

方形孔径微透镜阵列的泰伯效应

张宝昊 周素梅 杨晓铭 郑三超

西南大学物理科学与技术学院, 重庆 400715

摘要 从理论和实验两方面讨论了方形孔径微透镜阵列的泰伯效应,利用传递函数法分析了该阵列的非涅耳衍射区的光场复振幅分布,讨论了泰伯像成像的条件。实验中,在特定位置处可观察到三种交替出现的清晰成像,实验测得的成像距离与理论值吻合。选用不同参数的方形孔径微透镜阵列,泰伯子像成像规律总体不变,当中心距大于孔径边长且小于两倍孔径边长时泰伯子像像元间出现交叠现象。方形孔径微透镜阵列在分数泰伯平面可观察到清晰的呈棋盘状分布的泰伯子像,这将拓展微透镜阵列的实际应用。

关键词 光学器件; 微透镜阵列; 泰伯效应; 菲涅耳衍射; 泰伯子像

中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.0523001

Talbot Effect of Square-Aperture Microlens Array

Zhang Baohao Zhou Sumei Yang Xiaoming Zheng Sanchao

School of Physical Science and Technology, Southwest University, Chongqing 400715, China

Abstract The Talbot effect of the square-aperture microlens array is studied theoretically and experimentally. The complex wave amplitude distribution of this array in the Fresnel diffraction field is analyzed with the optical transfer function to resolve the imaging situation of Talbot image. In the experiment, three alternating images appear at certain distances, and the experimentally measured imaging distance is consistent with the theoretical prediction. In addition, the Talbot sub-image imaging law is invariant when the parameters of the square-aperture microlens array change. The Talbot sub-image image elements overlap, when the center distance is between one and two aperture diameters. The clear Talbot sub-images with checkerboard-shaped distributions of the square-aperture microlens array are observed in the fractional Talbot planes. It will broaden the practical application of the square-aperture microlens array.

Key words optical devices; microlens array; Talbot effect; Fresnel diffraction; Talbot sub-image

OCIS codes 230.3990; 130.1750; 050.1960

1 引 言

当单色平行光入射到周期性结构物体时,在非涅耳衍射区某些特定距离上会重现该物体的像,这种不用透镜而仅靠光的衍射就可对周期性物体成像的现象,称为泰伯效应^[1]。Raleigh^[2]用菲涅耳衍射理论解释了这一现象。Lohmann等^[3]发展了泰伯效应的应用,提出基于泰伯效应的阵列照明。泰伯效应已经在光学领域,如数字彩色全息成像^[4]、干涉测量^[5]、激光阵列相位锁定^[6]、位移测量^[7]、光刻^[8-10]、粗糙度测量^[11]、X射线成像技术^[12]等方面得到了广泛应用,基于泰伯效应制作的光学元件则被用于多重成像、光互连和光计算等领域。泰伯效应在其他研究领域和交叉学科领域也有重要的应用价值^[13-14]。

目前,研究人员已经对各类光栅的泰伯效应进行了深入细致的研究,如振幅光栅与相位光栅、一维结构光栅与二维结构光栅、周期结构光栅与准周期结构光栅等^[15-16]。其他周期性结构物体^[17-18]也有泰伯效应。

收稿日期: 2015-10-28; **收到修改稿日期:** 2015-12-31

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(XDJK2016C123)、重庆市基础与前沿研究计划项目(cstc2013jcyjA00016)、重庆市研究生科研创新项目(CYS14052)

作者简介: 张宝昊(1990—),男,硕士研究生,主要从事方形孔径平面微透镜阵列方面的研究。E-mail: 1562248139@qq.com

导师简介: 周素梅(1976—),女,博士,副教授,主要从事微光学及应用等方面的研究。E-mail: sumeizhou@163.com

(通信联系人)

