

自由曲面校正光学系统像差的研究

庞志海 樊学武 马 臻 邹刚毅

中国科学院西安光学精密机械研究所空间光学研究室, 陕西 西安 710119

摘要 利用条纹泽尼克多项式来表征自由曲面的光学元件, 并将多项式中表示初级球差、彗差、像散项转换为矢量形式。利用矢量波像差理论, 研究了自由曲面光学元件校正光学系统初级像差的特性。通过分析可知, 自由曲面在光学系统中不同位置时所校正的像差特性不同。当自由曲面位于光学系统的孔径光阑(入瞳或出瞳)上可以校正光学系统全视场内为常数的初级像差; 当自由曲面远离孔径光阑时, 由于轴外视场成像光束口径的缩放与偏移, 自由曲面可以校正非对称初级像差, 且不同初级像差与视场依据关系不同。

关键词 光学设计; 矢量波像差; 自由曲面; 光学系统; 像差

中图分类号 TH703 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.0522001

Free-Form Optical Elements Corrected Aberrations of Optical System

Pang Zhihai Fan Xuewu Ma Zhen Zou Gangyi

Space Optics Laboratory, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China

Abstract The optical element of free-form surface can be expressed by the fringe Zernike polynomial and the terms of initial spherical sag, coma and astigmatism are transformed into the vector forms. Based on the vector wave aberration theory, the free-form optical element characteristic of optical system initial aberration correction is analyzed. Through the analysis, the free-form surfaces in optical system have different aberration emendation specialties at different positions. The free-form optical element can be corrected in full field of view for constant initial aberration as a stop aperture (entrance pupil or exit pupil) in optical system. When the free-form surface is far from the stop aperture of optical system, due to the scaling and offset of the imaging beam aperture for an off-axis field point, the free-form surface can correct the asymmetric initial aberration, and the relationship of different initial aberration and field of view is different.

Key words optical design; vector wave aberration; free-form surface; optical system; aberration

OCIS codes 220.1140; 220.1010; 220.1140; 120.6650

1 引 言

目前, 随着轴对称非球面在反射光学系统中的普遍应用, 空间遥感光学系统向着大视场、长焦距、小体积和轻量化方向的发展^[1-2]。由于轴对称反射光学系统的视场角有限且不可避免地存在中心遮拦问题, 科研人员提出了离轴反射光学系统, 通过视场离轴、孔径离轴、光学元件倾斜实现大视场、无遮拦的设计。离轴量、倾斜量的引入破坏了光学系统的对称性, 使得离轴光学系统像差相比于轴对称系统也不再具有对称性^[3-5], 传统轴对称非球面对光学系统的非对称像差校正能力有限。

光学自由曲面是一类非旋转对称、形状不规则的曲面结构, 打破了常规非球面轴对称的限制。其在光学系统中的应用不仅增加了优化的自由度, 而且提升了系统各种对称、非对称像差平衡的能力。目前包含自由曲面光学元件设计的文献中, 相关学者提出了轴对称系统初始结构的求取方法, 对其平衡像差的特性鲜有研究, 使得自由曲面校正系统像差具有很大的盲目性。利用矢量波像差理论, 对自由曲面表达式中不同项校正

收稿日期: 2015-11-26; **收到修改稿日期:** 2016-01-10

基金项目: ‘西部之光’项目(J14-032)

作者简介: 庞志海(1985-), 男, 博士, 助理研究员, 主要从事光学系统设计、检测与装调等方面的研究。

E-mail: uestc_pzh@126.com

光学系统中不同初级像差的能力进行了研究,对包含自由曲面光学元件的设计具有理论、指导意义。

2 自由曲面模型

自由曲面在打破轴对称特性的同时也打破了常规非球面面型描述的唯一性。目前,自由曲面的数理模型有很多种,例如条纹泽尼克多项式、XY 多项式、高斯多项式等^[5]。考虑到包含自由曲面元件数据在设计、加工、检测、装调链路中的无损传递,选取条纹泽尼克多项式来表征自由曲面光学元件的矢高。以轴对称二次曲面上叠加条纹泽尼克多项式来表征口径为 D 的自由曲面,其矢高为

$$Z_{\text{sag}(x,y)} = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + K)c^2r^2}} + \sum_{i=1}^{36} A_i Z_i(\rho, \xi), \quad (1)$$

