# 基于相位差法的稀疏孔径基准子镜的选择

<sup>1</sup>苏州科技学院数理学院, 江苏 苏州 215009;<sup>2</sup>苏州大学物理与光电·能源学部, 江苏 苏州 215006

摘要 介绍了相位差法基本原理,应用相位差法估算稀疏孔径成像系统各子镜误差,分析基准子镜对相位差法计 算结果的影响。以 Golay3 稀疏孔径为例,提出利用稀疏孔径成像系统中的每个子镜单独对目标物成像,计算每个 子镜的焦面成像图与原目标物图的算术平均值标准偏差(AMSD),将 AMSD 值最小的子镜设为基准子镜。分析在 实际运用中基准子镜误差大小对系统剩余子镜误差估算精度的影响,最后讨论离焦量对相位差法计算精度的影 响。理论仿真表明:利用相位差法对稀疏孔径成像系统各子镜误差进行估算时,必须先确定基准子镜;AMSD 值越 小,对应子镜的误差也越小,将其作为基准子镜,利用相位差法计算出的系统剩余子镜的误差也越小;在相位差法 的计算过程中,改变离焦像的离焦量对计算结果影响不明显。

关键词 成像系统;相位差法;稀疏孔径;基准子镜;算术平均值标准偏差

**中图分类号** TH75 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201636.0511001

# Selection of Benchmark Sub-Mirror of Sparse Aperture Based on Phase Diversity

Fan Junliu<sup>1</sup> Wu Quanying<sup>1</sup> Li Xunwu<sup>1</sup> Chen Baohua<sup>2</sup> Jiang Hui<sup>2</sup> Lu Zhiyi<sup>2</sup> <sup>1</sup>School of Mathematics and Physics, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou, Jiangsu 215009, China <sup>2</sup>College of Physics, Optoelectronics and Energy, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China

**Abstract** The principle of phase diversity (PD) is firstly introduced. The effect of the benchmark sub-mirror of sparse aperture imaging system on PD is illustrated. Taking Golay3 sparse aperture as an example, the object is imaged by each sub-mirror of the imaging system. The arithmetic mean standard deviation(AMSD) between images of each sub-mirror and the original object is calculated, and the sub-mirror with minimum AMSD value is selected as the benchmark sub-mirror. The influence of errors of the benchmark sub-mirror which are unknown practically on the accuracy of error estimation of the other sub-mirrors is analyzed. The impact of the defocus amount on the results of PD is also discussed. It is shown that the benchmark sub-mirror must be confirmed before error estimation of the other sub-mirror is, the smaller the error of the residual sub-mirrors in the system calculated by PD method is, while the variation of the defocus amount has little influence on PD results.

Key words imaging systems; phase diversity; sparse aperture; benchmark sub-mirror; arithmetic mean standard deviation

OCIS codes 110.4100; 110.1200; 110.6770

# 1引言

在空间遥感技术中,为了获取高分辨率的卫星图片,往往需要大口径、长焦距的光学系统,但这给光学系统的加工、发射以及成本预算等方面都带来极大的困难,为解决这些问题,人们提出了稀疏孔径成像技术<sup>[1-3]</sup>。

对于稀疏孔径成像系统(通常为反射式),想要获取高像质的图像,各个子镜间的相对位置误差必须得到

收稿日期: 2015-12-23; 收到修改稿日期: 2015-12-29

基金项目: 国家自然科学基金(61378056)、江苏省企业研究生工作站(2012-310,2013-332,2015-577)

