

反演对称破缺拉比模型的动力学问题

董 锐

北京邮电大学理学院, 北京 100876

摘要 在超强耦合条件下,利用绝热近似的方法,对反演对称破缺拉比模型进行了研究。得到本征值和本征函数的解析表达式,并研究了反演对称破缺的影响。讨论了量子谐振腔初态为福克态和相干态条件下的系统动力学问题。特别关注了崩塌和复生现象,研究结果表明反演对称破缺会影响崩塌和复生现象的时间和高度。

关键词 量子光学; 拉比模型; 绝热近似; 反演对称破缺

中图分类号 O431.2 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.0527002

Dynamics of Inversion-Symmetry Breaking Rabi Model

Dong Kun

School of Science, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China

Abstract The inversion-symmetry breaking Rabi model under ultra-strong coupling condition is studied with the adiabatic approximation method. The analytical expressions of the eigenfunctions and the eigenvalues are obtained, and the influence of the inversion-symmetry breaking on them is also studied. The dynamical behavior of the system, with initial status of Fock state and coherent state for the quantum harmonic oscillator, is discussed. The collapse and revival phenomena have been put particular attentions. The results show that the inversion-symmetry breaking changes the time and height of collapse and revival.

Key words quantum optics; Rabi model; adiabatic approximation; inversion-symmetry breaking

OCIS codes 270.6620; 020.5580; 270.1670

1 引 言

拉比模型是关于二能级系统与量子谐振子相互耦合的量子模型。该模型在研究原子的磁场时第一次被提出^[1],现已广泛应用于多个物理学领域中,包括量子光学^[1-3]、凝聚态物理^[4-8]、量子信息处理(QIP)^[9-16]等。在近十年中,电路量子电动力学(QED)和腔 QED 在各个领域广泛应用^[17-20]。尽管拉比模型已经有 70 多年的历史,但仍有新的相关研究不断被提出^[21-39]。因此,很有必要对拉比模型进行更深入地研究。

电路 QED 和腔 QED 在最近几年的发展丰富了传统的拉比模型,例如,在传统的电路 QED 和腔 QED 装置中加入一些新的相互作用项。一种称为反演对称破缺(ISB)的新元素可被加入到传统的拉比模型中。由于 ISB 拉比模型有很多突出的优点,譬如可以通过拉比频率来产生并改变辐射频率^[40-44],因此得到了广泛的关注。在半导体拉比模型中,可以通过非对称的量子点来实现 ISB^[24];在电路 QED 和腔 QED 拉比模型中,可以通过装置本身的非对称性来实现 ISB^[45-46]。上述研究都利用了所谓的绝热近似。旋转波近似建立在原子和量子谐振腔的弱耦合及频率相接近的前提之上。当耦合强度很强或超强时,旋转波近似便会失效。因此在强耦合以及超强耦合条件下研究 ISB 对拉比模型的影响显得十分必要。

为了实现 ISB,本文在传统的拉比模型中加入了新的相互作用项。在超强耦合条件下,利用绝热近似得到了系统的本征值和本征函数,并研究了系统的动力学问题。

收稿日期: 2015-10-13; **收到修改稿日期:** 2016-01-27

基金项目: 国家自然科学基金(10875018)

作者简介: 董 锐(1988—),男,博士研究生,主要从事量子光学方面的研究。E-mail: dklovely@163.com

导师简介: 田贵花(1967—),女,博士,教授,主要从事广义相对论和量子光学等方面的研究。E-mail: tgh-2000@263.net

2 系统的本征值谱

拉比模型的哈密顿量可以表示为

$$\hat{H}_{\text{Rabi}} = \frac{\hbar\omega_0}{2}\hat{\sigma}_z + \hbar\omega\hat{a}^+\hat{a} + \hbar\omega\beta(\hat{a}^+ + \hat{a})(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-), \quad (1)$$

式中 $\hat{\sigma}_z$ 和 $\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_- = \hat{\sigma}_x$ 是量子比特在希尔伯特空间中广义的泡利算符, \hat{a}^+ 和 \hat{a} 分别为量子谐振腔的产生算符和湮灭算符, ω_0 和 ω 分别为量子比特和量子谐振腔的频率, β 为量子比特和量子谐振腔之间的耦合强度。