Bonet 等^[19]研究了微透镜阵列的泰伯效应,发现该阵列的焦点在泰伯平面上出现了自成像现象,且在分数泰伯平面上可观察到焦点倍增的现象,提出了基于泰伯效应的多用途阵列照明器。微透镜阵列的泰伯效应可产生二维焦斑阵列,具备很好的平行扫描能力,被应用于扫描光学显微镜以提高其成像视场角^[20]。由于微透镜阵列泰伯效应理论分析的复杂性^[21-22],往往采用数值模拟的方法进行讨论,而对泰伯焦斑具体的成像条件还未见报道。

本文对方形孔径平面微透镜阵列建立了一种理论模型,即方形孔径微透镜阵列。首先分析了方形孔径微透镜阵列在非涅耳衍射区的光场分布,讨论了成像条件;其次通过实验观测到方形孔径微透镜阵列的自成像现象;最后对实验测得的数据与理论分析的结果进行比较,讨论两者的一致性。对方形孔径微透镜阵列的泰伯自成像现象进行理论分析和实验研究,为进一步研究方形孔径平面微透镜阵列产生的焦斑阵列的泰伯效应提供了支持。

2 方形孔径微透镜阵列的非涅耳衍射

2.1 菲涅耳衍射区光场分布

方形孔径微透镜阵列结构模型如图 1 所示,设其透射率函数为

$$t_0(x, y) = \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{a}\right) \otimes \text{comb}\left(\frac{x}{d}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{d}\right), \quad (1)$$

式中 a 为方形孔径边长, d 为相邻孔径中心距, \otimes 表示卷积运算, rect 表示矩形函数, $\text{rect}(x/a)\text{rect}(y/a)$ 为二维矩形函数,用来描述矩形孔的透射率; comb 表示梳状函数, $\text{comb}(x/d)\text{comb}(y/d)$ 为二维梳状函数,用来对普通函数作等间隔采样。由(1)式可知,透射率函数采用梳状函数对孔径函数作等间隔采样。当用单位振幅的单色平面波垂直照射方形孔径阵列时,紧邻方形孔径微透镜阵列后表面的光场分布等于其透射率函数,即 $t_0(x, y)$ 。

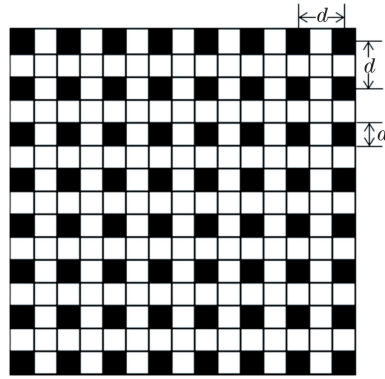


图 1 方形孔径微透镜阵列结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of square-aperture microlens array

对方形孔径微透镜阵列的透射率函数进行频域分析,即对(1)式的透射率函数作傅里叶变换并运用卷积定理,可得

$$\mathcal{F}[t_0(x, y)] = \mathcal{F}\left[\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{a}\right)\right] \cdot \mathcal{F}\left[\text{comb}\left(\frac{x}{d}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{d}\right)\right], \quad (2)$$

式中

$$\mathcal{F}\left[\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{a}\right)\right] = a^2 \text{sinc}(af_x) \text{sinc}(af_y), \quad (3)$$

$$\mathcal{F}\left[\text{comb}\left(\frac{x}{d}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{d}\right)\right] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f_x - \frac{n}{d}, f_y - \frac{m}{d}\right), \quad (4)$$

将(3)式、(4)式代入(2)式,得到

$$\mathcal{F}[t_0(x, y)] = a^2 \text{sinc}(af_x) \text{sinc}(af_y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f_x - \frac{n}{d}, f_y - \frac{m}{d}\right), \quad (5)$$

