小波变换在调制度测量轮廓术中的应用

黄静静 陈文静 苏显渝 卢明腾

四川大学电子信息学院光电系,四川成都 610064

摘要 基于调制度分析的光学垂直测量技术利用投影和成像共轴,可以有效地解决复杂物体和台阶状物体测量时所存在的遮挡、阴影等问题。该方法不需要截断相位计算和相位展开过程,只需解算条纹的调制度分布就能得到被测物体的三维面形,已成为广泛应用的光学三维检测方法。针对基于傅里叶变换方法的垂直扫描测量技术存在的问题,利用小波变换的局部和多分辨率特性,将小波分析技术用于调制度测量轮廓术中,提高了每个扫描位置获取单帧条纹的调制度测量的精度。推导了调制度和小波系数之间的关系,计算机模拟和实验均验证了方法的有效性。 关键词 傅里叶光学;垂直测量;调制度计算;小波变换;条纹分析中图分类号 O438 **文献标识码** A doi: 10.3788/AOS201636.0707001

Application of Wavelet Transform in Modulation Measurement Profilometry

Huang Jingjing Chen Wenjing Su Xianyu Lu Mingteng

Department of Opto-Electronic, College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China

Abstract The vertical optical measurement technique with coaxial projection and imaging optical axis based on the modulation analysis provides a means to solve the problem of shadow and occlusion for measuring the complex surface or step-like surface. Without the phase truncation calculation and phase unwrapping steps, only the modulation information is needed to reconstruct the surface of the tested object in the method, which is widely used as one of the optical three-dimensional measuring techniques. Aiming at the problem of the vertical optical measurement based on the Fourier transform analysis, this paper introduces wavelet transform in modulation measurement profilometry by using partial analysis and multi-resolution characteristics of the wavelet transform for improving the measurement precision based on single fringe analysis at every scanning position. The relationship between the wavelet coefficient and the modulation is deduced, and the computer simulation and the experiment show the validity of the method. **Key words** Fourier optics; vertical measurement; modulation calculation; wavelet transform; fringe analysis **OCIS codes** 070.2575; 070.6120;000.2690; 060.3510

1 引 言

光学三维传感技术通过光学的手段来获得物体三维面形信息,具有非接触、无损伤、高精度等优势,广泛应用于工业自动检测、机器视觉、生物医学和物体三维形貌重建等多个领域^[1-2]。

基于结构光投影的光学三维面形测量系统由投影系统、图像接收系统和信息解调系统三部分组成。根据测量装置的结构不同,可将光学三维面形测量系统分为两大类:基于三角原理的光学三维面形测量和采用 垂直扫描方式的光学三维面形测量。光学三维传感中,条纹图像通常是待测量物体面形的信息载体。根据 解算三维面貌时采用的技术,可分为基于单帧条纹处理技术的轮廓术和基于多帧条纹处理技术的轮廓术^[3]。

典型的多帧条纹处理技术采用相移方法[4],它需要至少采集三幅具有一定相位差的条纹图像,根据点对

基金项目:国家重大科学仪器设备开发专项(2013YQ49087901)

作者简介:黄静静(1988—),女,硕士研究生,主要从事光学三维传感方面的研究。E-mail: 1399877896@qq.com

导师简介:陈文静(1968—),女,博士,教授,博士生导师,主要从事光学三维传感和光学信息处理方面的研究。

E-mail: chenwj0409@scu.edu.cn

收稿日期: 2016-01-21; 收到修改稿日期: 2016-02-29

点的算法计算条纹图中的相关信息;该方法测量精度高,但是测量过程比较耗时。典型的单帧条纹处理技术 主要采用傅里叶变换^[5]、窗口傅里叶变换^[6]、小波变换^[7-9]以及S变换^[10-11]等全局或局部分析方法来解算条 纹中的相关量。

