

基于非局部相似性和低秩矩阵的遥感图像重构方法

黄芝娟 唐超影 陈跃庭* 李 奇 徐之海 冯华君

浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 浙江 杭州 310027

摘要 针对遥感图像非局部相似的特性,提出了一种基于图像非局部相似性、低秩矩阵和最小全变分(TV)的压缩感知(CS)重构算法。充分利用了遥感图像的非局部相似性先验、局部平滑性先验以及低秩矩阵的特性,同时引入了一种新的基于欧氏距离和结构相似度的联合块匹配方式,使匹配结果更准确,最终实现了高质量的遥感图像重构。仿真结果表明,与传统的基于变换域稀疏或 TV 约束的重构算法相比,所提出的算法能获得更高的图像重构质量,峰值信噪比和结构相似度等评价价值都有较大的提高,验证了算法的有效性。

关键词 成像系统; 遥感图像; 低秩矩阵; 压缩感知; 非局部相似性; 图像重构

中图分类号 TN911.73 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.0611002

Remote Sensing Image Reconstruction Method Based on Non-Local Similarity and Low Rank Matrix

Huang Zhijuan Tang Chaoying Chen Yueting Li Qi Xu Zhihai Feng Huajun

State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China

Abstract A compressed sensing reconstruction method based on nonlocal similarity, low rank matrix and minimum total variation (TV) is proposed, considering the non-local similarity of remote sensing images. It fully exploits the nonlocal similarity prior, local smoothness prior of remote sensing images and the low rank properties of matrix. A new joint block matching method based on Euclidean distance and structural similarity is developed, which makes the matching result more accurate. The reconstruction of high quality remote sensing image is realized finally. Simulation results confirm that the proposed algorithm can achieve high reconstruction quality comparing with the traditional reconstruction method based on sparse transform domain or TV regularization. The peak signal to noise ratio and structural similarity have a great improvement, and the effectiveness of the proposed method is verified.

Key words imaging systems; remote sensing image; low rank matrix; compressed sensing; non-local similarity; image reconstruction

OCIS codes 110.1758; 100.3010; 100.2000

1 引 言

光学遥感技术为地理研究、地质勘探以及减灾救灾等方面提供了丰富的信息,但其海量数据对于存储、处理和传输有着很高的要求,也一定程度上限制了遥感图像分辨率、拍摄帧率的进一步提高。压缩感知(CS)技术的出现为遥感数据的获取和处理提供了新的研究思路和方法。

根据奈奎斯特采样定理,采样频率大于信号最高频率的两倍时采样数据才完整地保留了原始信号的信息,而压缩感知^[1-2]理论突破了这种传统的采样定理限制。压缩感知的思想是对于稀疏信号或能够在某一域上被稀疏表示的信号,以远低于奈奎斯特定理的采样率进行编码测量,并通过重构算法精确或近似地重构原

收稿日期: 2015-12-11; **收到修改稿日期:** 2016-01-29

基金项目: 国家自然科学基金(61550003)

作者简介: 黄芝娟(1991—),女,硕士研究生,主要从事光学压缩成像和图像复原等方面的研究。

E-mail: calyxwhu@gmail.com

导师简介: 冯华君(1963—),男,教授,博士生导师,主要从事光学成像系统和遥感等方面的研究。

E-mail: fenghj@zju.edu.cn

* **通信联系人.** E-mail: chenyt@zju.edu.cn

始信号。目前,压缩感知理论已经广泛应用于各领域,包括遥感图像的识别和融合^[3]、压缩成像^[4]和全息成像^[5]等。本课题组在 2015 年提出了一种基于单次曝光视频重建的图像去模糊方法^[6],得到了较好的复原图像。

压缩感知理论框架主要包括三部分:稀疏表示,编码测量,图像重构^[7]。有效的图像重构算法是压缩感知的关键技术之一,而图像的先验信息对于图像的重建具有重要作用,如何充分发掘图像的先验信息从而构造有效的约束条件成为了图像重构的关键。目前,常用的先验信息主要包括信号稀疏信息以及图像全变分(TV)信息^[8],信号稀疏性体现在原始图像信号在某固定变换域或稀疏基(如离散余弦变换基、小波基等)上的投影系数稀疏,TV 值则考虑了图像相邻像素的相关性。基于固定域的稀疏先验和图像 TV 先验的重构算法对于分片光滑的信号具有良好的逼近效果,但对于纹理信息丰富的图像重建效果并不理想,纹理特征会在重建过程中被平滑,还有可能产生伪信息。Aharon 等^[9]率先提出了一种基于机器学习的自适应字典(即稀疏基)构造方法,利用自适应字典代替固定稀疏基,充分考虑了图像块的稀疏性,但是字典训练是一个大规模非凸优化的问题,计算复杂度高。Buades 等^[10]提出了非局部均值去噪方法,进而涌现了一系列基于非局部相似性约束的重构算法。Dong 等^[11]提出由相似图像块组成的相似块组具有相似的结构,因此可以由这些相似块组成低秩矩阵,并利用矩阵填充算法重建图像。

在此基础上,针对遥感图像高非局部相似的特点,本文将图像非局部相似性、低秩矩阵恢复和 TV 约束相结合,提出一种新的压缩感知图像重构算法。本文算法使用非局部相似性能够消除传统算法基于单个图像块独立处理而导致的图像全局结构信息丢失的影响,很好地保持纹理等几何结构;使用 TV 约束项除抑制图像噪声的作用外,还可以减小或移除低秩矩阵恢复过程中的不可靠信息产生的虚假细节。通过控制这两项正则项的比重来控制遥感图像的恢复,使重构图像在趋向于真实图像的同时尽可能保留更多的有效细节,消除假细节。为了使相似块匹配结果更加精确,提出了一种基于欧氏距离和结构相似度(SSIM)的联合块匹配方法,提高了相似性度量的准确性。仿真结果表明,本文算法能够有效利用遥感图像特征,高质量地重构遥感图像,且对噪声具有稳健性。

