

基于评价函数的二维小波变换轮廓术小波脊提取方法

徐东瀛^{1,3} 李思坤^{1,2} 王向朝^{1,2} 汪凯巍³

¹中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学与光电技术实验室, 上海 201800

²中国科学院大学, 北京 100049

³浙江大学光电科学与工程学院, 浙江 杭州 310029

摘要 小波脊提取是小波变换轮廓术的关键步骤,在抑噪能力和速度方面,前者直接影响后者。提出了基于评价函数的二维小波变换的一种新的小波脊提取方法,利用二维小波变换系数模信息、条纹瞬时频率信息以及局部条纹结构方向信息建立评价函数指导小波脊提取;并设计了快速动态优化算法。计算机模拟和实验验证了所提方法的有效性。

关键词 测量; 面形测量; 小波脊提取; 条纹分析

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201636.0412006

Wavelet Ridge Extraction Method Employing a Cost Function in Two-Dimensional Wavelet Transform Profilometry

Xu Dongying^{1,3} Li Sikun^{1,2} Wang Xiangzhao^{1,2} Wang Kaiwei³

¹Laboratory of Information Optics and Opto-Electronic Technology, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

³College of Optical Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310029, China

Abstract Wavelet ridge extraction is a key step in the wavelet transform profilometry. The speed and noise suppression capability of the wavelet ridge extraction method directly influences the wavelet transform profilometry. One new wavelet ridge extraction method used in the two-dimensional wavelet transform profilometry is proposed based on a new evaluation function. This function is established by using the module information from the wavelet transform coefficients, fringe instantaneous frequency and local fringe direction to improve the noise suppression capability. Moreover, one fast dynamic optimization algorithm is adopted to improve the wavelet ridge extraction speed. Computer simulation and experimental demonstration verify the proposed method's effectiveness.

Key words measurement; surface measurement; wavelet ridge extraction; fringe analysis

OCIS codes 120.6650; 120.2650; 100.7410

1 引言

基于条纹投影的光学三维面形测量技术具有非接触、测量速度快、自动化程度高等优点,广泛应用于机器视觉、生物医学、工业检测、自动化控制等领域^[1-2]。小波变换轮廓术^[3-5]是一种常见的基于条纹投影的光学三维面形测量技术。由于小波变换的多分辨率分析能力和数学运算上的相关特性,该方法具有优秀的抑噪能力,在条纹图存在相位突变的位置测量精度高^[3-5]。可分为一维小波变换轮廓术和二维小波变换轮廓术^[6-12]。与一维小波变换相比,二维小波变换伸缩并同时旋转,具有缩放能力和方向选择性,多分辨率分析能力强。

收稿日期: 2015-10-27; 收到修改稿日期: 2015-11-26

基金项目: 国家自然科学基金(61205102,61275207,61405210,61474129)

作者简介: 徐东瀛(1991—),男,硕士研究生,主要从事三维面形测量方面的研究。E-mail: 21330087@zju.edu.cn

导师简介: 李思坤(1982—),男,副研究员,硕士生导师,主要从事信息光电子技术方面的研究。

E-mail: lisikun@siom.ac.cn(通信联系人)

二维小波变换的本质是二维卷积运算,抑噪能力更强^[10-12],但计算速度慢,难以满足实时测量的需求。针对小波变换计算速度问题,研究者已经从算法优化、运算平台以及计算方式等方面进行了研究^[13-15],起到了明显的提速作用。

小波脊提取是小波变换轮廓术的关键步骤^[3-12],在抑噪能力和速度方面,前者直接影响后者。模极大值是常见的小波脊提取方法^[3-15]。这种方法通过直接查找小波变换系数模极大值来获取小波脊,当光学条纹图中存在噪声时,小波变换系数模值会出现多个局部极大值点,求解的小波脊存在较大误差,导致恢复的三维面形存在较大误差。Liu等^[16]将条纹图瞬时频率的连续性特征引入到小波脊提取中,结合小波变换系数模值信息建立评价函数,提出了一种基于评价函数的小波脊提取方法,增强了一维小波变换小波脊提取的抑噪能力。Abid等^[17]将这种方法延伸至二维小波变换小波脊提取中。在不同的旋转角度下分别利用Liu的小波脊提取方法提取小波脊,再比较、选出评价函数值最小的小波脊作为最终的小波脊。由于没有充分利用局部条纹结构方向信息,限制了该方法的小波脊提取精度和抑噪能力。另外,反复利用Liu的方法查找小波脊,耗时较长,降低了二维小波变换轮廓术的测量速度。