式中第一项为二次曲面基底部分, K 为圆锥系数, c 为曲率, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; 第二项为条纹泽尼克多项式部分, A_i 为多项式的系数, Z_i 为多项式, ρ 为归一化半径, 即 $r/(D/2)$, ξ 为幅角。条纹泽尼克多项中的第五、六项 (Z_5, Z_6) 表示像散 (Z_{Astig}), 第七、八项 (Z_7, Z_8) 表示彗差 (Z_{Coma}), 第九项 (Z_9) 表示球差 (Z_{Sphere}) (后续部分的多项式系数均以对应的 Z_i 表示)。利用该多项式表示的自由曲面矢高如图 1 所示。

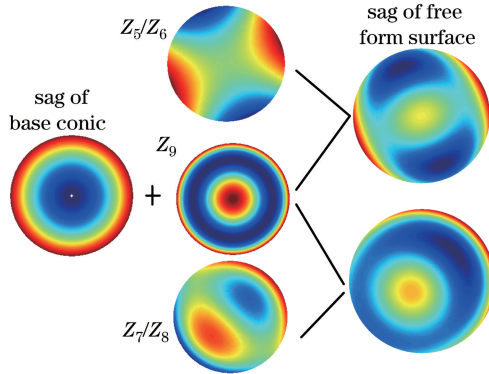


图 1 自由曲面矢高示意图

Fig. 1 Schematic diagram of free-form surface sag

参考文献[6]在分离光学系统存在面形像散误差时,利用常数矢量 \mathbf{B}_{222}^z 来表示光学元件的面形像散系数。以矢量形式来表示自由曲面中多项式中的像散 (\mathbf{A}_{222})、彗差 (\mathbf{A}_{131})、球差部分 (A_{040}), 其与条纹泽尼克多项式表示各种像差关系为

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{222} = 2(Z_{5/6}) \exp[j2(\xi_{5/6})] \\ Z_{5/6} = \sqrt{(Z_5)^2 + (Z_6)^2} \\ \xi_{5/6} = \frac{1}{2} \arctan(-Z_6/Z_5) \end{cases}, \quad (2)$$

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{131} = 3(Z_{7/8}) \exp[j(\xi_{7/8})] \\ Z_{7/8} = \sqrt{(Z_7)^2 + (Z_8)^2} \\ \xi_{7/8} = \arctan(-Z_8/Z_7) \end{cases}。 \quad (3)$$

由矢量波像差理论^[7-10]可知球差与像散、彗差不同,没有方向性,因此利用常数 A_{040} 表示自由曲面元件的球差系数(图 3),则其与条纹泽尼克多项式表示的球差关系为

$$A_{040} = Z_9。 \quad (4)$$

3 自由曲面平衡像差

自由曲面是以二次曲面为基底叠加非对称的条纹泽尼克多项式而成。将条纹泽尼克多项式的部分以二次曲面叠加的面型误差来处理,则包含自由曲面元件光学系统的像差由两部分组成(只考虑球差、彗差、像散):

$$W = W_{\text{Nominal}} + W_{\text{Figure}(\text{free form surface})}, \quad (5)$$

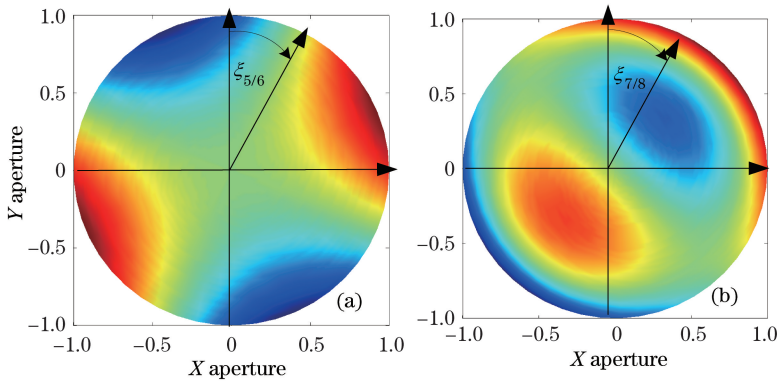


图 2 自由曲面上的(a)像散和(b)彗差矢量示意图

Fig. 2 Schematic diagram of (a) astigmatism and (b) coma vector on free-form surface