2 理论基础

2.1 压缩感知

根据压缩感知理论,设维度为 N 的原始信号 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{N \times 1}$,原信号在某变换域或基 $\Psi \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 上的变换系数为 $\mathbf{s} \in \mathbf{R}^{N \times 1}$,按照一个与 Ψ 不相关且具有一定结构的观测矩阵 $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{M \times N}$ ($M \ll N$) 进行伪随机测量,得到压缩采样数据即观测向量 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^{M \times 1}$ 为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{H}\Psi\mathbf{s} = \Theta\mathbf{s}. \quad (1)$$

如果观测向量 \mathbf{y} 中包含了原始信号足够多的信息,而且 \mathbf{H} 满足约束等距性(RIP)条件^[12],那么就可以利用优化算法从观测向量中精确或大概率近似地重构原始信号。常见的优化算法模型为

$$\min_x \|\mathbf{s}\|_0 \text{ s.t. } \mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}, \quad (2)$$

式中 $\|\cdot\|_0$ 表示 L_0 范数。在图像处理中,更常用的是基于 TV 约束的优化模型,其无约束问题的数学表达式为

$$\min_x \|\mathbf{x}\|_{\text{TV}} + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2, \quad (3)$$

式中 $\|\cdot\|_{\text{TV}}$ 表示目标函数的 TV, λ 为约束参数,假设图像 \mathbf{x} 的大小为 $N_1 \times N_2$, 则有

$$\|\mathbf{x}\|_{\text{TV}} = \sum_{i,j} \sqrt{(D_h x)^2 + (D_v x)^2}, \quad (4)$$

$$D_h x = \begin{cases} \mathbf{x}_{i+1,j} - \mathbf{x}_{i,j}, & i < N_1 \\ 0, & i = N_1 \end{cases}, \quad (5)$$

$$D_v x = \begin{cases} \mathbf{x}_{i,j+1} - \mathbf{x}_{i,j}, & i < N_2 \\ 0, & i = N_2 \end{cases}, \quad (6)$$

式中 $x_{i,j}$ 表示图像第 i 行 j 列像素的灰度值, D_{hx} , D_{vx} 分别表示图像的水平方向梯度和垂直方向梯度。

2.2 基于联合块匹配的相似块聚类

遥感影像中的图像块包含了一定的空间结构信息, 由于地学信息具有地理时空相关性, 很多地区中存在大量重复相似的结构内容和纹理信息, 如图 1 所示, 对于给定的参考块可以找到与其相似的多个图像块, 这种性质称为图像的非局部相似性, 被广泛应用于图像处理、机器视觉等领域。为了有效利用这种先验信息, 提出一种新的图像块匹配方法, 即基于欧氏距离和 SSIM 的联合块匹配方式。



图 1 遥感图像中的非局部相似性

Fig. 1 Non-local similarity in remote sensing image

经典的块匹配原则为相似性与欧氏距离成反比, 但是, 这种直接度量方式很容易受噪声的影响, 从而产生相似性误判。基于此, 首先在每次迭代计算之前加入基于图像 TV 约束的去噪^[13]处理, 并且采用基于变换域硬阈值^[14]的欧氏距离计算方法, 设参考图像块为 $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$, 匹配图像块为 $\mathbf{y}_k \in \mathbf{R}^n$, 图像块大小为 $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$, 则参考图像块与匹配图像块之间的欧氏距离为

$$d(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k) = \frac{\|\gamma[T_{2D}^{ht}(\mathbf{x}_k)] - \gamma[T_{2D}^{ht}(\mathbf{y}_k)]\|}{\sqrt{n} \times \sqrt{n}}, \quad (7)$$

式中 T_{2D}^{ht} 是二维 (2D) 线性变换, $\gamma(\cdot)$ 表示硬阈值滤波操作。

由于欧氏距离函数只考虑了图像块像素值的相似性而忽略了图像块的内部结构信息, 并不能准确度量相似性, 而 SSIM 反映了图像块之间整体的相似性, 故将上述方法结合 SSIM^[15] 进行联合块匹配, 用 d^{real} 代表相似性, 则有

$$d^{real} = d(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k) \times (1 - S_s), \quad (8)$$

结构相似度 S_s 的计算为

$$S_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}, \quad (9)$$

式中 $\mu_x, \mu_y, \sigma_x, \sigma_y$ 为图像 \mathbf{x}, \mathbf{y} 的均值和标准差, σ_{xy} 为图像 \mathbf{x}, \mathbf{y} 的协方差, C_1, C_2 为很小的常数。

2.3 低秩矩阵恢复

本文方法的前提条件是矩阵的低秩性, 由于相似的图像块具有相近的结构从而由其组成的矩阵具有低秩性, 矩阵的秩等效于其奇异值的 L_0 范数, 图 2 表示了高分一号卫星的城市影像的 40 个相似块组成的某矩阵的奇异值, 从图 2 可以看出, 相似块矩阵满足低秩性。

由图像块 \mathbf{x}_k 及其相似块组成的相似块组可表示为 $\mathbf{x}_{Gk} \in \mathbf{R}^{n \times m}$, 其中 n 为图像块向量化后的维度, m 为相似块数目, $k=1, 2, \dots, K$, K 为图像块数目, 利用低秩矩阵恢复^[16-17]算法重构图像。令矩阵 \mathbf{B}_k 表示相似块组 \mathbf{x}_{Gk} , 矩阵 \mathbf{A}_k 表示待恢复图像块矩阵, 则有

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{A}_k + \mathbf{E}_k, \quad (10)$$

式中 \mathbf{E}_k 为噪声污染。这个问题等效于求解矩阵的秩最小化问题,

$$\arg \min_{\mathbf{A}_k} \text{rank}(\mathbf{A}_k) \text{ s.t. } \|\mathbf{B}_k - \mathbf{A}_k\|_2^2 \leq \epsilon. \quad (11)$$