式中 m, n 为整数。

采用传递函数的方法计算方形孔径微透镜阵列后面的光场分布。根据相关参考文献^[23], 传递函数可表示为

$$H(f_x, f_y) = \exp[-j\pi\lambda z(f_x^2 + f_y^2)]. \quad (6)$$

传递函数在频率 $(f_x, f_y) = (n/d, m/d)$ 处为

$$H\left(\frac{n}{d}, \frac{m}{d}\right) = \exp\left[-j \frac{\pi\lambda z(m^2 + n^2)}{d^2}\right]. \quad (7)$$

光场通过方形孔径微透镜阵列且传播一段距离 z 后, 场的傅里叶变换为

$$\mathcal{F}[U(x, y)] = \left[a^2 \operatorname{sinc}(af_x) \operatorname{sinc}(af_y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f_x - \frac{n}{d}, f_y - \frac{m}{d}\right) \right] \cdot \exp\left[-j \frac{\pi\lambda z(m^2 + n^2)}{d^2}\right]. \quad (8)$$

对于频率为 $(n/d, m/d)$ 的平面波分量, 在观察平面上仅引入相移 $\exp[-j\pi\lambda z(m^2 + n^2)/d^2]$, 当 z 取某些值时, 该复指数函数有三种特殊的取值: $1, -1, \pm j$ 。因此对相移的三种特殊情形进行讨论, 分析观察平面上的成像情况。

2.2 成像条件

2.2.1 泰伯像

当距离 z 满足条件

$$z = \frac{2N^* d^2}{\lambda}, \quad N^* = 1, 2, 3, \dots, \quad (9)$$

有 $\exp[-j\pi\lambda z(m^2 + n^2)/d^2] = 1$, 于是不同频率 $(n/d, m/d)$ 成分在观察平面上引起的相移都是 2π 的整数倍, 此时

$$\mathcal{F}[U(x, y)] = a^2 \operatorname{sinc}(af_x) \operatorname{sinc}(af_y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f_x - \frac{n}{d}, f_y - \frac{m}{d}\right), \quad (10)$$

对(10)式作傅里叶逆变换, 得到观察平面上的光场复振幅分布为

$$U(x, y) = \operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{y}{a}\right) \otimes \operatorname{comb}\left(\frac{x}{d}\right) \operatorname{comb}\left(\frac{y}{d}\right). \quad (11)$$

光透过方形孔径微透镜阵列一定距离处的光场分布与方形孔径微透镜阵列后表面的光场分布相同, 即在 $z = 2d^2/\lambda$ 的整数倍距离上可以观察到方形孔径微透镜阵列的像, 这个像称为泰伯像。

2.2.2 相位反转的泰伯像

当距离 z 满足条件

$$z = \frac{(2N + 1)d^2}{\lambda}, \quad N = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (12)$$

此时 $\exp[-j\pi\lambda z(m^2 + n^2)/d^2] = -1$, 得到观察平面上的光场复振幅分布为

$$U(x, y) = -\operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{y}{a}\right) \otimes \operatorname{comb}\left(\frac{x}{d}\right) \operatorname{comb}\left(\frac{y}{d}\right). \quad (13)$$

观察平面上的光场复振幅分布与方形孔径微透镜阵列后表面的透射率函数相同, 但这时有一个 180° 的空间相位相移, 即在 $z = d^2/\lambda$ 的奇数倍的距离上可以观察到相位反转的泰伯像。

2.2.3 泰伯子像

当距离 z 满足条件

$$z = \frac{(N^* - 1/2)d^2}{\lambda}, \quad N^* = 1, 2, 3, \dots, \quad (14)$$

此时 $\exp[-j\pi\lambda z(m^2 + n^2)/d^2] = \pm j$, 在这一特殊情况下,

$$\mathcal{F}[U(x, y)] = \pm j \left[a^2 \operatorname{sinc}(af_x) \operatorname{sinc}(af_y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f_x - \frac{n}{d}, f_y - \frac{m}{d}\right) \right], \quad (15)$$