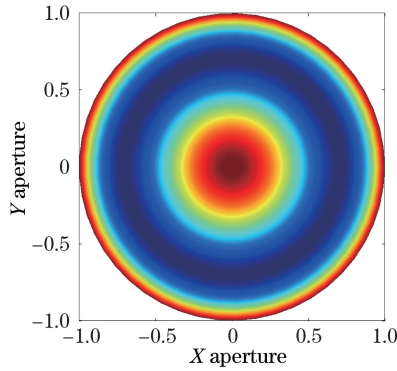


图 3 自由曲面球差矢高示意图

Fig. 3 Schematic diagram of spherical aberration sag on free-form surface

式中 W_{Nominal} 表示不含自由面的光学系统设计时的像差(不考虑), W_{Figure} 表示光学元件面形误差(条纹泽尼克多项式)而引入的像差。由矢量波像差理论^[7-10]可知光学系统波像差是各个独立元件波像差贡献之和,参考矢量波像差理论则自由曲面多项式中第 5 到第 9 项引入的像差可以表示为

$$W = \sum_k^n (1 - n_k) \left\{ \overbrace{\sum A_{040} (\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho})^2}^{\text{Sphere}} + \overbrace{\sum (A_{131} \cdot \boldsymbol{\rho})(\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho})}^{\text{Coma}} + \overbrace{\sum (A_{222} \cdot \boldsymbol{\rho}^2)}^{\text{Ast}} \right\}, \quad (6)$$

式中 n 为光学系统中自由曲面个数, n_k 为系统中第 k 个自由曲面折射率(对于反射面, $n_k = -1$)。在光学系统仅为轴上系统的情况下,轴上视场光线在每个元件上的投影面积均为其全口径,可以将自由曲面引入的像差按(6)式计算。在光学系统为非轴上系统的情况下,轴外视场光线在不同表面上投影位置、面积不同(图 4),轴外视场所用口径相对光学元件全口径存在偏移、缩放,因此不能简单地将自由曲面所表示的像差系数直接叠加为系统各视场的像差系数^[11]。

图 4 中,轴外视场口径与全口径半径之比为 B , \boldsymbol{P} 表示不同轴外视场主光线在该面上入射高度归一化值,与视场相关(可以将其等效于视场向量 \boldsymbol{H})。将自由曲面不同视场所用到的小口径与其全口径进行矢量坐标变化可得^[11]:

$$\boldsymbol{\rho}' = B\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{H}. \quad (7)$$

将(7)式代入到(6)式(不考虑折射率影响)即可获得自由曲面引入的像差。

$$W = \sum A_{040} [(B\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{H}) \cdot (B\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{H})]^2 + \sum [A_{131} \cdot (B\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{H})][(B\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{H}) \cdot (B\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{H})] + \sum [A_{222} \cdot (B\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{H})^2]. \quad (8)$$

当自由曲面元件为系统孔径光阑(出瞳或入瞳)时,光学系统所有视场光线投影为其全口径,所有视场主光线入射高度均为零,即 $B=1, H=0$ 。这表示作为系统孔径光阑的自由曲面在所有视场内引入波像差系数