基于三角原理的测量方法存在阴影、遮挡以及相位不连续等问题。采用垂直扫描方式的光学三维面形测量技术,选择投影光轴和观察光轴共轴的系统设计,光栅投影方向与 CCD 获取条纹方向一致,能达到所见即所测的目的^[12]。其中基于调制度分析的垂直测量法将被测物体的深度信息编码在条纹的模糊程度中,分别采用相移算法^[12]和傅里叶变换方法^[13]来计算调制度分布,从而恢复物体的三维面形,这称为调制度测量轮廓术(MMP),它避免了三角测量法中存在的阴影、遮挡等问题。基于相移算法的调制度测量轮廓术精度高,但测量费时。基于傅里叶变换分析的垂直测量方法,只需要在每个扫描位置采集一帧条纹来获取高位置的相关信息,测量速度大大提高。但傅里叶变换属于全局分析方法,条纹对比度变化会导致条纹的各级频谱展宽,通过滤出基频来计算调制度时,会引入调制度计算误差,影响测量精度,特别是在条纹对比度跳变处。

小波变换具有多分辨率的特点和局部分析能力,本文将小波变换用于基于调制度分析的垂直测量方法 中,将条纹对比度跳变引入的误差限制在一个小的范围,从而提高每个扫描位置获取单帧条纹的调制度测量 的精度。论文给出了从小波变换系数中重建调制度信息的理论分析,小波重建三维面形的计算机模拟和实 验均验证了方法的有效性。

2 原 理

2.1 基于调制度分析的垂直测量原理

调制度测量轮廓术通过光栅清晰的像面在测量过程中分别扫过被测物体的不同高度区域,利用扫描过 程中得到的一组条纹来计算图像每个像素点的调制度分布,进而确定待测物体的三维面形。

如图 1 所示,通过投影透镜,标准正弦光栅在成像面上成最清晰的像,而在成像面的前方或者后方,光栅 像将发生不同程度的模糊,离成像面越远,模糊程度越严重,即条纹的调制度逐渐降低。在成像面前后一定 范围内采集一系列的条纹图,将某一同名像素点的调制度值分布显示出来,其变化规律如图 2 所示。



Fig. 2 Schematic diagram of modulation distribution

从图 2 可见,调制度值在像面上最大,在像面的前方和后方逐渐变小。如果保持被测物体不动,移动成

像系统,使得正弦光栅的成像面在深度方向上扫过整个被测物体,则被测物体表面的每一个点都可以获得类 似图 2 的调制度值分布;记录移动的间距,通过获得每个点调制度最大值位置和光栅成像面之间的关系即可 获得物体表面各点的高度取值^[12-13]。

调制度测量轮廓术的原理示意如图 3 所示,扫描过程中,光栅像面位置编号由 *i* 表示(*i* 从 1 到 *T*),目前 调制度分布的计算可以采用相移或傅里叶分析方法。



图 3 测量方法原理图

Fig. 3 Principle diagram of the measurement method

设正弦光栅投影到与光轴方向垂直摆放的物体上,在与投影方向相同的方向探测被测物体表面的条纹时,不存在条纹变形,物面上的光强分布可表示为

$$I(x, y) = I_0 + B(x, y) \cos \left[2\pi f x + \varphi_0(x, y)\right],$$
(1)

式中 I_0 为条纹的背景强度, B(x,y) 为条纹的对比度, f 为投影条纹的空间频率, $\varphi_0(x,y)$ 为初相位。

为了采用相移算法从条纹对比度 B(x,y) 中计算调制度,每个位置需要采集 $L(L \ge 3)$ 帧相移条纹,第 *i* 次相移的强度值表示为 $I_i(x,y)$ 。

每个像素点的调制度 M(x,y) 为^[12]:

$$M(x,y) = \sqrt{\left[\sum_{i=0}^{L-1} I_i(x,y)\sin(2i\pi/L)\right]^2 + \left[\sum_{i=0}^{L-1} I_i(x,y)\cos(2i\pi/L)\right]^2} = \frac{1}{2}LB(x,y), \quad (2)$$

条纹调制度 M(x,y) 与条纹对比度 B(x,y) 成正比。

采用傅里叶分析方法,通过对每个扫描位置采集的单幅条纹进行傅里叶变换、滤出基频和逆傅里叶变换,提取条纹的调制度分布 *M*(*x*,*y*)^[13],表示为

$$M(x,y) = \frac{1}{2}B(x,y)\exp(i2\pi f x + i\varphi_0)$$
(3)