作者简介:范君柳(1983-),男,硕士,实验师,主要从事光学设计方面的工作。E-mail: fjl280@163.com

\* 通信联系人。E-mail: wqycyh@sina.cn

严格控制[通常小于λ/20均方根(RMS)]<sup>[4-6]</sup>,这对于目前的加工、检测及装配技术而言困难较大;另外,在稀疏孔径成像系统的实际应用中,周围的环境、温度和重力等因素也会导致各子镜间相对位置误差的产生,因此需要一种有效的技术手段来检测此类误差并予以校正。许多学者提出利用相位差法来对稀疏孔径成像系统进行波前误差检测,并且通过理论仿真取得了较好的结果<sup>[7-10]</sup>。相位差法是在相位恢复法基础上发展而成的一种波前传感方法<sup>[11]</sup>,其基本思想是利用两幅具有已知相位差异的图像来估算波前相位,通过在光学系统的焦面上采集一幅图像,在已知离焦量的离焦面上采集另一幅图像,基于这两幅图像并通过某种噪声机制构建目标函数,再对目标函数进行最优化,从而获取各子镜的误差。

然而在利用相位差法对稀疏孔径成像系统进行波前误差检测时,需要设定一个基准子镜(该子镜的误差 必须为已知),这样最优化算法才能得到正确的计算结果。之前的相关文献通常采取假设稀疏孔径成像系统 中某个子镜误差为零的做法<sup>[12-13]</sup>,在理论仿真中这样做并无太大问题,但在实际应用中却无法确定哪个子 镜的误差为零。刘智颖等<sup>[14-15]</sup>提出一套子镜呈"Cornwell+环面"排列的反射式稀疏孔径成像系统原理样 机,该成像系统是一种周围一圈子镜围绕中心一个母镜排列的结构,以母镜为基准镜来实现对每个子镜的初 步调节。在涉及利用相位差法对某一稀疏孔径实验装置进行波前误差检测的研究领域,还没有关于如何选 择基准子镜的相关报道。本文以 Golay3 稀疏孔径成像系统为例,提出一种确定稀疏孔径光学成像系统基准 子镜的方法,该方法简单且不需要额外的子镜,最后通过理论仿真验证了该方法的可行性。

## 2 基本原理

#### 2.1 相位差法

相位差法的基本原理如图 1 所示,目标物通过光学系统成像,成像光束被光学系统末端的分束镜分成两束,分别在探测器 CCD 1 和 CCD 2 上成像。其中 CCD 1 位于成像系统焦面上,CCD 2 位于离焦量已知的离 焦面上。



图 1 相位差法原理图

Fig. 1 Schematic diagram of phase diversity

假设光学成像系统是空间不变线性系统,目标物上各点发出的光是非相干的,定义一个目标函数[16]:

$$E = \sum_{k} \sum_{u,v} \left| i_{k}(u,v) - \tilde{\sigma}(u,v) * \tilde{h}_{k}(u,v) \right|^{2}, \qquad (1)$$

式中 $i_k(u,v)$ 为第k个探测器的光强分布, $\partial(u,v)$ 表示目标物光强分布的估计量,\*表示卷积, $\hbar_k(u,v)$ 表示第k个光学通道的点扩展函数估计量。

$$\mathbb{R}_{k}(u,v) = \left| \mathcal{F}^{-1}\left\{ A(x,y) \exp\left[ j\phi_{k}(x,y) \right] \right\} \right|^{2}, \tag{2}$$

式中 $\phi_k(x,y)$ 为第k个光学通道上的波前分布,A(x,y)为光学系统广义光瞳函数, $\mathcal{F}^{-1}$ {}表示傅里叶逆变换。当成像系统的通道数为2时,目标函数E可表示为<sup>[4]</sup>

$$E = \sum |I \cdot \vec{H}_{d} - I_{d} \cdot \vec{H}|^{2} / (|\vec{H}|^{2} + |\vec{H}_{d}|^{2}), \qquad (3)$$

式中 *I* 和 *I*<sub>a</sub> 分别为焦面图像和离焦图像的离散傅里叶变换, *P* 和 *P*<sub>a</sub> 分别为两个光学通道的光学传递函数 的估计量。采用最优化算法寻找使目标函数 *E* 最小化的解,即可求得波前分布  $\phi(x,y)$ ,过程可表示为

$$\phi(x,y) = \min_{\phi} \{E\{\phi(x,y) \mid [i_k(u,v)]\}\}, \qquad (4)$$

式中 min<sup>-1</sup>{ $E{\phi(x,y) | [i_k(u,v)]}$  表示在已知参数  $i_k(u,v)$  的条件下求使得 E 达到最小值的  $\phi$  。