对(15)式作傅里叶逆变换, 得到观察平面上的光场复振幅分布为

$$U(x, y) = \pm j \cdot \operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{y}{a}\right) \otimes \operatorname{comb}\left(\frac{x}{d}\right) \operatorname{comb}\left(\frac{y}{d}\right). \quad (16)$$

虚数 j 的物理含义是 90° 的相位延迟, 此时有两种泰伯像在同一观察平面叠加, 像元的数量是泰伯像像元的两倍, 这样的像叫做泰伯子像。也就是在 $z=d^2/\lambda$ 的 $(N-1/2)$ 倍的距离上可以观察到泰伯子像。

3 实 验

实验系统如图 2 所示。实验装置包括激光器、滤光片、激光准直器、二维调节架、电荷耦合器件 (CCD) 和平行导轨。其中激光器可产生波长为 632.8 nm 的激光; 滤光片选用透射率连续变化的反射中性滤光片, 通过旋转滤光片来控制光量防止 CCD 饱和, 同时达到拍摄图像时辉度可调节的目的; 激光准直器 (Model 280, Hofstra Groap 公司, 墨西哥) 可以产生直径为 100 mm 的平行激光束; 实验样品是 $24\text{ mm} \times 24\text{ mm}$ 的方形孔径微透镜阵列; CCD 相机 (像素为 $752\text{ pixel} \times 582\text{ pixel}$) 的捕获幅面为 $4.8\text{ mm} \times 3.6\text{ mm}$, 能够捕获约 475 个阵列基元。实验中, 激光器射出的激光经滤光片进入激光准直器产生平行激光束, 平行激光束垂直入射到方形孔径微透镜阵列, 通过移动平行导轨上的 CCD 相机传输衍射光场的分布信号。

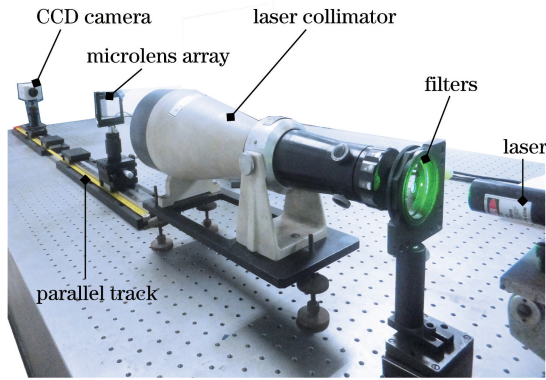


图 2 实验装置示意图

Fig. 2 Schematic diagram of experimental setup

实验中方形孔径微透镜阵列如图 3 所示, 其周期为 0.2 mm , 方形孔径边长为 0.1 mm 。

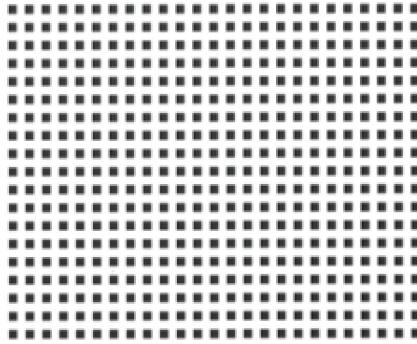


图 3 方形孔径微透镜阵列排列

Fig. 3 Arrangement of square-aperture microlens array

实验中观察到如图 4 所示的两种像在特定距离处交替出现, 对比发现, 两种像的大小和形状相同, 在相同大小的区域内图 4(a) 的像元数量是图 4(b) 的两倍, 且像元光强相同。实验中, 相邻孔径中心距为 0.2 mm , 是孔径边长的两倍, 可观察到呈清晰棋盘状分布的像, 图 4(a) 为泰伯子像, 图 4(b) 为方形孔径微透镜阵列的自成像, 即泰伯像。