基于傅里叶变换的调制度计算方法缩短了调制度测量轮廓术的测量时间,但傅里叶变换作为一种全域 分析技术,条纹中局部模糊度发生跃变时(如测量台阶和深孔物体),将导致对应区域调制度的计算存在较大 误差,并影响到其他像素的调制度计算。

为了提高基于单帧条纹分析的调制度测量轮廓术的测量精度,引入小波变换来提取条纹的调制度,利用 其局部分析和多分辨率能力,提高了调制度的计算精度之外,还避免了物体高度变化大的区域的调制度计算 误差的传递。

2.2 连续小波变换基本原理

条纹信号 I(x,y) 的一维小波变换定义如下(频幅恒等):

$$W(a,b) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} I_{y}(x) \Psi^{*}\left(\frac{x-b}{a}\right) \mathrm{d}x, \qquad (4)$$

式中 $I_y(x)$ 表示I(x,y)的任意行,一维小波变换遍历条纹图中的每一行,可以得到对应条纹的小波系数。 条纹信号I(x,y)的二维小波变换定义如下:

$$W(a, b_x, b_y, \theta) = \frac{1}{a^2} \iint I(x, y) \psi_{a, b_x, b_y, \theta}^*(x, y) dx dy, \qquad (5)$$

二维小波变换系数 $W(a, b_x, b_y, \theta)$ 是关于 a, b_x, b_y, θ 的四维函数。

复 Morlet 小波在空域和频域具有很好的局域特性,常用于条纹处理中^[8],一维复 Morlet 小波、二维复 Morlet 小波的表达式分别是:

$$\psi_m(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi F_b}} \exp\left(j2\pi F_c x\right) \exp\left(-\frac{1}{F_b} x^2\right),\tag{6}$$

$$\psi_{2m}(x,y) = \exp\left[ik_0\left(x\cos\theta + y\sin\theta\right)\right] \exp\left(-\frac{1}{2}\sqrt{x^2 - y^2}\right),\tag{7}$$

式中 F_b 和 F_c 分别表示带宽和中心频率。

2.3 小波变换获取调制度的原理

以一维 Morlet 小波变换为例,推导从小波系数中得到条纹的调制度分布。

扫描过程中,条纹的变化主要体现为对比度的变化,条纹背景强度和相位分布近似看作常数^[12],(1)式中任一行 *I*_y(*x*)可以表示为

$$I_{y}(x) = A + B(x)\cos(2\pi f x + \varphi) = A + \frac{1}{2}B(x)\exp[j(2\pi f x + \varphi)] + \frac{1}{2}B(x)\exp[-j(2\pi f x + \varphi)] .$$
(8)

将位置 b 处的条纹对比度函数 B(x) 进行一阶泰勒级数展开得到:

$$B(x) = B(b) + B'(b)(x - b)_{\circ}$$
(9)

对条纹信号 $I_y(x)$ 进行小波变换得到:

$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{y}(x) \psi_{a,b}^{*}(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} A\psi_{a,b}^{*}(x) dx + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} B(x) \exp\left[j(2\pi fx + \varphi)\right] \psi_{a,b}^{*}(x) dx + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} B(x) \exp\left[-j(2\pi fx + \varphi)\right] \psi_{a,b}^{*}(x) dx = W_{1} + W_{2} + W_{3,0}$$
(10)

将(6)式代入(10)式,根据小波的性质可知 $W_1 \approx 0$,而

$$W_{2} = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} B(x) \exp\left[j(2\pi f x + \varphi)\right] \psi_{a,b}^{*}(x) dx = \frac{1}{2} \frac{1}{a} \frac{1}{\sqrt{\pi F_{b}}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[B(b) + B'(b)(x - b)\right] \exp(j2\pi f x) \exp(j\varphi) \times \exp\left[-j2\pi F_{c}\left(\frac{x - b}{a}\right)\right] \exp\left[-\frac{1}{F_{b}}\left(\frac{x - b}{a}\right)^{2}\right] dx, \qquad (11)$$