利用最优化算法对目标函数求解最小值时,本文采用遗传算法。遗传算法是一种全局概率搜索算法,它

只需要目标函数值的信息,不需要计算目标函数的梯度,而且该算法容易实现,具有很好的全局收敛性。

#### 2.2 基准子镜对相位差法计算结果的影响

稀疏孔径成像系统中子镜的常见位置失调误差主要有三种:piston、tip 和 tilt 误差,通常情况下每个子 镜都同时具有这三种误差。现以图 2 所示的 Golay3 稀疏孔径成像系统为例,预设每个子镜的误差 V<sub>set</sub> 如 表 1 所示,以子镜 1 作为基准子镜,在基准子镜的误差已知和未知的情况下,利用相位差法分别对剩余子镜 的误差进行估算,估算值分别记为 V<sub>known</sub> 和 V<sub>unknown</sub>,结果如表 1所示。估算过程暂不考虑噪声影响。



图 2 Golay3 稀疏孔径成像系统示意图

Fig. 2 Sketch of Golay3 sparse aperture imaging system

表1 Golay3 稀疏孔径各子镜误差值(单位:波长)

Table.1 Values of every sub-mirror of Golay3 sparse aperture (unit: wavelength)

	1-piston	1-tip	1-tilt	2-piston	2-tip	2-tilt	3-piston	3-tip	3-tilt
${V}_{ m set}$	0.25	0.16	0.56	0.32	0.82	0.44	0.57	0.33	0.13
${V}_{ m known}$	0.25	0.16	0.56	0.312	0.821	0.442	0.557	0.329	0.132
${V}_{ m unknown}$	0.232	0.189	0.759	0.206	0.85	0.642	0.61	0.357	0.331

由表1可以看出,当基准子镜的误差为已知值时,相位差法可以准确地估算出系统中剩余子镜的误差, 计算结果中相对误差最大不超过2.5%;而当基准子镜的误差未知时,利用相位差法得到的计算结果与初始 预设值有很大的偏差,相对误差最大可达150%。这说明要想利用相位差法对稀疏孔径成像系统各子镜误 差进行正确估算,必须先确定一个基准子镜。

#### 2.3 基准子镜的选择

稀疏孔径成像系统中每个子镜在装调及工作时引入的误差都是未知的,尽管在系统装调时已利用干涉 仪对每个子镜进行过初调,但这只是起到了减小各个子镜误差的作用,各个子镜剩余误差的具体值仍然无法 得知。此时需要通过某种方法找到系统中误差相对最小的子镜,假设其误差为零,然后将其作为基准子镜, 再通过相位差法估算出系统剩余子镜的误差。

得到误差最小的子镜的方法如下:使用稀疏孔径成像系统中的每个子镜单独对目标物成像,每个子镜的 焦面成像图与原目标物图的算术平均值标准偏差(AMSD)为

$$V_{\text{AMSD}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} [E_{s}(i,j) - E_{o}(i,j)]^{2}}{M \times N - 1}},$$
(5)

式中 *E*<sub>s</sub>(*i*,*j*)为每个子镜成像所得图像的第(*i*,*j*)个像素的灰度值,*E*<sub>o</sub>(*i*,*j*)为原目标物图第(*i*,*j*)个像素的灰度值,*M*×*N*为图像矩阵的大小。根据(5)式计算每个子镜的AMSD,将数值最小者确定为基准子镜。

### 3 理论仿真

以图 3(a)为目标物,利用 2.2 节中的 Golay3 稀疏孔径作为成像系统,图像矩阵的大小取 100 pixel× 100 pixel,各子镜成像结果分别如图 3(b)、(c)和(d)所示。