本文提出了一种新的基于评价函数的二维小波变换小波脊提取方法,利用二维小波变换系数模信息、条纹瞬时频率信息以及局部条纹结构方向信息建立了新的评价函数指导小波脊提取,并设计了动态优化小波脊提取算法,明显提高了传统方法的抑噪能力和测量速度。

2 原 理

2.1 二维小波变换轮廓术

测量光路如图1所示^[13],投影系统投影正弦结构光场至待测物体的表面,待测物体在CCD摄像机的视场之内。CCD摄像机从另一角度拍摄经被测物体调制的变形条纹图。

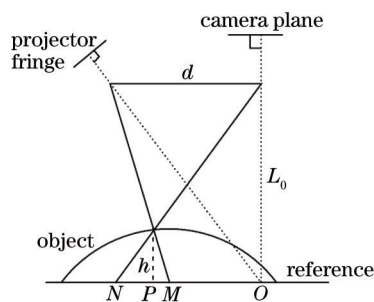


图1 测量系统结构图

Fig.1 Schematic diagram of measuring system

拍摄的二维条纹图像的强度 $I'(x,y)$ 可表示为

$$I'(x,y) = I_1(x,y) + I_2(x,y)\cos[2\pi fx + \Delta\phi(x,y)], \quad (1)$$

式中 $I_1(x,y)$ 为背景光强度, $I_2(x,y)$ 为条纹的调制度, f 为投影条纹在 x 方向的基频, $\Delta\phi(x,y)$ 为被测物体高度调制相位。条纹图 $I'(x,y)$ 的二维连续小波变换系数定义为 $I'(x,y)$ 与一个复共轭二维小波函数 $\psi(x,y)$ 的相关运算^[18],表达式为

$$\mathbf{W}(u_x, u_y, s, \theta) = s^{-2} \int_{\mathbb{R}^2} I'(x,y) \psi^* [s^{-1} \mathbf{r}_\theta (x - u_x, y - u_y)] d^2, \quad (2)$$

式中 $\mathbf{W}(u_x, u_y, s, \theta)$ 为小波变换系数, s 为尺度因子, $u = [u_x, u_y]$ 为平移因子, θ 为旋转角度, \mathbf{r}_θ 为旋转矩阵, ψ^* 为 ψ 的复共轭函数。Morlet复小波是二维小波变换轮廓术中常用的母波函数之一^[12,18],表示为

$$\psi(x,y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right) \exp\left(i\omega_0 \sqrt{x^2 + y^2}\right), \quad (3)$$

式中 ω_0 为小波中心频率。小波变换系数的幅值 M 和相位 ϕ 可分别表示为

$$M(u, s, \theta) = \sqrt{\{\text{Im}[\mathbf{W}(u, s, \theta)]\}^2 + \{\text{Re}[\mathbf{W}(u, s, \theta)]\}^2}, \quad (4)$$

$$\phi(u, s, \theta) = \arctan \left\{ \text{Im} [W(u, s, \theta)] / \text{Re} [W(u, s, \theta)] \right\}, \quad (5)$$

式中 Re、Im 分别表示取小波变换系数的实部和虚部。

沿尺度轴方向上,小波变换系数模的最大值定义为小波变换的“脊”,其包含了信号的大部分能量。信号的小波脊抽取了信号在时频域内最重要的特征,去除了冗余的小波变换信息,各脊点的位置正是时频图上能量最集中的区域。小波脊对应的小波变换系数的相位信息和条纹的相位信息相等,通过提取的小波脊可以求解出条纹的相位信息^[4-5]。将变形条纹的截断相位和参考条纹的截断相位相减,进行相位展开^[8-9]后得到物体高度调制相位 $\Delta\phi(x, y)$ 。在远心光路条件下, L_0 远远大于 $h(x, y)$, 被测物体高度分布与调制相位的关系为

$$h(x, y) = -\frac{L_0}{2\pi fd} \Delta\phi(x, y), \quad (6)$$

式中 L_0 和 d 为如图 1 所示系统的结构参量。

2.2 基于评价函数的二维小波变换小波脊提取方法

如(2)式所示,二维小波变换的数学本质是小波函数和光学条纹信号之间的运算。二维小波变换条纹分析方法的基本原则是找出一个确切的尺度因子 s 和旋转角度 θ , 使得小波信号与局部条纹信号的相关度最大, 表现为小波变换系数的模值最大。小波脊对应小波变换系数的尺度因子和旋转角度与条纹局部瞬时频率和结构方向相关。当被测物体面形连续变化时, 条纹图的瞬时频率和局部条纹的结构方向连续变化。因此, 可以利用二维小波变换系数模信息、条纹瞬时频率信息以及方向信息建立新的评价函数指导小波脊提取。

