of view

## 5 结 论

针对 PD 技术的噪声及探测器离焦量误差等方面的环境适应性进行了模拟仿真,并将分析结果应用于

三反光学系统装调的方案设计中。结果表明:利用 PD 技术实现了离轴三反光学系统及同轴三反光学系统的波前探测及辅助装调,波前检测的绝对偏差均优于  $0.02\lambda$  (RMS),其检测精度满足工程实际需求,验证了利用 PD 技术实现三反光学系统波前传感及高精度辅助装调的有效性和实用性。

下一步将改进算法,改善软硬件条件,提高 PD 技术的检测效率,并将进一步全面分析相机处于外场条件时对 PD 技术解算精度的影响,为该技术在外场条件下的应用奠定基础。

## 参 考 文 献

- 1 Paxman R G, Thelen B J, Murphy R J. Phase-diverse adaptive optics for future telescopes[C]. SPIE, 2007, 6711: 6711103.
- 2 Mats G, Richard L K, Alex H, *et al.* A phase diversity experiment to measure piston misalignment on the segmented primary mirror of the Keck II telescope[C]. SPIE, 1998, 3356: 1190-1201.
- 3 Löfdahl M G, Berger T E, Shine R S, *et al.* Preparation of a dual wavelength sequence of high-resolution solar photospheric images using phase diversity[J]. The Astrophysical Journal, 1998, 495: 965-972.
- 4 Wang Jianli, Wang Zongyang, Wang Bin, *et al.* Image restoration by phase-diverse speckle[J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(5): 1165-1170.  
王建立,汪宗洋,王斌,等.相位差异散斑法图像复原技术[J].光学精密工程,2011,19(5):1165-1170.
- 5 Wang Youping, Zheng Mingjie, Chen Daqiang. Improved vortex beams generated based on Gerchberg-Saxton phase retrieval algorithm[J]. Laser & Optoelectronics Process, 2015, 52(10): 100701.  
王由平,郑明杰,陈大强.基于 Gerchberg-Saxton 相位恢复算法改进的涡旋光束生成[J].激光与光电子学进展,2015,52(10):100701.
- 6 Guo Yuan, Wu Quan, Chen Xiaotian, *et al.* Phase retrieval method of single interference fringe pattern based on shearing interferometry[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(12): 1208003.  
郭媛,吴全,陈小天,等.基于剪切干涉的单幅干涉条纹相位恢复算法[J].中国激光,2015,42(12):1208003.
- 7 Han Xingzi, Hu Xinqi, Yu Xin. Precisely integrated wavefront sensorless calibration of high-resolution space optical system with large position errors[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(6): 0626003.  
韩杏子,胡新奇,俞信.高分辨率空间光学系统位置误差的无波前传感综合校正[J].光学学报,2011,31(6):0626003.
- 8 Zhang Nan. Image restoration algorithm base on phase diversity for ground-based telescope and high speed implementation on GPU[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2012: 39-41.  
张楠.基于相位差异的地基望远镜图像恢复算法与 GPU 高速实现[D].长春:中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,2012:39-41.
- 9 Li Xunwu, Fan Junliu, Hu Mengmeng, *et al.* Study of filter-apodization phase diversity applied in sparse aperture[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(9): 092201.  
李勋武,范君柳,胡孟孟,等.应用于稀疏孔径的滤波切趾相位差异法的研究[J].激光与光电子学进展,2015,52(9):092201.
- 10 Georges J A, Dorrance P, Gleichman K, *et al.* High-speed closed-loop dual deformable-mirror phase-diversity testbed [J]. SPIE, 2007, 6711: 671105.
- 11 Jonathan A, Scott T, Sergio R, *et al.* Dynamic aberration control testbed for the characterization of multiple wavefront sensors[J]. SPIE, 2005, 6018: 60180R.
- 12 Zhang Chao, Wei Xuemin, Zhao Xiting, *et al.* Computer-aided alignment technology of multi-spectral camera[J]. Acta Optics Sinica, 2015, 35(8): 0812005.  
张超,魏学敏,赵希婷,等.多光谱计算机辅助装调方法[J].光学学报,2015,35(8):0812005.
- 13 Gonsalves R A, Chidlaw R. Wavefront sensing by phase retrieval[C]. SPIE, 1979, 207: 32-39.
- 14 Paxman R G, Fienup J R. Optical misalignment sensing and image reconstruction using phase diversity[J]. J Opt Soc Am A, 1988, 5(6): 914-923.
- 15 Cheng Qiang, Xue Donglin. Wavefront testing based on broadband phase diversity technology[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(5): 0508001.  
程强,薛栋林.基于宽光谱相位差异技术的波前检测[J].中国激光,2015,42(5):0508001.
- 16 Cheng Qiang, Yan Feng, Xue Donglin, *et al.* Wavefront error testing of off-axis three-mirror anastigmatic system using phase diversity technology[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(10): 1008001.  
程强,闫锋,薛栋林,等.利用相位差异技术检测离轴三反光学系统的波前误差[J].中国激光,2012,39(10):1008001.