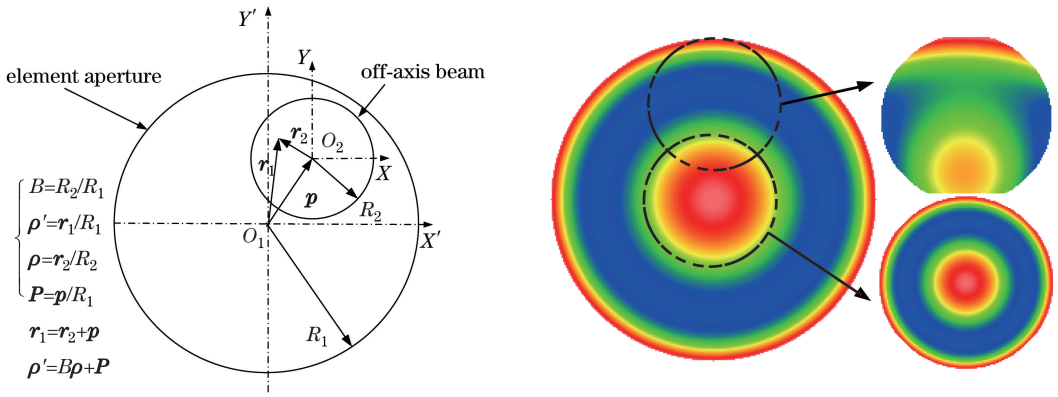


图 4 轴外视场光线投影示意图

Fig. 4 Schematic of off-axis beam projection

为常数,因此孔径光阑上的自由曲面可以校正全视场内量值、方向为常数的像差。

当自由曲面不为系统的孔径光阑时,即 $B < 1, H \neq 0$,将(8)式不同像差展开即可获得自由曲面上不同项所能校正系统像差特性。

$$\begin{aligned}
 W &= \sum W_{040} [(B\rho + H) \cdot (B\rho + H)]^2 = \\
 &\sum W_{040} \left[\overbrace{B^4 (\rho \cdot \rho)^2}^{\text{Spherical}} + \overbrace{4B^3 (H \cdot \rho)(\rho \cdot \rho)}^{\text{Coma}} + \overbrace{4B^2 (H \cdot H)(\rho \cdot \rho)}^{\text{Field Curvature}} \right] + \\
 &\sum W_{040} \left[\overbrace{2B^2 (H^2 \cdot \rho^2)}^{\text{Astigmatism}} + \overbrace{4B(H \cdot H)(H \cdot \rho)}^{\text{Distortion}} + \overbrace{(H \cdot H)^2}^{\text{Piston}} \right]。 \quad (9)
 \end{aligned}$$

分析(9)式可知,当自由曲面中含有球差项时,由于口径偏移、缩放,除过球差外还引入了相比于球差(ρ^4)孔径较低阶的彗差(ρ^3)、场曲(ρ^2)、像散(ρ^2)、畸变等。因此可以校正系统中的球差、彗差、场曲、像散、畸变等,不同像差系数由于口径变化的原因不同(图 4)。且(9)式中各个像差矢量表达式与轴对称光学系统矢量波像差一致^[7-9](系数有所不同),各个像差关于中心视场对称分布,解释了轴对称二次非球面可以平衡对称系统中各像差原因。

将自由曲面中彗差项系数展开可得:

$$\begin{aligned}
 W &= \sum [A_{131} \cdot (B\rho + H)][(B\rho + H) \cdot (B\rho + H)] = \\
 &\sum \left[\overbrace{B^3 (A_{131} \cdot \rho)(\rho \cdot \rho)}^{\text{Coma}} + \overbrace{2B^2 (H \cdot A_{131})(\rho \cdot \rho)}^{\text{Field Curvature}} \right] + \\
 &\sum \left[\overbrace{B^2 (A_{131} H \cdot \rho^2)}^{\text{Astigmatism}} + \overbrace{2B(H \cdot H) A_{131} \cdot \rho}^{\text{Distortion1}} \right] + \sum \left[\overbrace{B H^2 A_{131} \cdot \rho}^{\text{Distortion2}} + (H \cdot H)(A_{131} \cdot H) \right]。 \quad (10)
 \end{aligned}$$

当自由曲面含有彗差项时,可以校正系统中的彗差、像散、场曲、畸变等。由于引入的彗差项不含视场分量,可以平衡系统内全视场为常数的彗差。而像散表现为失对称且与视场呈线性关系,零点位于中心视场,可以平衡系统内的线性非对称像散。同时由于口径变换的原因,所平衡不同像差系数不同。

将自由曲面中含有的像散系数展开可得:

$$\begin{aligned}
 W &= \sum [A_{222} \cdot (B\rho + H)^2] = \\
 &\sum \left(\overbrace{B^2 A_{222} \cdot \rho^2}^{\text{Astigmatism}} + \overbrace{2B H \cdot A_{222} \cdot \rho}^{\text{Distortion}} + A_{222} \cdot H^2 \right)。 \quad (11)
 \end{aligned}$$