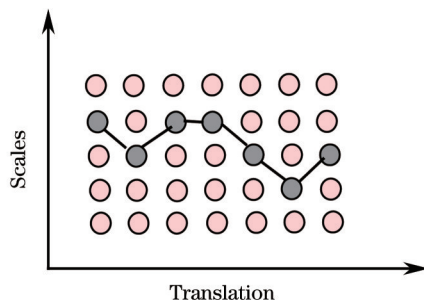


图 2 函数 $\phi(u)$ 示意图

Fig.2 Diagram of function $\phi(u)$

评价函数定义为

$$\text{cost} \{ [u, \phi(u), \chi(u)] \} = -C_0 \int_u |W \{ [u, \phi(u), \chi(u)] \}|^2 du + C_1 \int_u \left| \frac{\partial \phi(u)}{\partial u} \right|^2 du + C_2 \int_u \left| \frac{\partial \chi(u)}{\partial u} \right|^2 du, \quad (7)$$

式中 $\phi(u)$ 是沿着条纹结构方向上条纹图一行所有位置处的尺度因子 s 的一个组合, 如图 2 所示。 $\chi(u)$ 对应旋转角度 θ , 意义与 $\phi(u)$ 类似。 $\frac{\partial \phi(u)}{\partial u}$ 为尺度因子的梯度, $\frac{\partial \chi(u)}{\partial u}$ 为旋转角度的梯度。(7)式的第一项表示小波变换系数模值的平方的大小, 其值越大表示包含的信号能量越大, cost 函数值越小。(7)式的后两项分别反映积分路径上的尺度因子和旋转角度的变化率, 变化率越小 cost 函数值越小。 C_0 、 C_1 、 C_2 为调节小波变换系数模值、尺度因子梯度以及旋转角度梯度的权重系数。可以令 C_0 取 1, C_1 、 C_2 是根据以标定物为被测对象的实验结果确定的正常数。对比不同 C_1 、 C_2 所得到的小波脊恢复的标定物三维面形的误差大小, 选出误差最小时的 C_1 、 C_2 的值。通过(7)式可以看出, 当 cost 函数取得最小值时, 在积分路径上小波变换系数模值较大且尺度因子、旋转角度变化也较为平缓, 后两项降低了噪声对小波脊求解准确度的影响。根据(7)式, 小波脊的求解问题转化为求 cost 函数值最小的积分路径。

使用 cost 函数提取小波脊最直接的方法就是分别计算所有小波变换系数组合出的所有积分路径上的 cost 函数值, 选择出函数值最小的路径作为小波脊即可。但这种方法需要计算的数据量特别大。假设条纹图一行条纹的大小为 1 pixel×100 pixel, 尺度因子的个数为 20, 旋转角度的个数为 5, 小波变换系数排列组合得到的路径有 C_2 种, 依次计算各路径的 cost 函数值的方法效率极低。为提高计算效率, 基于通信领域常用的 Viterbi decoding 算法, 提出适用于求解(7)式所示 cost 函数的动态计算方法。

为了简化说明,这里 C_0, C_1, C_2 取值都为 1。(7)式可以离散化为

$$\text{cost} = \sum_{k=2}^L \left\{ -|\mathbf{W}[u(k), \phi(k), \chi(k)]|^2 + |\phi(k) - \phi(k-1)|^2 + |\chi(k) - \chi(k-1)|^2 \right\}, \quad (8)$$

式中 L 是条纹图的宽度, k 是平移因子的序数。假设最佳路径经过点 (u_j, s_j, θ_j) , 则 cost 函数可以表示成

$$\text{cost}(j) = \min \left\{ \sum_{k=2}^{j-1} \left\{ -|\mathbf{W}[u(k), \phi(k), \chi(k)]|^2 + |\phi(k) - \phi(k-1)|^2 + |\chi(k) - \chi(k-1)|^2 \right\} + \left\{ -|\mathbf{W}[u(j), \phi(j), \chi(j)]|^2 + |\phi(j) - \phi(j-1)|^2 + |\chi(j) - \chi(j-1)|^2 \right\} \right\}, \quad (9)$$

同理可得到点 $(u_{j+1}, s_{j+1}, \theta_{j+1})$ 的 cost 函数表达式

$$\text{cost}(j+1) = \min[\text{cost}(j)] + \left\{ -|\mathbf{W}[u(j+1), \phi(j+1), \chi(j+1)]|^2 + |\phi(j+1) - \phi(j)|^2 + |\chi(j+1) - \chi(j)|^2 \right\}. \quad (10)$$