在传统的拉比模型中加入两个新的相互作用项, 实现 ISB, 该哈密顿量可以表示为

$$\hat{H}_{\text{ISB}} = \frac{\hbar\omega_0}{2}\hat{\sigma}_z + \hbar\omega\hat{a}^+\hat{a} + \hbar\omega(\hat{a}^+ + \hat{a})(\beta\hat{\sigma}_x + \beta_1\hat{\sigma}_\uparrow - \beta_2\hat{\sigma}_\downarrow) = \frac{\hbar\omega_0}{2}\hat{\sigma}_z + \hat{H}_0, \quad (2)$$

式中 $\hat{\sigma}_\uparrow = (\hat{I} + \hat{\sigma}_z)/2$ 和 $\hat{\sigma}_\downarrow = (\hat{I} - \hat{\sigma}_z)/2$ 。当 $\beta_1 = \beta_2 = 0$ 时, 系统的哈密顿量将退化为传统的拉比模型。

利用的绝热近似, 在适用范围上不同于旋转波近似。当原子频率远远小于量子谐振腔的频率 ($\omega_0 \ll \omega$) 时, 对于任意耦合强度, 绝热近似均成立。建立一组新的基矢。当 $\omega_0 \ll \omega$ 时, 可以忽略二能级系统本身的能量 $\frac{\hbar\omega_0}{2}\hat{\sigma}_z$, 则关于剩余部分 \hat{H}_0 的本征方程为

$$\hat{H}_0|\Phi\rangle = E|\Phi\rangle, \quad (3)$$

式中本征函数 $|\Phi\rangle$ 的形式为 $|\Phi\rangle = |\pm\rangle|\phi_\pm\rangle$, 其中 $|\pm\rangle$ 是 $\beta\hat{\sigma}_x + \beta_1\hat{\sigma}_\uparrow - \beta_2\hat{\sigma}_\downarrow$ 部分的本征函数, $|\phi_\pm\rangle$ 是 $\beta\hat{\sigma}_x + \beta_1\hat{\sigma}_\uparrow - \beta_2\hat{\sigma}_\downarrow$ 用 $|\pm\rangle$ 代替后的量子谐振腔的本征函数。

在矩阵形式中, $|\pm\rangle$ 可以写为

$$|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+A_\pm^2}} \begin{bmatrix} 1 \\ A_\pm \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中 $A_\pm = \frac{1}{2\beta}[\beta_1 + \beta_2 \pm \sqrt{4\beta^2 + (\beta_1 + \beta_2)^2}] = \frac{1}{2\beta}(\beta_1 + \beta_2 \pm \sqrt{B})$, 对应的本征值为 $e_\pm = \frac{1}{2}[\beta_1 - \beta_2 \pm \sqrt{4\beta^2 + (\beta_1 + \beta_2)^2}] = \frac{1}{2}(\beta_1 - \beta_2 \pm \sqrt{B})$ 。

$|\phi_\pm\rangle$ 对应的本征方程为

$$\hbar\omega[\hat{a}^+\hat{a} + e_\pm(\hat{a} + \hat{a}^+)]|\phi_\pm\rangle = E|\phi_\pm\rangle, \quad (5)$$

令 $N = E/\hbar\omega + e_\pm^2$, (5) 式可以改写为

$$(\hat{a}^+ + e_\pm)(\hat{a} + e_\pm)|\phi_\pm\rangle = N|\phi_\pm\rangle, \quad (6)$$

利用位移算符 $\hat{D}(\alpha) = \exp[\alpha(\hat{a}^+ - \hat{a})]$, (6) 式可以改写为

$$\hat{a}^+ \hat{a}[\hat{D}(e_\pm)|\phi_\pm\rangle] = N[\hat{D}(e_\pm)|\phi_\pm\rangle], \quad (7)$$

对比粒子数算符 $\hat{a}^+ \hat{a}$ 的本征方程, 可以看出 $\hat{D}(e_\pm)|\phi_\pm\rangle$ 是粒子数算符 $\hat{a}^+ \hat{a}$ 的本征态, 因此

$$|\phi_\pm^N\rangle = \hat{D}(-e_\pm)|N\rangle \equiv |N_\pm\rangle, \quad (8)$$

最终可建立一组新的基矢:

$$\begin{cases} |\Phi_{\pm, N}\rangle = |\pm\rangle|N_\pm\rangle \\ E_{N, \pm} = \hbar\omega(N - e_\pm^2) \end{cases} \quad (9)$$