当自由曲面含有像散项时,可以校正系统中像散、畸变。由于引入的像散项不含视场分量,可以平衡系统内全视场为常数的像散。

通过上述分析可知:1)当自由曲面为系统的孔径光阑时,可以校正光学系统全视场内量值、方向为常数的像差;2)当自由曲面不为系统孔径光阑时,由于轴外视场口径相对于全口径的存在偏移、缩放,其表面上各种像差只能平衡与其相同或口径阶数较低的其他像差,且不同的低阶像差与视场的依据关系不同。

4 自由曲面平衡像差设计

以无遮拦非对称的三反射光学系统为例,应用相关理论来指导包含自由曲面的光学系统设计,该三反光学系统的初始结构如表 1 所示(视场角: $8^\circ \times 8^\circ$),初始结构如图 5 所示,其像差全视场分布如图 6 所示。

表 1 非对称光学系统初始参数

Table 1 Initial parameters of asymmetric optical system

Surface	Radius	Thickness	K	Tilt / ($^\circ$)
M_1	134.54	-96.68	1.677	22.11
M_2	306.88	101.68	-2.602	15.78
M_3	-245.88	-116.68	0.393	12.11

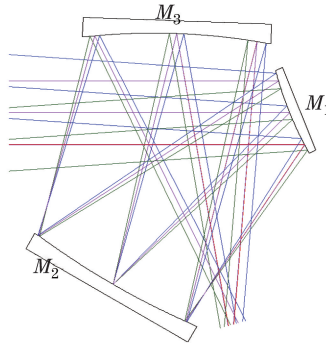


图 5 系统初始结构示意图

Fig. 5 Schematic of initial structure of system

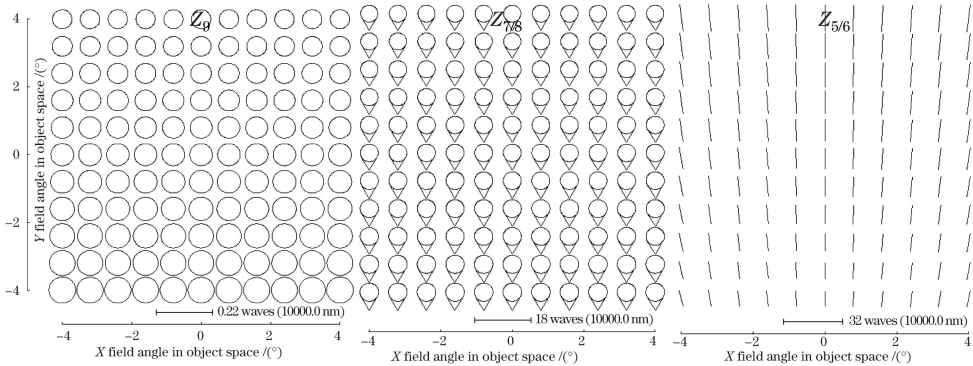


图 6 初始结构像差全视场分布

Fig. 6 Aberration full field distribution of initial structure

分析初始系统的初级像差可知,相比于球差,常数项彗差、近似常数项像散主导该系统的像差。在该系统优化的过程中,仅将三个反射镜的表面类型改为条纹泽尼克多项式,在不同阶段将对对应项设为变量来平衡系统像差(其他参数保持不变)。首先将孔径光阑(M_2)中表示像散和彗差项设为变量来平衡系统常数项像散及其常数项彗差,平衡后的系统像差主要表现为线性失对称像散及少量与视场成线性对称关系的彗差(图 7)。接着将非孔径光阑面的彗差、球差项作为变量来平衡系统中的线性彗差及其线性失对称像散,平衡后结果如图 8 所示,可以判定三个反射镜的矢高主要表现为像散、彗差及少量球差。此时系统剩余初级球差、彗差、像散像差受高阶像差的影响,在视场内形成多个零点及其平衡环带^[7],如果需要进一步改善系统剩余像差,则需要非孔径面上引入更高阶项。三个自由曲面的矢高如图 9 所示,由于需要平衡系统大量彗差、像散,其矢高表现中彗差、像散占主要部分,矢高表现形式与推论判断结果一致。