当用不同的方形孔径微透镜阵列进行实验, 其泰伯子像发生变化。图 5 所示为孔径边长为 0.3 mm , 相邻孔径中心距为 0.5 mm 的样品所成的泰伯子像, 实验中观察到泰伯子像相邻方形孔径间的像元出现交叠的现象, 出现的交叠现象是由于结构参数变化, 即中心距大于孔径边长, 小于两倍孔径边长所引起的。采用不同结构参数的方形孔径微透镜阵列, 其泰伯子像的成像规律相同, 均呈棋盘状分布, 但成像情况有差异。

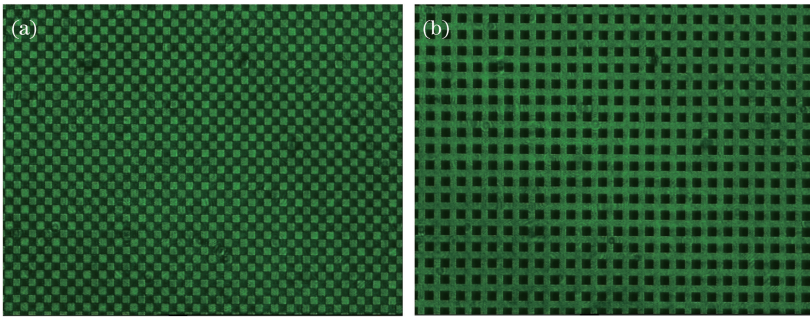


图 4 方形孔径阵列成像。(a)泰伯子像;(b)泰伯像

Fig. 4 Imaging of square-aperture arrays. (a) Talbot sub-image; (b) Talbot image

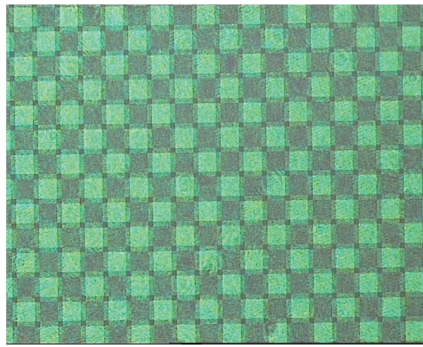


图 5 泰伯子像像元交叠现象

Fig. 5 Overlapping phenomenon of Talbot sub-image element

4 分析与讨论

实验测量了泰伯像、相位反转的泰伯像和泰伯子像与方形孔径微透镜阵列之间的距离。利用(10)、(13)、(15)式分别计算了泰伯像、相位反转的泰伯像、泰伯子像的自成像距离,将每种像理论计算的自成像距离与实验测量的成像距离对比,结果如图 6、7、8 所示。图中三角形(▲)代表理论计算值,方块(■)代表实验测量值。

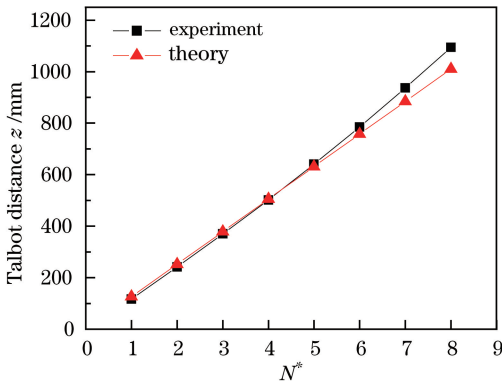


图 6 泰伯像成像距离

Fig. 6 Imaging distance of Talbot image

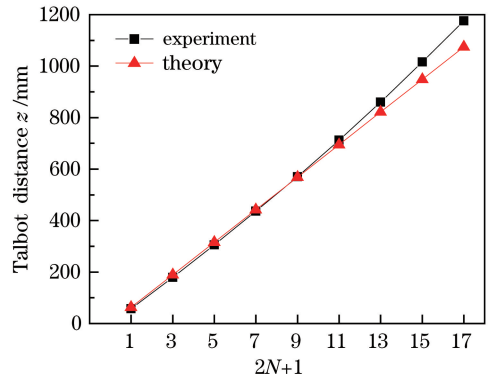


图 7 相位反转的泰伯像成像距离

Fig. 7 Imaging distance of phase-reversed Talbot image

每种像在特定成像位置处,实验测量值与理论计算值总体相一致,随着测量距离的增加,由于 CCD 相机读出噪声以及空间环境中各种杂散光对成像质量的影响,成像质量下降,往往难以确定最清晰的自成像位置,导致实验测量值与理论计算值出现偏差。如图 6、7、8 所示,实验测量值略大于理论分析值,这种误差主要是由系统误差引入。