用这组新的基矢展开 ISB 拉比模型的哈密顿量公式。根据绝热近似, 只保留 N 值相同的展开项。此时, 系统哈密顿量退化为分块对角化的矩阵。每一个子块都是一个 2×2 的矩阵, 具体形式为

$$\hat{H}_N = \hbar\omega \begin{bmatrix} N - e_+^2 + \frac{\omega_0(1 - A_+^2)}{2\omega(1 + A_+^2)} & \Omega_N \\ \Omega_N & N - e_-^2 + \frac{\omega_0(1 - A_-^2)}{2\omega(1 + A_-^2)} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

矩阵按照 $|+\rangle|N_+\rangle$ 和 $|-\rangle|N_-\rangle$ 的顺序排列。非对角项 Ω_N 的表达式为

$$\begin{aligned} \Omega_N &= \frac{\omega_0}{\omega \sqrt{2 + A_+^2 + A_-^2}} \langle N_+ | N_- \rangle = \\ &= \frac{\omega_0 \exp\{-[4\beta^2 + (\beta_1 + \beta_2)^2/2]\}}{\omega \sqrt{2 + A_+^2 + A_-^2}} L_N[4\beta^2 + (\beta_1 + \beta_2)^2] = \\ &= \frac{\omega_0 \exp(-B/2)}{\omega \sqrt{2 + A_+^2 + A_-^2}} L_N(B), \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $L_N(x)$ 为拉盖尔多项式。利用绝热近似求解传统拉比模型问题的推导可参见文献[37]。

每一个子块 \hat{H}_N 的本征函数和本征值为

$$\begin{cases} |\epsilon_N^\pm\rangle = \begin{bmatrix} y_\pm \\ 1 \end{bmatrix} \\ \epsilon_N^\pm = \frac{\hbar\omega}{2} \left[2N - \frac{(\beta_1 - \beta_2)^2 + B}{2} \pm \sqrt{C} \right], \end{cases} \quad (12)$$

式中 $y_\pm = \frac{(\beta_2 - \beta_1)\sqrt{B} - \frac{\omega_0(\beta_1 + \beta_2)}{2\omega\sqrt{B}} \pm \sqrt{C}}{2\Omega_N}$, $C = (\beta_1 - \beta_2)^2 B + 4\Omega_N^2 + 2 \frac{\omega_0}{\omega} \left[\frac{\omega_0(\beta_1 + \beta_2)^2}{2\omega B} - (\beta_2^2 - \beta_1^2) \right]$ 。可以看到 ISB 影响到了 $|\epsilon_N^\pm\rangle$ 和 ϵ_N^\pm 。

图 1 为根据(12)式及数值方法计算得到的本征值 ϵ_4^- 。从图 1(a)可以看出,当 $\omega_0 = 0.5\omega$ 时,对于任意耦合强度 β , (12)式的计算结果与数值计算结果非常吻合;从图 1(b)可以看出,当 $\omega_0 = 0.9\omega$ 时,对于较小的耦合强度 β , 结果出现了偏差,但对于较大的耦合强度 β , (12)式结果也与数值结果吻合。因此只要 $\omega_0 \ll \omega$, 对于任意耦合强度 β , (12)式的结果都可以很好地描述系统;即使 $\omega_0 \approx \omega$, 对于较大的耦合强度 β , (12)式的结果也有很好的表现。

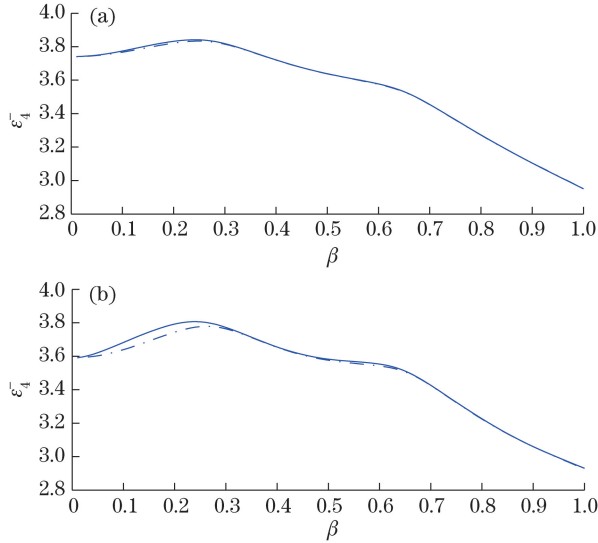


图 1 根据绝热近似(点划线)和数值计算(实线)得到的本征值 ϵ_4^- 。(a) $\omega_0 = 0.5\omega$, $\beta_1 = \beta_2 = 0.1$; (b) $\omega_0 = 0.9\omega$, $\beta_1 = \beta_2 = 0.1$
 Fig. 1 Eigenvalue ϵ_4^- obtained from adiabatic approximation (dotted-dashed line) and numerical calculation (solid line).
 (a) $\omega_0 = 0.5\omega$, $\beta_1 = \beta_2 = 0.1$; (b) $\omega_0 = 0.9\omega$, $\beta_1 = \beta_2 = 0.1$