在计算 Golay3 稀疏孔径各子镜的 AMSD 过程中,由傍轴近似可知:各子镜的调制传递函数方向不同而 大小相同。此时如果各子镜的误差大小都一样,则根据(5)式计算得到的各子镜的 AMSD 值也都一样,因此 仅选取子镜1 作为研究对象,计算其在不同 piston、tip 和 tilt 误差下的 AMSD 值。同时,为了更直观地说明 子镜误差的"大"与"小""对 AMSD 计算结果的影响,将子镜1 的 piston、tip 和 tilt 误差均取相同的值。稀疏 孔径成像系统在装调时都已经过干涉仪等仪器的初调,因此假设经过初调后的稀疏孔径各子镜剩余误差都 很小,以 0.25λ 为其极限值。



图 3 目标物及 Golay3 稀疏孔径各子镜成像图。(a)目标物;(b)子镜 1;(c)子镜 2;(d)子镜 3







由图 4 可以看出,随着子镜 1 误差的增加,其 AMSD 值也逐渐增加。这表明可以通过各子镜单独成像时计算得到的 AMSD 值大小来判断各子镜误差值的相对大小。

# 4 分析和讨论

按照第3节所述方法,将系统中误差最小的子镜确定为基准子镜,接下来便可通过相位差法对系统剩余 子镜的误差进行估算,尽管此时基准子镜的剩余误差大小仍无法确定。为了进一步说明通过以上方法确定 的基准子镜能够提高相位差法计算结果的精度,采取以下方法进行验证:在稀疏孔径系统成像时,模拟实际 情况给基准子镜分别加上大小不同的误差得到焦面像和离焦像;而在利用相位差法估算剩余子镜误差时,由 于实际上基准子镜的误差是未知的,假设基准子镜的误差为零,通过相位差法计算其余子镜的误差。计算中 仍以子镜1作为基准子镜,其 piston、tip 和 tilt 误差仍取相同值。

由图 5 可以看出,随着子镜 1 误差的增加,以其为基准子镜、利用相位差法计算出的剩余子镜的各项误差也在逐渐增大,不同子镜的不同误差变化幅度不同。当子镜 1 的误差增至 0.1 个波长时,子镜 2 的相对误差已接近 60%。由此可以看出,基准子镜的误差对稀疏孔径成像系统中剩余子镜误差的估算精度影响很大,而这也说明了利用第 3 节所述方法选择的基准子镜对整个系统装置的误差检测和调节有着重要的影响。 图 6 是当子镜 1 的误差为某一定值 (图中取 0.04λ)时,通过改变系统离焦像的离焦量(离焦量用泽尼克







Fig. 6 Relative errors of other sub-mirrors estimated by different defocus amounts (error of benchmark sub-mirror is  $0.04\lambda$ ) 系数的第4项来表示),利用相位差法计算得到的剩余子镜的相对误差。从图中可以看出,当基准子镜的误 差为某一定值时,随着离焦量的变化,系统剩余子镜误差的计算结果并无太大的变化。这说明当基准子镜存 在误差,利用相位差法估算剩余子镜误差时,改变离焦像的离焦量对相位差法计算精度的影响并不明显。

# 5 结 论

应用相位差法计算稀疏孔径成像系统各子镜间的相对位置误差,需要确定误差为已知量的基准子镜。 提出了将稀疏孔径成像系统各个子镜对目标物单独成像,并计算每个子镜的焦面像与原始目标物之间的算 术平均值标准偏差 AMSD,将 AMSD 值最小的子镜设为基准子镜的方法。该方法简单,不需要增加额外的 硬件装置。同时通过理论仿真表明:基准子镜误差越小,利用相位差法计算得到的剩余子镜的误差也越小, 这也证明了利用计算 AMSD 值选择基准子镜这一方法的合理性;此外,当基准子镜存在误差时,改变离焦像 的离焦量对于相位差法的计算精度无明显影响。