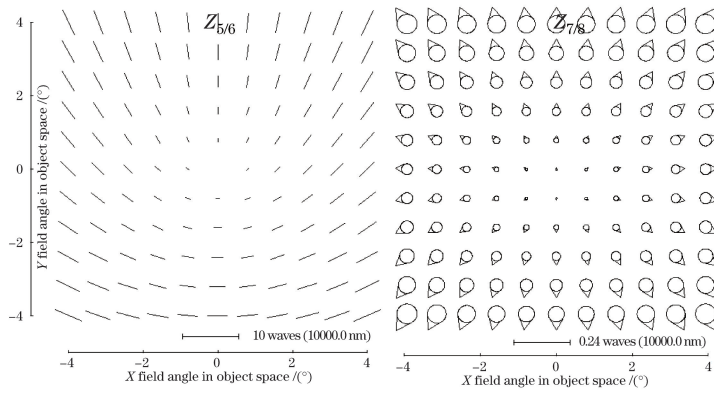


图 7 自由曲面平衡常数项像散、彗差结果

Fig. 7 Results of constant astigmatism and coma corrected

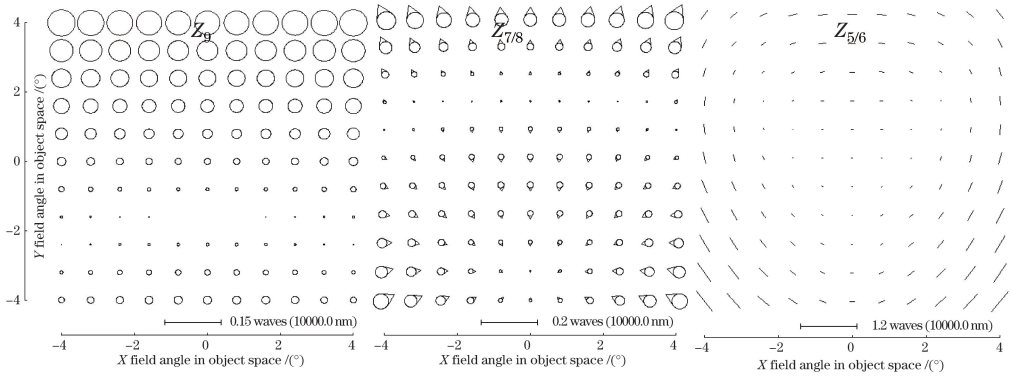


图 8 剩余像差示意图

Fig. 8 Schematic diagram of residual aberration

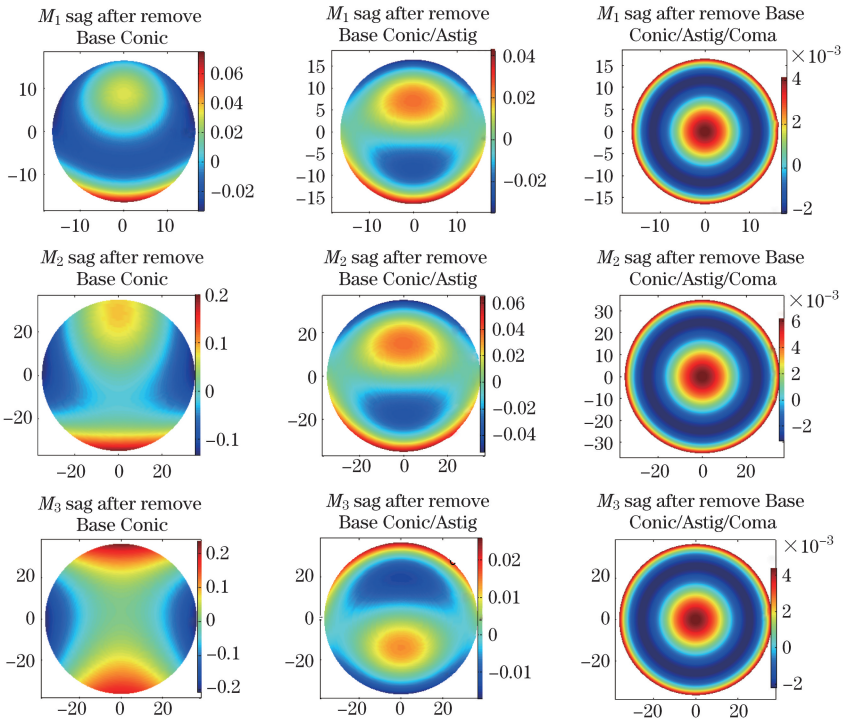


图 9 系统自由曲面矢高

Fig. 9 Sag of free form surface in system

5 结 论

光学系统的失对称性导致了系统像差的失对称性,因此研究自由曲面校正系统失对称像差具有重要的理论参考意义。以条纹泽尼克多项式来表征自由曲面光学元件,引入矢量将自由曲面表达式中表示初级像差部分像散、彗差、球差改写为矢量形式。结合矢量波像差理论,分析了自由曲面校正光学系统初级像差的特性:1)当自由曲面位于光学系统孔径光阑时,利用其表面上的像差项可以平衡系统内全视场为常数的对应像差;2)当自由曲面不为系统的孔径光阑时,其表面上的像差项不仅可以平衡系统内全视场为常数的对应像差,还可以平衡较低孔径阶数的像差,且不同的低孔径阶数像差与视场的依据关系不同。利用相关理论指导自由曲面平衡系统非对称像差的设计过程,极大地改善非对称光学系统的像差,证明了该理论的有效性。

参 考 文 献

- 1 Wang Xiaokun. Optical design of a high resolution space camera[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0122001.
王孝坤. 一种高分辨力空间相机的光学设计[J]. 光学学报, 2015, 35(1): 0122001.
- 2 Gong Dun, Wang Hong. Optical design of large field and low distortion coaxial three mirror system with free-form surface [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(7): 0722001.
巩 盾, 王 红. 含有自由曲面的大视场低畸变同轴三反射光学系统设计[J]. 光学学报, 2014, 34(7): 0722001.
- 3 Zhao Chunzhu, Cui Qingfeng, Zhao Yuanming, *et al.*. Design of fuselage conformal optical system based on free-form correctors[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(10): 1022010.
赵春竹, 崔庆丰, 赵渊明, 等. 基于自由曲面校正器的机身共形光学系统设计[J]. 光学学报, 2015, 35(10): 1022010.