3 系统动力学问题

为将拉比模型应用于实际 QIP 系统中,对其随时间演化的系统动力学行为的研究显得尤为重要^[47-49]。量子谐振腔的初态有两种,即福克态和相干态。讨论 ISB 对系统动力学行为的影响。

为计算方便,作出如下假设:

$$\Omega_N \gg \beta, \beta_1, \beta_2, \quad (13)$$

则(12)式可化简为

$$\begin{cases} |\epsilon_N^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \pm 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \epsilon_N^\pm = \hbar\omega(N \pm \Omega_N) \end{cases} \quad (14)$$

考虑系统初态为位移福克态的情况,以 $|+\rangle|N_+\rangle$ 为例进行讨论。根据(14)式可得

$$|\Psi_+(0)\rangle = |+\rangle|N_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\epsilon_N^+\rangle + |\epsilon_N^-\rangle), \quad (15)$$

根据 $|\Psi_+(t)\rangle = \exp\left(-\frac{i\hat{H}}{\hbar}t\right)|\Psi_+(0)\rangle$ 并利用(14)式可以得到系统回到初态的概率为

$$P_+(N, t) = |\langle\Psi_+(t)|\Psi_+(0)\rangle|^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\frac{(\epsilon_N^+ - \epsilon_N^-)t}{\hbar} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\omega_N t, \quad (16)$$

可以看到 ISB 对拉比频率 ω_N 造成影响,可以通过改变 β_1 和 β_2 来改变 ω_N 。

福克态在大多数情形下并不能很好地描述真实实验中谐振腔的受激状态。与之相比较,相干态更接近实验中谐振腔的真实状态。更重要的是,谐振腔处于相干态时,系统随时间演化会出现所谓的信号崩塌和复生现象,这一现象在量子通信等领域具有广泛应用。

谐振腔初态处于相干态,有

$$|\Psi_+(0)\rangle = |+\rangle|\alpha_+\rangle = |+\rangle\hat{D}(-B)|\alpha\rangle, \quad (17)$$

采用与 $P_+(N, t)$ 相同的计算方法,可以得到系统回到初态 $|\Psi_+(0)\rangle = |+\rangle|\alpha_+\rangle$ 的概率为

$$\begin{aligned} P_+(\alpha, t) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sum_N \frac{\exp[-(|\alpha|^2)|\alpha|^{2N}]}{N!} \cos\frac{(\epsilon_N^+ - \epsilon_N^-)t}{\hbar} = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sum_N P(N)\cos(2\Omega_N\omega t) = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}S(t, \omega_0). \end{aligned} \quad (18)$$

对(18)式求和结果进行近似计算并讨论 ISB 对崩塌和复生现象的影响。

用泊松分布替代(18)式中的高斯分布,则

$$P(N) = \frac{\exp[-|\alpha|^2]|\alpha|^{2N}}{N!} \frac{1}{\sqrt{2\pi|\alpha|^2}} \exp\left[-\frac{(N - |\alpha|^2)^2}{2|\alpha|^2}\right], \quad (19)$$

当 $|\alpha\beta| \ll 1$ 时,可保留(18)式中拉盖尔多项式的前三项,即

$$2\Omega_N\omega t \approx \frac{2\omega_0 \exp\left(-\frac{B}{2}\right)}{\sqrt{2+A_+^2+A_-^2}} \left[1 - NB + \frac{N(N-1)}{4}B^2\right], \quad (20)$$

将(19)、(20)式代入(18)式可得

$$S(t, \omega_0) = \text{Re}\left\{\sum_N P(N)\exp\left\{i\tau\left[1 - NB + \frac{N(N-1)}{4}B^2\right]\right\}\right\}, \quad (21)$$