#### 参考文献

- 1 Fiete R D, Tantalo T A, Calus J R, et al.. Image quality of sparse-aperture designs for remote sensing [J]. Optical Engineering, 2002, 41(8): 1957-1969.
- 2 Meinel A B, Meinel P M. Large sparse-aperture space optical systems [J]. Optical Engineering, 2002, 41(8): 1983-1994.
- 3 Wei Xiaofeng, Geng Zexun, Shen Chen, et al.. Multiple imaging method of optical synthetic aperture system with phase error limits improved[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(4): 0411001.
- 魏小峰, 耿则勋, 沈 忱, 等. 提高相位误差容限的光学合成孔径多帧成像方法[J]. 光学学报, 2014, 34(4): 0411001.
- 4 Flores J F, Strojnik M, Páez G, *et al.*. Effects of misalignment errors on the optical transfer functions of synthetic aperture telescopes[J]. Applied Optics, 2004, 43(32): 5926-5932.
- 5 Cao Rui, Zhao Zhiliang, Zheng Liehua, et al.. Subaperture cophasing technique of segmented mirror [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(5): 051201.

曹 睿,赵智亮,郑列华,等.合成口径子镜测试拼接技术[J].激光与光电子学进展,2015,52(5):051201.

6 Lu Tianan, Li Hongping. Phase error compensation in airborne synthetic aperture lidar data processing[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(8): 0801002.

鲁天安,李洪平.机载合成孔径激光雷达相位误差补偿研究[J].光学学报,2015,35(8):0801002.

- 7 Paxman R G, Fienup J R. Optical misalignment sensing and image reconstruction using phase diversity[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1988, 5(5), 914-923.
- 8 Blanc A, Mugnier L M, Idier J. Marginal estimation of aberrations and image restoration by use of phase diversity [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2003, 20(6), 1035-1045.
- 9 Vogel C R, Chan T F, Plemmons R J. Fast algorithms for Phase diversity-based blind deconvolution [C]. SPIE, 1998, 3353: 994-1005.
- 10 Vedrenne N, Mugnier L M, Vincent M, et al.. Laser beam complex amplitude measurement by phase diversity [J]. Optics Express, 2014, 22(4): 4575-4589.
- 11 Chen Xinhua, Shen Weimin. Fast phase retrieval for annular pupil using spot image[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(4): 0408002.

陈新华, 沈为民. 基于星点像的环形光瞳快速相位复原[J]. 中国激光, 2014, 41(4): 0408002.

- 12 Fan J L, Wu Q Y, Wang J, et al.. Cramer-Rao analysis of three-channel phase diverse wave-front sensing for Golay3 aperture[C]. SPIE/COS Photonics Asia, 2014, 9276: 92761S.
- 13 Cao Fang, Wu Zhen, Zhu Yongtian. Misalignment sensing for optical aperture synthesis telescope using phase diversity
  [J]. Astronomical Research & Technology, 2008, 5(3): 288-293.
  曹 芳, 吴 桢, 朱永田. 基于相位差法的光学综合孔径望远镜失调检测技术[J]. 天文研究与技术(国家天文台台刊), 2008, 5(3): 288-293.
- 14 Liu Zhiying. Study on the sub-aperture stitching optical system[D]. Changchun: Changchun University of Science and Technology, 2007: 75-83.

刘智颖.子孔径拼接光学系统的研究[D].长春:长春理工大学,2007:75-83.

15 Zhou Qingcai, Shen Zeyi, Li Min. The adjustment and test of the synthetic aperture optical system [J]. Journal of Changchun University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2010, 33(2): 11-14.

周庆才,沈泽轶,李 敏.组合孔径光学系统的装调和检测[J].长春理工大学学报(自然科学版),2010,33(2):11-14.

- 16 Li Qiang, Shen Mangzuo. Measurement of telescope aberrations using phase-diversity method[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27 (9): 1553-1557.
  - 李 强, 沈忙作. 利用相位差法测量望远镜像差[J]. 光学学报, 2007, 27(9): 1553-1557.