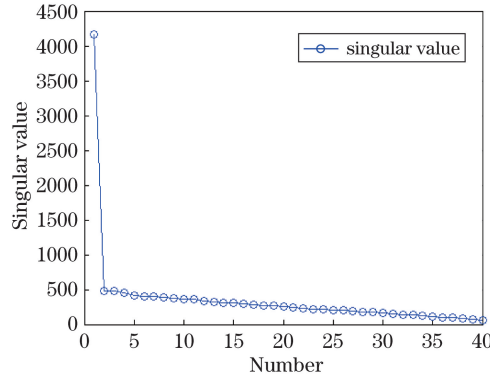


图 2 相似块组的低秩性

Fig. 2 Low rank of the group clustered by similar patches

秩最小化问题是非凸优化问题, Candes 等将上述问题转化为核范数表示的凸优化问题, 即

$$\arg \min_{\mathbf{A}_k} \|\mathbf{A}_k\|_* \text{ s.t. } \|\mathbf{B}_k - \mathbf{A}_k\|_2^2 \leq \epsilon, \quad (12)$$

式中 $\|\cdot\|_*$ 表示矩阵的核范数, 即矩阵奇异值之和, 上式可以通过基于奇异值分解 (SVD) 的自适应阈值收缩方法进行求解, 具体求解过程将在 3.3 节详细介绍。

3 图像重构模型与优化

本文方法是基于 TV 约束和相似块组的低秩约束的压缩感知重构。首先根据测量数据得到与待重构图像大小相同的初始图像, 对图像进行相似块聚类, 然后利用低秩先验重构相似块组, 加权平均后得到初步重构图像, 对初步重构图像进行最小 TV 约束优化, 得到最终重构图像。

首先做替换 $\mathbf{d}_h \leftarrow \mathbf{D}_h \mathbf{u}$, $\mathbf{d}_v \leftarrow \mathbf{D}_v \mathbf{u}$, $\mathbf{A}_k \leftarrow \mathbf{B}_k$, 设 \mathbf{u} 为计算过程中的原图像 \mathbf{x} 的辅助变量, 用 \mathbf{u} 表示 \mathbf{x} , 从测量数据 \mathbf{y} 恢复图像 \mathbf{x} 的整体模型可以表示为

$$\min_{\mathbf{u}} \lambda_1 \|(\mathbf{d}_h, \mathbf{d}_v)\|_2 + \lambda_2 \sum_k \|\mathbf{A}_k\|_* + \frac{1}{2} \|\mathbf{H}\mathbf{u} - \mathbf{y}\|_2^2 \text{ s.t. } \mathbf{d}_h = \mathbf{D}_h \mathbf{u}, \mathbf{d}_v = \mathbf{D}_v \mathbf{u}, \mathbf{A}_k = \mathbf{B}_k, \quad (13)$$

式中 $\|(\mathbf{d}_h, \mathbf{d}_v)\|_2 = \sum_{i,j} \sqrt{d_{h,i,j}^2 + d_{v,i,j}^2}$ 表示 TV, $\sum_k \mathbf{A}_k$ 表示由恢复的相似块组成的图像, 有关系式 $\sum_k \mathbf{A}_k = \mathbf{u}$ 。(13) 式中前两项为约束项, 第三项为保真项, λ_1, λ_2 为惩罚因子。

采用分裂 Bregman 迭代 (SBI)^[18] 算法求解以上凸优化问题。首先将 (13) 式转化为无约束式,

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}} \lambda_1 \|(\mathbf{d}_h, \mathbf{d}_v)\|_2 + \lambda_2 \sum_k \|\mathbf{A}_k\|_* + \frac{1}{2} \|\mathbf{H}\mathbf{u} - \mathbf{y}\|_2^2 + \\ \frac{\tau}{2} \sum_{i=h,v} \|\mathbf{d}_i - \mathbf{D}_i \mathbf{u} - \mathbf{b}_i\|_2^2 + \frac{\mu}{2} \sum_k \|\mathbf{A}_k - \mathbf{B}_k - \mathbf{b}_w\|_2^2, \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $\mathbf{b}_{h,v,w}$ 为 SBI 过程中的迭代参数, τ, μ 为约束参数。将 (14) 式分裂为以下三个子问题求解,

$$\begin{cases} \mathbf{u}^{t+1} = \min_{\mathbf{u}} \frac{1}{2} \|\mathbf{H}\mathbf{u} - \mathbf{y}\|_2^2 + \frac{\tau}{2} \sum_{i=h,v} \|\mathbf{d}_i - \mathbf{D}_i \mathbf{u} - \mathbf{b}_i\|_2^2 + \frac{\mu}{2} \sum_k \|\mathbf{A}_k - \mathbf{B}_k - \mathbf{b}_w\|_2^2 \\ (\mathbf{d}_h^{t+1}, \mathbf{d}_v^{t+1}) = \min_{(\mathbf{d}_h, \mathbf{d}_v)} \lambda_1 \|(\mathbf{d}_h, \mathbf{d}_v)\|_2 + \frac{\tau}{2} \sum_{i=h,v} \|\mathbf{d}_i - \mathbf{D}_i \mathbf{u} - \mathbf{b}_i\|_2^2 \\ \sum_k \mathbf{A}_k^{t+1} = \min_{\mathbf{A}_k} \lambda_2 \sum_k \|\mathbf{A}_k\|_* + \frac{\mu}{2} \sum_k \|\mathbf{A}_k - \mathbf{B}_k - \mathbf{b}_w\|_2^2 \end{cases}, \quad (15)$$

SBI 迭代参数为

$$\begin{cases} \mathbf{b}_i^{t+1} = \mathbf{b}_i^t + \mathbf{D}_i \mathbf{u}^{t+1} - \mathbf{d}_i^{t+1}, & i = h, v \\ \mathbf{b}_w^{t+1} = \mathbf{b}_w^t + \sum_k \mathbf{B}_k^{t+1} - \sum_k \mathbf{A}_k^{t+1} \end{cases}, \quad (16)$$