式中 $\tau = \frac{2\omega_0 \exp(-B/2)}{\sqrt{2+A_+^2+A_-^2}}$ 。根据泊松求和公式 $\sum_{N=-\infty}^{\infty} f(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{f}(k)$ (\hat{f} 为关于 f 的傅里叶变换)可得

$$S(t, \omega_0) = \text{Re}\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{S}(t, \omega_0) + \frac{1}{2}P(0)\exp(i\tau)\right], \quad (22)$$

$$\bar{S}(t, \omega_0) = \int_0^{\infty} P(n)\exp(2i\pi kn)\exp\left\{i\tau\left[1 - NB + \frac{N(N-1)}{4}B^2\right]\right\} dn, \quad (23)$$

再利用高斯积分公式 $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2)dx = \sqrt{\pi}$, 可得

$$\bar{S}(t, \omega_0) = \frac{\exp(\Phi_{\text{Re}} + i\Phi_{\text{Im}})}{[1 + (y f/2)]^{1/4}}, \quad (24)$$

式中

$$\begin{cases} \Phi_{\text{Re}} = \frac{|\alpha|^2}{2[1+(yf/2)]}(1-g^2+yfg) - \frac{|\alpha|^2}{2} \\ \Phi_{\text{Im}} = \frac{|\alpha|^2}{2[1+(yf/2)^2]}[(1-g^2)(yf/2)-2g] - \frac{\theta}{2} + \tau \end{cases}, \quad (25)$$

定义

$$y = \tau B, \quad f = |\alpha|^2 B, \quad \theta = \arctan(yf/2)^2, \quad g = y + yB/4 - 2\pi k. \quad (26)$$

当 $y = 2k\pi$ 时, Φ_{Re} 取最大值。因此可以忽略 Φ_{Re} 中 yB 、 $(y-2\pi k)f^2$ 、 f^3 和 $(y-2\pi k)^2 f$ 等高阶项, 则 Φ_{Re} 可以简化为

$$\Phi_{\text{Re}} = -\frac{|\alpha|^2}{2[1+(\pi kf)^2]} \left[y - 2\pi k \left(1 + \frac{1}{2}f \right) \right]^2, \quad (27)$$

利用同样的方法, Φ_{Im} 可以简化为

$$\Phi_{\text{Im}} = -\frac{\arctan(\pi kf)^2}{2} + \frac{1}{x} [y(1+f) + 2\pi kf], \quad (28)$$

因此, $\bar{S}(t, \omega_0)$ 表达式改写为

$$\bar{S}(t, \omega_0) = \exp \left\{ \frac{-(\tau - \tau_k)^2 |\alpha|^2 B^2}{2[1+(\pi kf)^2]} + i\Phi_{\text{Im}} \right\} \frac{1}{[1+(\pi kf)^2]^{1/4}}, \quad (29)$$

式中

$$\tau_k = 2\pi k \left(1 + \frac{1}{2}f \right) / B, \quad (30)$$

显然 $\bar{S}(t, \omega_0)$ 远大于 $P(0)$, 因此可以忽略(22)式中的 $\frac{1}{2}P(0)\exp(i\tau)$ 项。此外, 时间为正数, 因此(22)式中 $k \geq 0$ 。 $S(t, \omega_0)$ 最终简化为

$$S(t, \omega_0) = \text{Re} \left[\sum_{k=0}^{\infty} \bar{S}(t, \omega_0) \right], \quad (31)$$

根据(29)式和(31)式, 可以看到 $S(t, \omega_0)$ 会随着 $\bar{S}(t, \omega_0)$ 的崩塌和复生而出现对应的崩塌和复生现象。 $S(t, \omega_0)$ 第 k 次复生的时间以及高度为

$$t_k^{\text{rev}} = \frac{2\pi k \sqrt{2 + A_+^2 + A_-^2}}{\omega_0 B \exp(-B/2)} \left(1 + \frac{1}{2}B|\alpha|^2 \right), \quad (32)$$

$$h_k = \frac{1}{(1 + k^2 \pi^2 B^2 |\alpha|^4)^{1/4}}, \quad (33)$$

从(29)式可以看到 $k=0$ 时复生持续时间为

$$\delta(\tau_0) = \frac{1}{|\alpha|B}, \quad (34)$$

第 k 次复生持续时间为

$$\delta(\tau_k) = \delta(\tau_0) \sqrt{1 + k^2 \pi^2 B^2 |\alpha|^4}, \quad (35)$$