忽略误差的影响,理论与实验总体是一致的,由此得出结论:在 $z = 2d^2/\lambda$ 的整数倍的距离上可以观察到泰伯像,在 $z = d^2/\lambda$ 的奇数倍的距离上可以观察到相位反转的泰伯像,在 $z = d^2/\lambda$ 的 $(N^* - 1/2)$ 倍的距

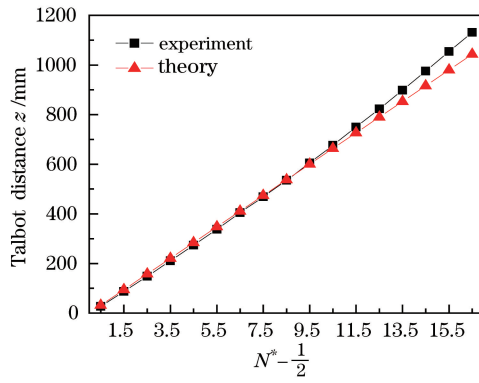


图 8 泰伯子像成像距离

Fig. 8 Imaging distance of Talbot sub-image

离上可以观察到泰伯子像。

5 结 论

通过理论推理及实验研究了方形孔径微透镜阵列的泰伯效应,对泰伯像、泰伯子像和相位反转的泰伯像的成像条件进行理论分析,实验结果与理论分析的成像条件相吻合,结果表明,基于菲涅耳衍射理论采用传递函数法分析方形孔径微透镜阵列的泰伯效应是适用的。方形孔径微透镜阵列在泰伯平面成像清晰,在分数泰伯平面上的泰伯子像像元数量倍增且呈清晰棋盘状分布。改变方形孔径微透镜阵列的结构参数,泰伯子像整体成像规律不变,但当孔径中心距大于孔径边长且小于两倍孔径边长时像元间出现交叠现象。采用实验中的排列方式和结构参数将有利于方形孔径微透镜阵列泰伯子像像元数量倍增且呈规律分布的特点的应用。实验设计的方形孔径微透镜阵列及其泰伯效应、泰伯子像成像规律的研究对进一步研究微透镜阵列焦斑阵列的泰伯现象具有重要的参考意义,并拓展了方形孔径微透镜阵列泰伯效应的应用。

参 考 文 献

- 1 Talbot H F. Facts relating to optical science[J]. Philosophical Magazine, 1836, 9(56): 401-407.
- 2 Raleigh L. On copying diffraction-gratings, and on some phenomena connected therewith[J]. Philosophical Magazine, 1881, 11(67): 196-205.
- 3 Lohmann A W, Thomas J A. Making an array illuminator based on the Talbot effect[J]. Applied Optics, 1990, 29(29): 4337-4340.
- 4 Araiza-Esquivel M A, Martinez-Leon L, Javidi B, *et al.*. Single-shot color digital holography based on the fractional Talbot effect[J]. Applied Optics, 2011, 50(7): B96-B101.
- 5 Liu L R. Talbot and Lau effects on incident beams of arbitrary wavefront, and their use[J]. Applied Optics, 1989, 28(21): 4668-4678.
- 6 Liu L R. Lau cavity and phase locking of laser arrays[J]. Optics Letters, 1989, 14(23): 1312-1314.
- 7 Spagnolo G S, Ambrosini D, Paoletti D. Displacement measurement using the Talbot effect with a Ronchi grating[J]. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 2002, 4(6): S376-S380.
- 8 Dyer P E, Farley R J, Giedl R. Analysis of grating formation with excimer-laser irradiated phase masks[J]. Optics Communications, 1995, 115(3-4): 327-334.
- 9 Solak H H, Dais C, Clube F. Displacement Talbot lithography: A new method for high-resolution patterning of large areas[J]. Optics Express, 2011, 19(11): 10686-10691.
- 10 Kim H S, Li Wei, Danylyuk S, *et al.*. Fractional Talbot lithography with extreme ultraviolet light[J]. Optics Letters, 2014, 39(24): 6969-6972.
- 11 Dashtdar M, Mohammadzade A, Hosseini-Saber S M A. Measurement of roughness based on the Talbot effect in reflection from rough surfaces[J]. Applied Optics, 2015, 54(16): 5210-5215.
- 12 Han Yueping, Chen Zhiqiang, Zhang Li, *et al.*. Developments of X-ray grating imaging based on Talbot interferometry[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(7): 070002.