更新观测数据 \mathbf{y}

$$\mathbf{y}^{t+1} = \mathbf{y}^t + \mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{u}^{t+1}, \quad (17)$$

式中 t 指 SBI 迭代次数,通过 SBI 将(13)式转化为三个子问题的求解,即 \mathbf{u} , (d_h, d_v) , $\sum \mathbf{A}_k$, 分别求解这三个子问题可得到(13)式的解。

3.1 \mathbf{u} 子问题

对于 \mathbf{u} 子问题的求解,首先计算目标函数的梯度为

$$\mathbf{g} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{u} - \mathbf{H}^T \mathbf{y}) + \tau \left(\sum_{i=h,v} \mathbf{D}_i^T \mathbf{D}_i \mathbf{u} + \sum_{i=h,v} \mathbf{D}_i^T \mathbf{b}_i - \sum_{i=h,v} \mathbf{D}_i^T \mathbf{d}_i \right) + \mu \sum_k (\mathbf{A}_k - \mathbf{B}_k - \mathbf{b}_w), \quad (18)$$

令 $\mathbf{g} = 0$, 则有

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}^{-1} \left[\mathbf{H}^T \mathbf{y} + \tau \sum_{i=h,v} \mathbf{D}_i^T (\mathbf{d}_i - \mathbf{b}_i) + \mu (\sum_k \mathbf{B}_k + \mathbf{b}_w) \right], \quad (19)$$

式中 $\mathbf{G} = \mathbf{H}^T \mathbf{H} + \tau \sum_{i=h,v} \mathbf{D}_i^T \mathbf{D}_i + \mu \mathbf{I}$ 。

直接求解(19)式能得到精确解,但是矩阵的逆问题计算量很大,故采用共轭梯度下降算法^[19]来避免求逆矩阵。构造搜索方向,

$$\mathbf{d}^t = -\mathbf{g}_t + \beta_{t-1} \mathbf{d}^{t-1}, \quad (20)$$

当 $t=1$ 时, $\beta_{t-1}=0$, 当 $t>1$ 时, $\beta_{t-1} = \frac{\mathbf{d}^{(t-1)T} \mathbf{G} \mathbf{g}_t}{\mathbf{d}^{(t-1)T} \mathbf{G} \mathbf{d}^{t-1}}$, 则有表达式为

$$\mathbf{u}^{t+1} = \mathbf{u}^t - \lambda_t \mathbf{d}^t, \quad (21)$$

式中 λ_t 为每一步的搜索步长, $\lambda_t = \frac{\mathbf{g}_t^T \mathbf{d}^t}{\mathbf{d}^{(t)T} \mathbf{G} \mathbf{d}^t}$ 。

3.2 (d_h, d_v) 子问题

根据参考文献[16]的描述,该子问题可以直接通过广义收缩公式进行求解,

$$(\mathbf{d}_h^{t+1}, \mathbf{d}_v^{t+1}) = \max \left(s^t - \frac{\lambda_1}{\tau}, 0 \right) \frac{\mathbf{D}_i \mathbf{u}^t + \mathbf{b}_i^t}{s^t}, \quad i = h, v, \quad (22)$$

式中 $s^t = \sqrt{\sum_{i=h,v} |\mathbf{D}_i \mathbf{u}^t + \mathbf{b}_i^t|^2}$ 。

3.3 $\sum_k \mathbf{A}_k$ 子问题

该子问题是典型的低秩矩阵恢复问题,可以采用基于奇异值分解的自适应阈值收缩方法求解。首先对低秩矩阵 \mathbf{B}_k^t 进行 SVD 分解,然后对奇异值进行阈值处理,

$$\begin{cases} (\mathbf{U}, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{V}) = \text{svd}(\mathbf{B}_k^t) \\ \hat{\boldsymbol{\Sigma}} = S_\epsilon(\boldsymbol{\Sigma}) \end{cases}, \quad (23)$$

式中 S_ϵ 表示阈值为 ϵ 的软阈值操作,重构后的低秩矩阵为

$$\mathbf{A}_k^{t+1} = \mathbf{U} \hat{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{V}^T. \quad (24)$$

经典的低秩矩阵恢复算法多采用奇异值硬阈值或软阈值迭代求解,奇异值硬阈值法将小于阈值的奇异值全部置零,由此会造成明显的不连续性;奇异值软阈值法对所有奇异值按同一个选取的常量向零收缩。但是,矩阵较大的奇异值对于原始低秩矩阵的恢复具有更重要的作用,所以这里阈值采用自适应的方法进行选取^[20],即较大的奇异值应具有较小的收缩阈值,而较小的阈值应具有较大的收缩阈值。第 s 个奇异值 $\sqrt{r_s}$ 对应的阈值 ϵ_s 为

$$\epsilon_s = \frac{nm\sigma^2}{\min(n-1, m) \sqrt{r_s}}, \quad (25)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{s=S+1}^{\min(n-1, m)} r_s}{nm - m - mS + S + S^2}, \quad (26)$$

式中 S 是由相似块组成的低秩矩阵的秩。

至此,三个子问题全部解决,本文算法完整流程如表 1 所示。

表 1 基于本文模型的完整算法流程

Table 1 Complete algorithm process based on the proposed model

Complete algorithm
Input: the measurement \mathbf{y} and the measurement matrix \mathbf{H}
Initialization: set parameters $\lambda_1, \lambda_2, \mu, \tau, \xi, \mathbf{u}^0 = \mathbf{H}^T \mathbf{y}$
while $\ \mathbf{H}\mathbf{u}^k - \mathbf{y}\ _2 > \xi^2$
for $t=0, 1, 2, \dots$. Iter
for each exemplar patch \mathbf{u}_k^t
Cluster similar patches and create matrix \mathbf{B}_k^t ;
Update \mathbf{A}_k^{t+1} by (24);
end
Update $(\mathbf{d}_h^{t+1}, \mathbf{d}_v^{t+1})$ by (22);
Update \mathbf{u}^{t+1} by (21);
Update $\mathbf{b}_h^{t+1}, \mathbf{b}_v^{t+1}, \mathbf{b}_w^{t+1}$ by (16);
Update \mathbf{y}^{t+1} by (17);
$t \leftarrow t+1$
end
Output the reconstructed image
end