经简化得到,

$$W_{2} = \frac{1}{2} \left[B(b) + B'(b) - B'(b)b \right] \exp\left\{ - \left[\pi (fa - F_{c}) \sqrt{F_{b}} \right]^{2} \right\} \exp\left[j\varphi(b) \right],$$
(12)

由类似的推导过程可得:

$$W_{3} = \frac{1}{2} \left[B(b) + B'(b) - B'(b)b \right] \exp\left\{ - \left[\pi (f_{a} + F_{c}) \sqrt{F_{b}} \right]^{2} \right\} \exp\left[-j\varphi(b) \right] .$$
(13)

当
$$\frac{\mathrm{d}|W_2(a,b)|}{\mathrm{d}a} = 0$$
 时, $|W_2(a,b)|$ 具有最大值,这时得到:

$$a_{\rm r} = \frac{F_{\rm c}}{f},\tag{14}$$

式中a_r为"脊"处的尺度因子。

可见,当W2取最大值时,W3的值为0;同理,当W3取最大值时,W2的值为0。ar称为位置b处小波变换系数的最大模值一"脊"处的伸缩因子。小波变换系数的"脊"值只需从W2和W3中任选一个进行计算,如

果选择 W2,则"脊"处的小波系数表示为

$$W(a_{r},b) = \frac{1}{2} \left[B(b) + B'(b) - B'(b)b \right] \exp \left[j\varphi(b) \right],$$
(15)

如果 B(x) 是缓慢变化的, $B'(b) \approx 0$,因此小波"脊"处的小波变换系数模值可近似表示为

$$|W(a_{r},b)| = \frac{1}{2}B(b),$$
 (16)

即:"脊"处小波系数的模值与条纹的对比度成正比。

如果对类台阶物体进行测量,对比度存在突变区域, $B'(b) \neq 0$,小波"脊"处对应的系数模值表示为

$$|W(a_{r},b)| = \frac{1}{2} [B(b) + B'(b) - B'(b)b]$$
(17)

所以基于小波变换的条纹调制度模值 | M(x,y) | 可定义为

$$|M(x,y)|_{x=b} = \begin{cases} |W(a_r,b)| & \text{smooth zone} \\ |W(a_r,b)| + (b-1)B'(b) & \text{other} \end{cases}$$
(18)

同理,利用(7)式给出的二维复 Morlet 小波函数,代入(5)式,推导出了条纹对比度和小波"脊"处的小波 系数之间的关系,表示为

$$W(a_{x},b_{x},b_{y},\theta_{r}) = \left[\pi B(b_{x},b_{y}) - \frac{\sqrt{2}}{2}\pi T_{0}f_{c}B'_{x}(b_{x},b_{y}) - \frac{\sqrt{2}}{2}\pi T_{0}f_{c}B'_{y}(b_{x},b_{y})\right] \times \exp\left\{j\left[\frac{2\pi}{T_{0}}(b_{x}\cos\theta + b_{y}\sin\theta) + \varphi(b_{x},b_{y})\right]\right\},$$
(19)

式中 θ_r 为"脊"处的旋转量。

可见,当 B(x,y) 变化缓慢时, $B'_x = B'_y \approx 0$,小波"脊"处的小波变换系数模值正比于条纹对比度,表示为 $|W(a_x,b_x,b_y,\theta_r)| = \pi B(b_x,b_y)$ 。 (20)

当对比度存在突变时, $B'_x = B'_y \neq 0$,小波"脊"处对应的系数模值表示为

$$|W(a_{r},b_{x},b_{y},\theta_{r})| = \pi B(b_{x},b_{y}) - \frac{\sqrt{2}}{2}\pi T_{0}f_{c}B'_{x}(b_{x},b_{y}) - \frac{\sqrt{2}}{2}\pi T_{0}f_{c}B'_{y}(b_{x},b_{y})_{o}$$
(21)