- 韩跃平, 陈志强, 张 丽, 等. 基于 Talbot 干涉的 X 射线光栅成像技术研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(7): 070002.
- 13 Deachapunya S, Srisuphaphon S. Accordion lattice based on the Talbot effect[J]. Chinese Optics Letters, 2014, 12(3): 031101.
- 14 Yue Xiumei, Yang Yongying, Ling Tong, *et al.*. Design of randomly encoded hybrid grating for wavefront testing by quadriwave lateral shearing interferometry[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(10): 1008006.
岳秀梅, 杨甬英, 凌 瞳, 等. 可用于四波横向剪切干涉波前检测的随机编码混合光栅设计[J]. 中国激光, 2015, 42(10): 1008006.
- 15 Teng S Y, Wang J H, Li F R, *et al.*. Talbot image of two-dimensional fractal grating[J]. Optics Communications, 2014, 315(6): 103-107.
- 16 Zhang C, Zhang W, Li F R, *et al.*. Talbot effect of quasi-periodic grating[J]. Applied Optics, 2013, 52(21): 5083-5087.
- 17 Fan Tianwei, Chen Yunlin. Research of Talbot effect of optical beam splitter fabricated by selective etching of MgO-doped LiNbO₃ crystal[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(9): 0923002.
范天伟, 陈云琳. 畴腐蚀掺镁铌酸锂光分束器的泰伯效应研究[J]. 光学学报, 2014, 34(9): 0923002.
- 18 Zhang Jinhong, Chen Yunlin. Hexagonal tunable phase array grating on periodically poled Mg-doped LiNbO₃ crystal[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(2): 0205002.
张进宏, 陈云琳. 基于周期极化掺镁铌酸锂晶体的六角可调相位阵列光栅[J]. 光学学报, 2014, 34(2): 0205002.
- 19 Bonet E, Andrés P, Barreiro J C, *et al.*. Self-imaging properties of a periodic microlens array-versatile array illuminator realization[J]. Optics Communications, 1994, 106(1-3): 39-44.
- 20 Liu G S, Yang C H, Wu J G. Characterization of Talbot pattern illumination for scanning optical microscopy[J]. Optical Engineering, 2013, 52(9): 091714.
- 21 Besold B, Lindlein N. Fractional Talbot effect for periodic microlens arrays[J]. Optical Engineering, 1997, 36(4): 1099-1105.
- 22 Besold B, Lindlein N. Practical limitations of Talbot imaging with microlens arrays[J]. Pure and Applied Optics, 1997, 6(6): 691-698.
- 23 Goodman J W. Introduction to Fourier optics[M]. 3rd edtion. Qin Kecheng, Liu Peisen, Chen Jiabi, *et al.* Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2011: 63-66.
顾德门. 傅里叶光学导论[M]. 第 3 版. 秦克诚, 刘培森, 陈家碧, 等译. 北京: 电子工业出版社, 2011: 63-66.