4 仿真结果与分析

仿真实验所用计算平台为 Intel(R)Core(TM)i5-4590,中央处理器(CPU)3.3 GHz, 4 G RAM。在仿真实验中,图像重构质量的客观评价指标包括峰值信噪比(PSNR)和 SSIM,PSNR 的计算公式为

$$P_{\text{SNR}} = 10 \times \lg \left[\frac{(2^n - 1)^2}{E_{\text{MS}}} \right], \quad (27)$$

式中 n 为每个采样值的比特数, E_{MS} 为原图像与复原图像之间均方误差。SSIM 的计算如(9)式所示,SSIM 综合了图像的亮度、对比度和结构三方面的特征从而给出图像之间整体的相似性度量。仿真实验选取的参数设置为 $\lambda_1 = 0.001, \lambda_2 = 0.08, \mu = 0.005, \tau = 2.5 \times 10^{-8}$ 。

本文仿真实验所选用的部分图像如图 3 所示,包含了标准测试图和遥感图像。

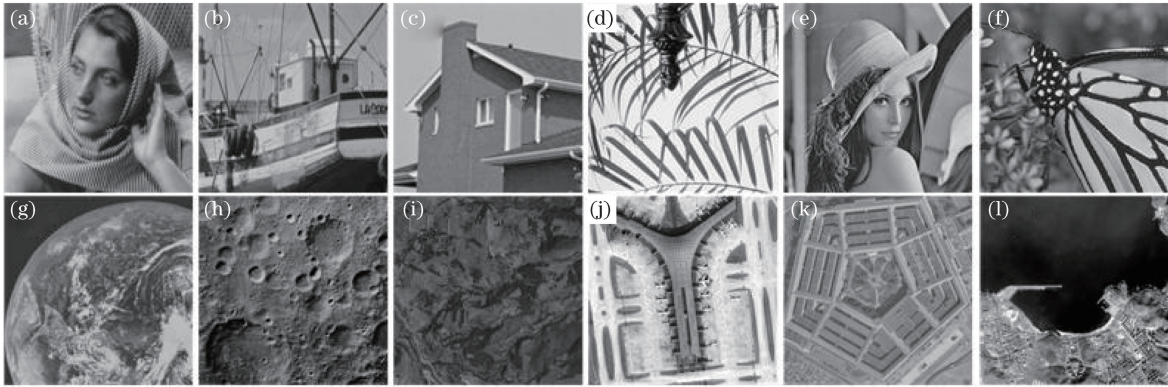


图 3 仿真实验测试图像

Fig. 3 Test images of simulation experiment

4.1 无噪声图像 CS 重构

仿真实验对标准测试图和遥感图像均进行了测试,下采样率为 0.3,并且将本文算法与算法 l1-magic、TVL3^[21]、BM3D-CS^[22]、TVNLR^[23] 进行对比。

图 4 为 Barbara 标准测试图的仿真结果对比,从图中可以看出本文算法恢复的图像最接近真实图像,细节保持较好,且无明显的振铃效应或者人工痕迹。为了验证本文算法对遥感图像的适用性,仿真中进行了大量的遥感图像压缩感知重构,部分仿真结果如图 5 和图 6 所示,其中图 5 是月面图,图 6 是乡村遥感图像。

从三幅对比图及放大区域中可以看出,本文算法的恢复结果在视觉效果上要优于另外几种算法。基于

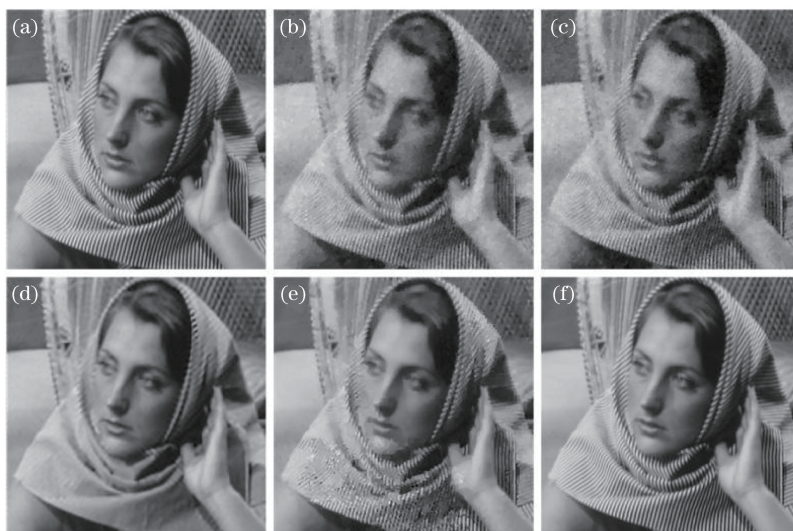


图 4 Barbara 仿真效果对比。(a)原始图像；(b)l1-magic；(c)TVAL3；(d)BM3D-CS；(e)TVNLR；(f)本文算法

Fig. 4 Effect comparison of Barbara. (a) Original image; (b) l1-magic; (c) TVAL3;
(d) BM3D-CS; (e) TVNLR; (f) proposed algorithm