所以基于二维复 Morlet 小波变换的条纹调制度模值 | M(x,y) | 可定义为

ſ

smooth zone

$$|M(x,y)|_{x=b_{x},y=b_{y}} = \begin{cases} |W(a_{r},b_{x},b_{y},\theta_{r})| + \frac{\sqrt{2}}{2}\pi T_{0}f_{c}B'_{x}(b_{x},b_{y}) + \frac{\sqrt{2}}{2}\pi T_{0}f_{c}B'_{y}(b_{x},b_{y}) & \text{other} \end{cases}$$
(22)

 $|W(a_{r}, b_{x}, b_{y}, \theta_{r})|$

由上述分析可得:通过获得每个点调制度最大值的位置,利用其与光栅成像面之间的关系,可获得物体 表面各点的高度取值^[12-13]。

3 计算机模拟

模拟的被测物体如图 4(a)所示,包括高度变化较大的台阶和深孔,尺寸为 256 pixel×256 pixel。整个 扫描过程共生成 42 幅条纹图,其中对应第 21 扫描位置的条纹如图 4(b)所示,条纹频率为 $f_x = 1/5$ pixel,每 帧条纹图添加 0.01 倍的随机噪声(由 Matlab randn 函数产生)。

二维 Morlet 小波在空域和变换域都具有很好的局部特征,采用二维 Morlet 小波变换计算每幅条纹图 的调制度,第 21 扫描位置的条纹的调制度分布如图 5(a)所示。根据调制度值与高度值之间的映射关系恢 复的被测物体三维面形如图 5(b)所示,重建的误差分布如图 5(c)所示。作为对比,给出了采用傅里叶变换 法得到的重建结果和误差分布,分别如图 5(d)和(e)所示。

可见在被测物体高度变化平坦的区域,条纹的对比度分布可看成平缓函数,采用傅里叶变换和小波变换 都会很好地重建对应区域的物体面形。傅里叶变换属于全局变换方法,条纹背景扩展对条纹基频分量的提







图 5 二维 Morlet 小波变换和傅里叶变换的重建结果比较。(a) 小波变换得到的第 21 帧条纹的调制度分布;(b) 小波变换 重建的三维面形;(c) 小波变换重建的误差分布;(d) 傅里叶变换重建的三维面形;(e) 傅里叶变换重建的误差分布 Fig. 5 Comparison of the reconstructed results between 2D Morlet wavelet transform and Fourier transform. (a) Modulation distribution of 21st fringe pattern obtained by wavelet transform; (b) reconstructed 3D shape by wavelet transform; (c) error distribution obtained by wavelet transform; (d) reconstructed 3D shape by Fourier transform; (e) error distribution obtained by Fourier transform

取带来影响,导致调制度计算不准确从而影响测量精度,特别是在对比度突变的区域。而小波变换局部谱的 结构较傅里叶谱简单,通过提取小波"脊"系数,可以更准确地计算出突变区域的调制度分布。特别是对于物 面上不连续的区域,小波变换由于具有局部分析能力,可以更准确地得到对应位置的调制度值,因此这些区 域采用小波变换得到的重建结果更准确。

4 实 验

一个复杂牙托模型的测量也说明了所提方法的有效性。在整个扫描深度范围内,进行 30 次扫描,扫描间隔为 2 mm,CCD 拍摄到的第 15 幅图如图 6(a)所示,由于投影光轴与观察光轴重合,条纹不变形,且不存在遮挡或者阴影等问题。

利用二维 Morlet 小波变换计算每幅条纹的调制度,其中第 15 幅条纹图的调制度分布如图 6(b)所示; 根据调制度值与高度值之间的映射关系恢复被测物体的三维面形,如图 6(c)所示;作为对比,给出了采用傅 里叶变换法得到的重建结果,如图 6(d)所示。牙托的面形复杂,条纹的傅里叶变换谱中零频扩展影响了基 频分量的提取,从而降低了调制度计算的精度,重建的牙托表面出现很多毛刺。二维 Morlet 小波变换方法 具有局部分析和多分辨能力,提高了每个扫描位置获取单帧条纹的调制度测量的精度,由该方法所恢复的牙 托三维面形表面更为准确和光滑。



图 6 二维 Morlet 小波变换对牙模的测量实验。(a)第 15 帧条纹;(b)调制度分布;(c)恢复面形; (d)傅里叶变换面形恢复结果

Fig. 6 Experimental results of a tooth model measured by 2D Morlet wavelet transform.