由(33)式和(35)式可以看到, 每次复生持续的时间会随着 β_1 和 β_2 的增加而增加, 而每次复生的高度会随着 β_1 和 β_2 的增加而降低, 如图 2 所示。可根据(33)式和(35)式选择参数 β_1 和 β_2 来增加复生高度或延长复生时间。这些结果可应用于量子信息处理^[50-53]。

4 结 论

在传统的拉比模型中加入相互作用项, 使其成为具有 ISB 的拉比模型。在超强耦合范围内, 利用绝热近似的方法求解系统的本征值谱, 给出本征值和本征函数的解析式, 结果与数值计算结果相一致。研究了系统的动力学问题, 特别推导了系统崩塌和复生现象, 并讨论了 ISB 对该现象的影响。每次复生持续的时间会随着 ISB 作用参数的增加而延长, 而每次复生的高度会随着 ISB 作用参数的增加而降低。因此可以通过选择

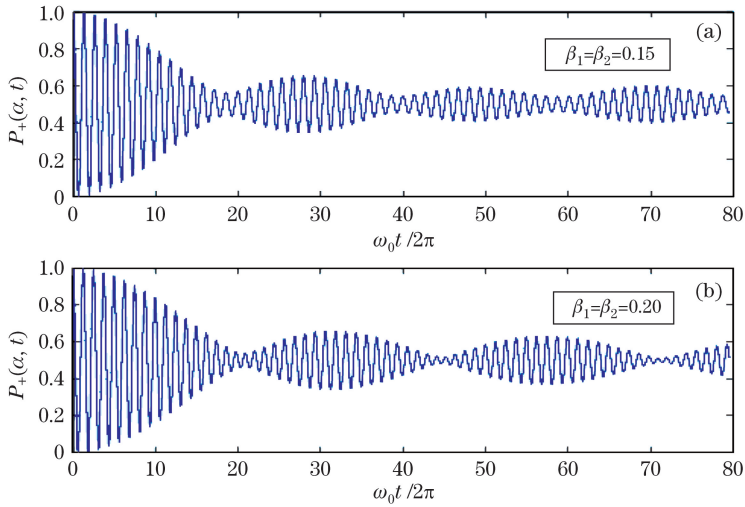


图 2 $P_+(\alpha, t)$ 随时间的演化示意图 ($\omega_0 = 0.05\omega$, $\beta = 0.16$, $\alpha = 3$)

Fig. 2 Evolution of $P_+(\alpha, t)$ with time ($\omega_0 = 0.05\omega$, $\beta = 0.16$, $\alpha = 3$)

合适的参数来提升复生高度或延长复生时间。ISB 拉比模型可通过腔 QED 或电路 QED 来实现,因此该研究结果可应用于量子信息处理。

参 考 文 献

- 1 Rabi I I. Space quantization in a gyrating magnetic field[J]. Phys Rev, 1937, 51(8): 652-654.
- 2 Jaynes E T, Cummings F W. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser[J]. Proc IEEE, 1963, 51(1): 89-109.
- 3 Leibfried D, Blatt R, Monroe C, *et al.*. Quantum dynamics of single trapped ions[J]. Rev Mod Phys, 2003, 75(1): 281-324.
- 4 Holstein T. Studies of polaron motion: Part I. The molecular-crystal model[J]. Ann Phys, 1959, 8(3): 325-342.
- 5 Balázs D, Klaus Z, Peter T, *et al.*. Rabi oscillations in landau-quantized graphene[J]. Phys Rev Lett, 2009, 102(3): 036803.
- 6 Kibis O V. Metal-insulator transition in graphene induced by circularly polarized photons[J]. Phys Rev B, 2009, 81(16): 165433.
- 7 Peter E, Senellart P, Martrou D, *et al.*. Exciton photon strong-coupling regime for a single quantum dot in a microcavity [J]. Phys Rev Lett, 2004, 95(6): 067401.
- 8 Hennessy K, Badolato A, Winger M, *et al.*. Quantum nature of a strongly-coupled single quantum dot-cavity system[J]. Nature, 2006, 445(7130): 896-899.
- 9 Son W, Kim M S, Lee J, *et al.*. Entanglement transfer from continuous variables to qubits[J]. J Mod Opt, 2002, 49(10): 1739-1746.
- 10 Kraus B, Cirac J I. Discrete entanglement distribution with squeezed light[J]. Phys Rev Lett, 2004, 92(1): 013602.
- 11 Paternostro M, Son W, Kim M S. Complete conditions for entanglement transfer[J]. Phys Rev Lett, 2004, 92(19): 197901.
- 12 Paternostro M, Son W, Kim M S, *et al.*. Dynamical entanglement transfer for quantum-information networks[J]. Phys Rev A, 2004, 70(2): 022320.
- 13 Lee J, Paternostro M, Kim M S, *et al.*. Entanglement reciprocation between qubits and continuous variables[J]. Phys Rev Lett, 2006, 96(8): 080501.
- 14 Zhou L, Yang G H. Entanglement reciprocation between atomic qubits and an entangled coherent state[J]. J Phys B, 2006, 39(24): 5143-5150.
- 15 Rendell R W, Rajagopal A K. Revivals and entanglement from initially entangled mixed states of a damped Jaynes-Cummings model[J]. Phys Rev A, 2003, 67(6): 062110.
- 16 Yönc M, Eberly J H. Coherent-state control of noninteracting quantum entanglement[J]. Phys Rev A, 2010, 82(2): 022321.