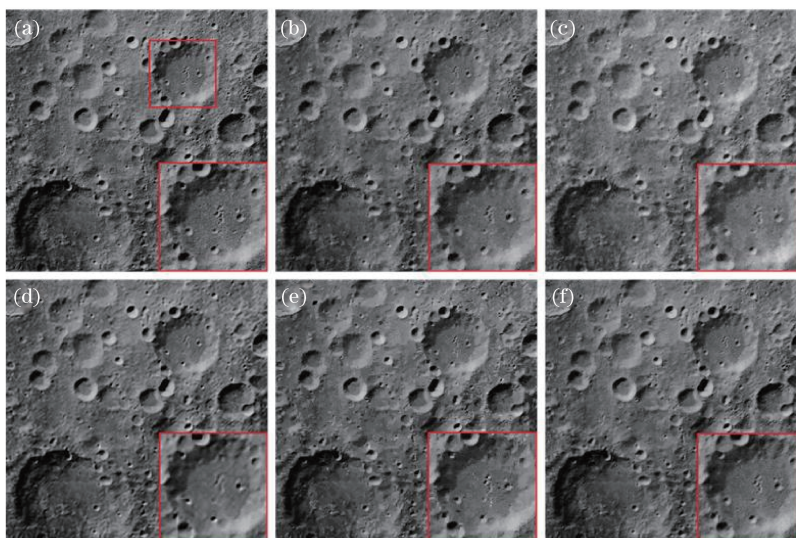


图 5 Selenograph 仿真效果对比。(a)原始图像；(b)l1-magic；(c)TVAL3；(d)BM3D-CS；(e)TVNLR；(f)本文算法

Fig. 5 Effect comparison of Selenograph. (a) Original image; (b) l1-magic; (c) TVAL3;
(d) BM3D-CS; (e) TVNLR; (f) proposed algorithm

TV 约束的 l1-magic 算法和 TVAL3 算法的恢复图像细节丢失严重, l1-magic 算法的恢复图像具有明显的噪声, 还有边缘纹理模糊等问题; TVAL3 算法恢复图像的亮度与原始图像有较明显的区别, 噪声很大, 细节模糊; BM3D-CS 算法和 TVNLR 算法都利用了图像的非局部相似性, 但是两者的恢复图像都很大程度上对图像过度平滑而丢失图像细节, 且均会产生假细节; 相比较而言, 无论是对于标准测试图还是实际遥感图像, 本文算法均能更高质量地重构原始图像, 恢复图像不但很好地抑制了噪声, 而且在保持了有效细节的同时消除了虚假细节, 恢复图像有着更好的视觉效果。

为了客观的评价图像的重构质量, 表 2 和表 3 分别给出了 30% 下采样率时标准测试图和遥感图像无噪声重构结果的客观评价指标的对比。从表中可以看出, 无论是标准测试图还是实际遥感图像, 本文算法重构图像的 PSNR 和 SSIM 都高于其他几种算法, 相较于 l1-magic 算法和 TVNLR 算法, 本文算法的平均 PSNR 能提升 4 dB 左右。

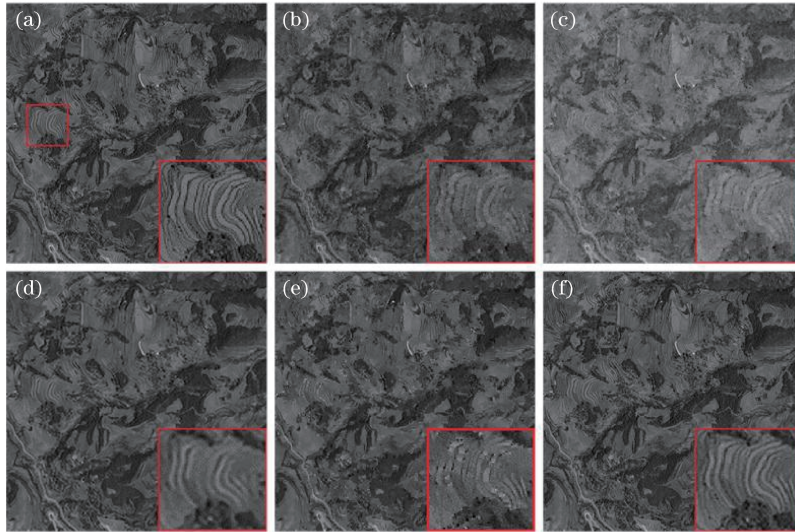


图 6 Country 仿真效果对比。(a)原始图像；(b)l1-magic；(c)TVAL3；(d)BM3D-CS；(e)TVNLR；(f)本文算法

Fig. 6 Effect comparison of Country. (a) Original image; (b) l1-magic; (c) TVAL3; (d) BM3D-CS; (e) TVNLR; (f) proposed algorithm

表 2 无噪声标准测试图重构图像 PSNR 和 SSIM 比较

Table 2 Comparison of the reconstructed noiseless standard test images by PSNR and SSIM

Ratio	Algorithm		Barbara	Boats	House	Leaves	Lena	Monarch	Average
30%	l1-magic	PSNR /dB	26.48	31.15	35.03	26.82	32.03	31.66	30.66
		SSIM	0.765	0.882	0.898	0.910	0.899	0.925	0.879
	TVAL3	PSNR /dB	25.35	27.26	23.45	25.38	22.83	21.64	24.32
		SSIM	0.757	0.859	0.881	0.873	0.869	0.879	0.853
	BM3D-CS	PSNR /dB	24.39	29.50	32.12	25.70	29.61	28.25	28.26
		SSIM	0.731	0.864	0.871	0.915	0.886	0.910	0.858
	TVNLR	PSNR /dB	26.04	31.87	34.48	26.78	30.44	30.55	30.03
		SSIM	0.822	0.912	0.911	0.928	0.902	0.931	0.901
	Proposed	PSNR /dB	37.59	36.93	39.15	35.87	34.81	35.28	36.61
		SSIM	0.981	0.970	0.958	0.987	0.958	0.976	0.972