(a) 15th frame fringe; (b) modulation distribution; (c) reconstructed shape; (d) reconstructed shape by Fourier transform

5 结 论

提出采用小波变换来提高调制度测量轮廓术精度的方法,推导了基于 Morlet 小波变换的调制度计算公式。完成了所提方法的重建结果和基于傅里叶变换的重建结果的对比,对表面具有台阶跃变和深孔的物体 以及复杂牙模的模拟和实验结果均验证了采用小波变换方法测量时可以提高重建的面形精度。

- 参考文献
- Su Xianyu, Li Jitao. Information optics[M]. Beijing: Science Press, 2011.
 苏显渝,李继陶. 信息光学[M]. 北京:科学出版社, 2011.
- 2 Su Xianyu, Zhang Qican, Chen Wenjing. Structured light 3D imaging technology[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209001.

苏显渝,张启灿,陈文静.结构光三维成像技术[J].中国激光,2014,41(2):0209001.

- 3 GorthiS S, Rastogi P. Fringe projection techniques: Whither we are[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2010, 48(2): 133-140.
- 4 Liu Jian, Tian Ailing, Liu Bingcai, *et al.* A phase extraction algorithm in wavelength tuning interferometry [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(3): 0312001.

刘 剑,田爱玲,刘丙才,等.一种变频相移干涉测量的相位提取算法[J].光学学报,2014,34(3):0312001.

5 Chang Li, Yang Jimin. Moire fringe phase difference measurement based on correcting MPFFT algorithm [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(6): 0612006.

常 丽,杨继敏.基于校正多相位快速傅里叶变换算法的叠栅条纹相位差测量[J].光学学报,2014,34(6):0612006.

6 Wang Chenxing, Da Feipeng. Anovel adaptive windowed Fourier transform for phase retrieval in 3D shape measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(6): 0612005. 王辰星,达飞鹏. 三维测量中一种新的自适应窗口傅里叶变换相位提取法[J]. 光学学报, 2012, 32(6): 0612005.

- 7 Li Sikun, Su Xianyu, Chen Wenjing. A new wavelet transform method for optical carrier-fringe pattern phase reconstruction[J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(12): 3060-3065.
 - 李思坤,苏显渝,陈文静.一种新的小波变换空间载频条纹相位重建方法[J].中国激光,2010,37(12):3060-3065.
- 8 Yu Cheng, Li Sikun, Wang Xiangzhao. Fast three-dimensional shape measurement technique by means of wavelet transform based on parallel computing[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(5): 0512005.
 - 余 程,李思坤,王向朝.基于并行小波变换的快速三维面形测量技术[J].光学学报,2014,34(5):0512005.
- 9 Su Ke, Chen Wenjing. Analyzing wavelet transform profilometry in the restraining CCD nonlinear characteristic [J]. Optical Technique, 2009, 35(1): 37-40.

苏 轲,陈文静.小波变换轮廓术抑制 CCD 非线性的分析 [J].光学技术, 2009, 35(1): 37-40.

- 10 Serhat O, Ozlem K, Emre C, *et al.* Optical phase distribution evaluation by using an S-transform [J]. Optics Letters, 2007, 32(32): 591-593.
- 11 Jiang Mohua, Chen Wenjing, Zheng Zhiping. Research of phase demodulation technique based on S-transform[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(4): 0412001.

蒋模华,陈文静,郑志平.基于S变换的解相技术研究[J].光学学报,2011,31(4):0412001.

12 Su Likun, Su Xianyu, Li Wansong, et al. 3-D profilometry based on modulation measurement [J]. Acta Optica Sinica, 1999, 19(9): 1257-1262.

苏礼坤,苏显渝,李万松,等.基于调制度测量的三维轮廓术[J].光学学报,1999,19(9):1257-1262.

13 Su X Y, Su L K, Li W S. New Fourier transform profilometry based on modulation measurement [C]. SPIE, 1999, 3749: 438-439.