- 17 You J Q, Nori F. Superconducting circuits and quantum information[J]. Phys Today, 2006, 58(11): 42-47.
- 18 You J Q, Franco N. Atomic physics and quantum optics using superconducting circuits[J]. Nature, 2011, 474(7353): 589-597.
- 19 Nation P D, Johansson J R, Blencowe M P, *et al.*. Colloquium: Stimulating uncertainty: Amplifying the quantum vacuum with superconducting circuits[J]. Rev Mod Phys, 2012, 84(1): 1-24.
- 20 Xiang Z L, Ashhab S, You J Q, *et al.*. Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems[J]. Rev Mod Phys, 2013, 85(1): 623-653.
- 21 Cao X, You J Q, Zheng H, *et al.*. A qubit strongly coupled to a resonant cavity: Asymmetry of the spontaneous emission spectrum beyond the rotating wave approximation[J]. New J Phys, 2011, 13(7): 073002.
- 22 Cao X F, You J Q, Zheng H, *et al.*. Dynamics and quantum Zeno effect for a qubit in either a low- or high-frequency bath beyond the rotating-wave approximation[J]. Phys Rev A, 2010, 82(2): 022119.
- 23 Cao X, Ai Q, Sun C P, *et al.*. The transition from quantum Zeno to anti-Zeno effects for a qubit in a cavity by varying the cavity frequency[J]. Phys Lett A, 2012, 376(4): 349-357.
- 24 Lü X Y, Ashhab S, Cui W, *et al.*. Two-qubit gate operations in superconducting circuits with strong coupling and weak anharmonicity[J]. New J Phys, 2012, 14(7): 073041.
- 25 Hu X, Liu Y X, Nori F. Strong coupling of a spin qubit to a superconducting stripline cavity[J]. Phys Rev B, 2012, 86(3): 035314.
- 26 Chen Q H, Li L, Liu T. The spectrum in qubit-oscillator systems in the ultrastrong coupling regime[J]. Chin Phys Lett, 2012, 29(1): 014208.
- 27 Walther H, Varcoe B T H, Englert B G, *et al.*. Cavity quantum electrodynamics[J]. Rep Prog Phys, 2006, 69(5): 1325-1382.
- 28 Günter G, Anappara A A, Hees J, *et al.*. Sub-cycle switch-on of ultrastrong light-matter interaction[J]. Nature, 2009, 458(7235): 178-181.
- 29 Niemczyk T, Deppe F, Huebl H, *et al.*. Circuit quantum electrodynamics in the ultrastrong-coupling regime[J]. Nat Phys, 2010, 6(10): 772-776.
- 30 Casanova J, Romero G, Lizuain I, *et al.*. Deep strong coupling regime of the Jaynes-Cummings model[J]. Phys Rev Lett, 2010, 105(26): 263603.
- 31 Ballester D, Romero G, García-Ripoll J J, *et al.*. Quantum simulation of the ultrastrong coupling dynamics in circuit QED[J]. Phys Rev X, 2012, 2(2): 021007.
- 32 Romero G, Ballester D, Wang Y M, *et al.*. Ultrafast quantum gates in circuit QED[J]. Phys Rev Lett, 2012, 108(12): 120501.
- 33 He S, Wang C, Chen Q H, *et al.*. First-order corrections to the rotating-wave approximation in the Jaynes-Cummings model[J]. Phys Rev A, 2012, 86(3): 033837.
- 34 Wolf F A, Vallone F, Romero G, *et al.*. Dynamical correlation functions and the quantum Rabi model[J]. Phys Rev A, 2013, 87(2): 023835.
- 35 Ping Y T, Lovett B W, Benjamin S C, *et al.*. Practicality of spin chain wiring in diamond quantum technologies[J]. Phys Rev Lett, 2013, 110(10): 100503.
- 36 Yoshihara F, Nakamura Y, Yan F, *et al.*. Flux qubit noise spectroscopy using Rabi oscillations under strong driving conditions[J]. Phys Rev B, 2014, 89(2): 020503.
- 37 Irish E K, Gea-Banacloche G. Oscillator tunneling dynamics in the Rabi model[J]. Phys Rev B, 2014, 89(8): 085421.
- 38 Sete E A, Eleuch H. High-efficiency quantum state transfer and quantum memory using a mechanical oscillator[J]. Phys Rev A, 2015, 91(3): 032309.
- 39 Yan Y, Lü Z, Zheng H. Bloch-Siegert shift of the Rabi model[J]. Phys Rev A, 2015, 91(5): 053834.
- 40 Kibis O V, Ya S G, Maksimenko S A, *et al.*. Matter coupling to strong electromagnetic fields in two-level quantum systems with broken inversion symmetry[J]. Phys Rev Lett, 2009, 102(2): 023601.
- 41 Avetissian H K, Avchyan B R, Mkrtchian G F. Tunable high-power terahertz radiation generation in three-level atomic and molecular systems[J]. Phys Rev A, 2010, 82(6): 063412.
- 42 Avetissian H K, Avchyan B R, Mkrtchian G F. Efficient generation of moderately high harmonics by multiphoton resonant excitation of atoms[J]. Phys Rev A, 2008, 77(2): 023409.
- 43 Avetissian H K, Avchyan B R, Mkrtchian G F. Coherent radiation by two-level quantum systems with permanent dipole moments under multiphoton resonant laser excitation[J]. J Phys B, 2012, 45(2): 025402.