- 4 K Fuerschbach, G E Davis, K P Thompson, *et al.*. Assembly of a freeform off-axis optical system employing three φ -polynomial Zernike mirrors[J]. Opt Lett, 2014, 39(10): 2896-2899.
- 5 Lin Jing, Cui Qingfeng, Zhu Hao. Research of broad width off-axis three mirror optical system[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(7): 0722002.
林 晶, 崔庆丰, 朱 浩. 宽幅离轴三反光学系统研究[J]. 光学学报, 2013, 33(7): 0722002.
- 6 T Schmid, J P Rolland, A Rakich, *et al.*. Separation of the effects of astigmatic figure error from misalignments using nodal aberration theory (NAT)[J]. Opt Express, 2010, 18(16): 17433-17477.
- 7 K P Thompson. Multinodal fifth-order optical aberrations of optical systems without rotational symmetry: spherical aberration[J]. J Opt Soc Am A, 2009, 26(5): 1090-1100.
- 8 T Schmid, K P Thompson, J P Rolland. Misalignment-induced nodal aberration fields in two-mirror astronomical telescopes[J]. Appl Opt, 2010, 49(16): D131-D144.
- 9 T Schmid, K P Thompson, J P Rolland. A unique astigmatic nodal property in misaligned Ritchey-Chrétien telescopes with misalignment coma removed[J]. Opt Express, 2010, 18(5): 5282-5288.
- 10 K P Thompson. Description of the third-order optical aberrations of near-circular pupil optical systems without symmetry [J]. J Opt Soc Am A, 2005, 22(7): 1389-1401.
- 11 Pang Zhihai, Fan Xuewu, Chen Qinfang, *et al.*. Figure error of larger mirror induced aberrations of optical system[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(4): 0422002.
庞志海, 樊学武, 陈钦芳, 等. 大口径反射镜面形误差对光学系统像差特性的影响[J]. 光学学报, 2013, 33(4): 0422002.