表 3 无噪声遥感图像重构图像 PSNR 和 SSIM 比

Table 3 Comparison of the reconstructed noiseless remote sensing images by PSNR and SSIM

Ratio	Algorithm		Moon	Selenograph	Country	Airport	Pentagon	Coastline	Average
30%	l1-magic	PSNR /dB	32.32	27.14	25.80	32.51	26.39	27.34	28.58
		SSIM	0.866	0.745	0.623	0.894	0.734	0.775	0.773
	TVAL3	PSNR /dB	17.03	22.01	19.43	24.23	16.71	15.05	19.08
		SSIM	0.771	0.730	0.602	0.884	0.699	0.577	0.711
	BM3D-CS	PSNR /dB	32.43	26.08	25.43	31.41	26.11	23.54	27.50
		SSIM	0.873	0.683	0.552	0.895	0.681	0.792	0.746
	TVNLR	PSNR /dB	31.74	25.90	25.00	32.88	27.44	24.03	27.83
		SSIM	0.867	0.718	0.600	0.910	0.758	0.810	0.777
	Proposed	PSNR /dB	35.12	29.12	27.98	36.25	31.88	28.58	31.49
		SSIM	0.924	0.827	0.769	0.953	0.859	0.884	0.869

图 7 为各算法在不同采样率下对标准测试图重构结果的平均 PSNR 值,从图 7 可以看出,本文算法在不同采样率下的 PSNR 值均高于其他几种算法。

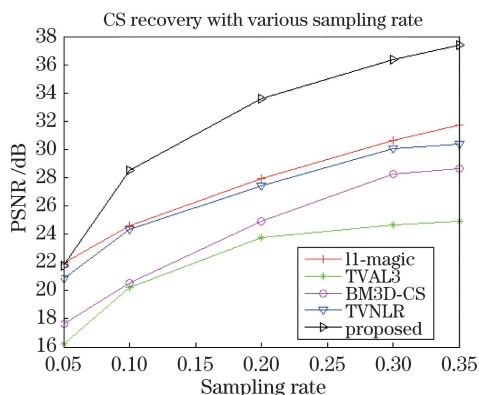


图 7 下采样率变化时对应的 PSNR 值

Fig. 7 PSNR results as sampling rate varies

4.2 含噪声图像 CS 重构

在实际遥感图像的感知过程中会不可避免地产生噪声,因此对在感知过程中加入不同程度噪声的图像进行了含噪压缩感知重构。本文采用了 TV 和非局部相似性以及低秩矩阵共同约束,因此理论上本文算法对噪声具有稳健性。表 4 为 Pentagon 在不同程度噪声和无噪声情况下各算法部分结果的评价指标对比,可以看出本文算法的重构结果最优且对噪声不敏感,由此说明本文算法对噪声具有稳健性;l1-magic 算法对于噪声非常敏感因而在大噪声情况下不能恢复出有意义的图像;因为 TVAL3 算法的不稳定,所以这里给出的是其多次实验结果取均值;BM3D-CS 算法是基于 BM3D 去噪算法的压缩感知重构算法,TVNLR 算法是基于非局部均值的 TV 约束压缩感知重构算法,随着噪声的增加两种算法的评价指标都有一定程度的下降。

表 4 含噪声重构图像 PSNR 和 SSIM 比较

Table 4 Comparison of the reconstructed noise images by PSNR and SSIM

Pentagon		l1-magic	TVAL3	BM3D-CS	TVNLR	Proposed
Noisy ($R_{sn}=5$)	PSNR /dB	5.7570	15.001	25.741	26.901	31.791
	SSIM	3.69×10^{-7}	0.6776	0.6521	0.7435	0.8565
Noisy ($R_{sn}=20$)	PSNR /dB	5.8200	16.621	25.742	27.161	31.883
	SSIM	3.89×10^{-6}	0.6776	0.6522	0.7511	0.8567
Noiseless	PSNR /dB	26.391	16.710	26.113	27.442	31.885
	SSIM	0.7342	0.6990	0.6806	0.7585	0.8591

图 8 为图像 Pentagon 在加入噪声之后的各算法重构图像对比,加入的噪声为 $R_{sn}=5$,其中 R_{sn} 为信噪比。从图 8 可以看出,由于 BM3D-CS 是一种基于去噪算法的 CS 重构,所以对于噪声具有一定的稳健性,TVNLR 算法的重构图像噪声较大且有明显的块效应,而本文算法的恢复图像在视觉效果上比其他几种算法好,细节保持更好,纹理特征更清晰。

5 结 论

提出了一种基于 TV 约束和非局部相似块组低秩性的压缩感知重构算法,利用非局部相似性构建低秩矩阵,结合低秩矩阵和最小 TV 两项约束重构图像,提高了算法的有效性,能够消除块效应,保留清晰的边界和更多的细节,并且减少虚假细节的产生,且该重构方法对噪声具有稳健性。为了能够充分利用图像的非局部相似性,构建低秩矩阵,采用了一种新的相似块匹配方法,即基于欧氏距离和结构相似度的联合块匹配方式,提高了块匹配结果的准确性。对标准测试图 and 实际遥感图像均进行了仿真,与现有重构算法相比,图像恢复质量有了很大地提升,验证了该算法的有效性和在遥感领域的适用性。