- 44 Avetissian H K, Mkrtchian G F. Two-level system with broken inversion symmetry coupled to a quantum harmonic oscillator[J]. *Phys Rev A*, 2013, 88(4): 043811.
- 45 Balandin A, Wang K L. Feasibility study of the quantum XOR gate based on coupled asymmetric semiconductor quantum dots[J]. *Superlattices Microstruct*, 1999, 25(3): 509-518.
- 46 Blais A, Huang R S, Wallraff A, *et al.*. Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation[J]. *Phys Rev A*, 2004, 69(6): 062320.
- 47 Li Fang, Zhou Yaoyao, Jia Xiaojun. Entanglement enhancement of bipartite entangled states through coherent feedback control[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(10): 1027001.
李 芳, 周瑶瑶, 贾晓军. 相干反馈控制实现两组份纠缠态光场纠缠增强[J]. *光学学报*, 2014, 34(10): 1027001.
- 48 Guo Zhanying, Zhang Xinhai, Xiao Ruihua, *et al.*. Dynamics of quantum entanglement in a two-qubit XXZ Heisenberg system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(7): 0727001.
郭战营, 张新海, 肖瑞华, 等. 两粒子 XXZ 海森堡系统中的量子纠缠动力学[J]. *光学学报*, 2014, 34(7): 0727001.
- 49 Zhai Shuqin, Yang Rui. Three-color and tripartite entangled state from cascaded type I second-harmonic generations[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(4): 0427002.
翟淑琴, 杨 瑞. I类倍频级联过程中的三色三组份纠缠[J]. *光学学报*, 2014, 34(4): 0427002.
- 50 You J Q, Tsai J S, Nori F. Controllable manipulation and entanglement of macroscopic quantum states in coupled charge qubits[J]. *Phys Rev B*, 2003, 68(2): 024510.
- 51 You J Q, Franco N. Atomic physics and quantum optics using superconducting circuits[J]. *Nature*, 2011, 474(7353): 589-597.
- 52 Wallquist M, Hammerer K, Rabl P, *et al.*. Hybrid quantum devices and quantum engineering[J]. *Phys Scripta*, 2009, T137: 014001.
- 53 Wallraff A, Schuster D I, Blais A, *et al.*. Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics[J]. *Nature*, 2004, 431(7005): 162-167.