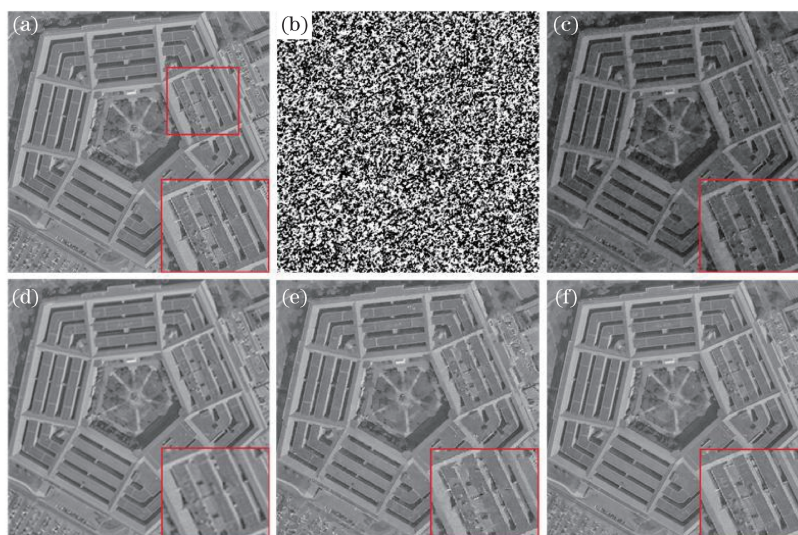


图 8 Pentagon 含噪声仿真结果对比。(a)原始图像；(b)l1-magic；(c)TVAL3；(d)BM3D-CS；(e)TVNLR；(f)本文算法

Fig. 8 Effect comparison of noise Pentagon. (a) Original image; (b) l1-magic;
(c) TVAL3; (d) BM3D-CS; (e) TVNLR; (f) proposed algorithm

参 考 文 献

- 1 Candes E J, Romberg J. Quantitative robust uncertainty principles and optimally sparse decompositions[J]. Foundations of Computational Mathematics, 2006, 6(2): 227-254.
- 2 Donoho D L. Compressed sensing[J]. Information Theory, IEEE Transactions on, 2006, 52(4): 1289-1306.
- 3 Ruan Tao, Na Yan, Wang Shu. Remote sensing image fusion based on compressed sensing[J]. Electronic Science and Technology, 2012, 25(4): 43-46.
阮涛, 那彦, 王淑. 基于压缩感知的遥感图像融合方法[J]. 电子科技, 2012, 25(4): 43-46.
- 4 Wu Jianrong, Shen Xia, Yu Hong, *et al.*. Snapshot compressive imaging by phase modulation[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(10): 1011005.
吴建荣, 沈夏, 喻虹, 等. 基于相位调制的单次曝光压缩感知成像[J]. 光学学报, 2014, 34(10): 1011005.
- 5 Weng Jiawen, Qin Yi, Yang Chuping, *et al.*. Reconstruction of single low-coherence digital hologram by compressive sensing[J]. Laser and Optoelectronics Progress, 2015, 52(10): 100901.
翁嘉文, 秦怡, 杨初平, 等. 单幅弱相干光数字全息图的压缩感知重建[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(10): 100901.
- 6 Tang Chaoying, Chen Yueting, Li Qi, *et al.*. Motion detection and image restoration based on video reconstruction from a single coded exposure photograph[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(4): 0410002.
唐超影, 陈跃庭, 李奇, 等. 基于视频重建的颤振探测与图像复原方法[J]. 光学学报, 2015, 35(4): 0410002.
- 7 Candes E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies[J]. Information Theory, IEEE Transactions on, 2006, 52(12): 5406-5425.
- 8 Tan Shiyu, Liu Zhentao, Li Enrong, *et al.*. Hyperspectral compressed sensing based on prior images constrained[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(8): 0811003.
谭诗语, 刘震涛, 李恩荣, 等. 基于先验图像约束的多光谱压缩感知[J]. 光学学报, 2015, 35(8): 0811003.
- 9 Aharon M, Elad M, Bruckstein A. K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2006, 54(11): 4311-4322.
- 10 Buades A, Coll B, Morel J M. A non-local algorithm for image denoising[C]. Computer Vision and Pattern Recognition, Computer Society Conference on. IEEE, 2005, 2: 60-65.
- 11 Dong W, Shi G, Li X. Nonlocal image restoration with bilateral variance estimation: A low-rank approach[J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 2013, 22(2): 700-711.
- 12 Candes E J, Romberg J K, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. Communications on pure and applied mathematics, 2006, 59(8): 1207-1223.
- 13 Chambolle A. An algorithm for total variation minimization and applications[J]. Journal of Mathematical Imaging and

- Vision, 2004, 20(1-2): 89-97.
- 14 Dabov K, Foi A, Katkovnik V, *et al.*. Image restoration by sparse 3D transform-domain collaborative filtering [C]. Electronic Imaging, International Society for Optics and Photonics, 2008: 681207.
 - 15 Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, *et al.*. Image quality assessment: From error visibility to structural similarity [J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 2004, 13(4): 600-612.
 - 16 Candes E J, Recht B. Exact matrix completion via convex optimization [J]. Foundations of Computational Mathematics, 2009, 9(6): 717-772.
 - 17 Cai J F, Candes E J, Shen Z. A singular value thresholding algorithm for matrix completion [J]. SIAM Journal on Optimization, 2010, 20(4): 1956-1982.
 - 18 Goldstein T, Osher S. The split bregman method for l1-regularized problems [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(2): 323-343.
 - 19 Chen Baolin. Optimization theory and algorithm [M]. Second edition. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 294-306.
陈宝林. 最优化理论与算法 [M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2005: 294-306.
 - 20 Verbanck M, Josse J, Husson F. Regularised PCA to denoise and visualise data [J]. Statistics and Computing, 2013, 25(2): 471-486.
 - 21 Li C, Yin W, Jiang H, *et al.*. An efficient augmented lagrangian method with applications to total variation minimization [J]. Computational Optimization and Applications, 2013, 56(3): 507-530.
 - 22 Egiazarian K, Foi A, Katkovnik V. Compressed sensing image reconstruction via recursive spatially adaptive filtering [C]. Image Processing, International Conference on. IEEE, 2007: 549-552.
 - 23 Zhang J, Liu S, Xiong R, *et al.*. Improved total variation based image compressive sensing recovery by nonlocal regularization [C]. Circuits and Systems, International Symposium on. IEEE, 2013: 2836-2839.