假设将 $\phi(u)$ 和 $\chi(u)$ 的二阶导数也添加到 cost 函数中, 经过化简可表示为

$$\text{cost}(j+1) = \min[\text{cost}(j)] + \left\{ -|\mathbf{W}[u(j+1), \phi(j+1), \chi(j+1)]|^2 + |\phi(j+1) - \phi(j)|^2 + |2\phi(j) - \phi(j+1) - \phi(j-1)|^2 + |\chi(j+1) - \chi(j)|^2 + |2\chi(j) - \chi(j+1) - \chi(j-1)|^2 \right\}. \quad (11)$$

从(11)式可以看出, 当计算一个通过点 $(u_{j+1}, s_{j+1}, \theta_{j+1})$ 的路径的 cost 函数值时, 仅需要知道通过前一个点的 cost 函数值, 再将点 $(u_{j+1}, s_{j+1}, \theta_{j+1})$ 的数据代入(11)式中, 即可获得通过点 $(u_{j+1}, s_{j+1}, \theta_{j+1})$ 的各个路径的 cost 函数值。这样每次仅需要计算图像上相邻两个像素点各个路径上的评价函数值, 减少了计算的数量, 提高了计算效率。

通过挑选尺度因子-旋转角度面上候选点的方法进一步降低计算量。由于受噪声的影响, 小波脊并不一定是小波变换系数模极大值点, 但是其依然具有信号的大部分能量。以条纹图上某个像素点位置为例, 如图 3 所示, 首先找到对应的小波变换系数的模极大值作为小波脊候选点(如图 3 黑色点所示), 并以极大值点为中心将周围邻近各小波变换系数模值不小于极大值 95%^[16-17] 的点也设为候选点(如图 3 灰色点所示)。这样仅需要计算候选点组成的各个积分路径上的评价函数值, 进一步减少了积分路径的数量, 提高了计算效率。

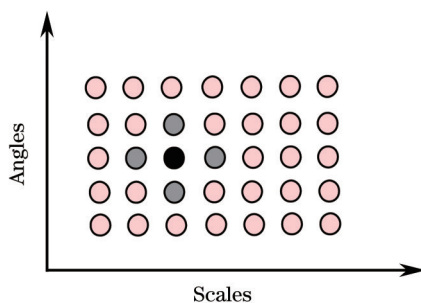


图 3 候选点选择示意图

Fig.3 Diagram of candidate ridge point selection

计算各路径的评价函数值, 提取小波脊的算法步骤为

1) 二维条纹图经过二维连续小波变换后得到一个四维的小波变换系数矩阵, 取出条纹图一行对应的小波变换系数数据, 该数据是一个三维矩阵, 表示为 \mathbf{A} 。 \mathbf{A} 的三个维度(行、列、页)分别对应平移量 u 、尺度因子 s 和旋转角度 θ , 如图 4 所示, 三个维度的坐标分别表示为 P_u, P_s, P_θ ;

2) 取出矩阵 \mathbf{A} 中 $u=1$ 所对应的数据, 找出数据的模极大值并设为第 1 行的小波脊。然后以相同的方法找到第 2 行的小波脊。查找出第 2 行的小波脊在矩阵 \mathbf{A} 中的坐标, 表示为 $(P_{u0}, P_{s0}, P_{\theta0})$, 以及前 2 行小波脊对应的尺度因子和旋转角度参数;

3) 取出矩阵 \mathbf{A} 中第 $P_{u0}+1$ 行、第 $P_{\theta0}$ 页的数据构成数组 C 。查找出 C 的模极大值元素以及其在矩阵 \mathbf{A} 中的坐标。设模极大值在矩阵 \mathbf{A} 中的坐标为 $(P_{u0}+1, P_{sc}, P_{\theta c})$ 。找出元素 $\mathbf{A}(P_{u0}+1, P_{sc}+1, P_{\theta c})$ 、 $\mathbf{A}(P_{u0}+1, P_{sc}-1, P_{\theta c})$ 、 $\mathbf{A}(P_{u0}+1, P_{sc}, P_{\theta c}+1)$ 、 $\mathbf{A}(P_{u0}+1, P_{sc}, P_{\theta c}-1)$ 中模值大于等于模极大值元素的 95% 的元素。将这些元素与模极大值元素一起作为矩阵 \mathbf{A} 中第 $P_{u0}+1$ 行对应图像位置小波脊的候选点;

4) 根据(11)式分别计算各候选点所构成路径的 cost 函数值。查找 cost 函数值最小的路径, 并将该路径设

为最佳路径。最佳路径对应的候选点的模值作为矩阵 \mathbf{A} 中第 $P_{n0}+1$ 行对应图像位置的小波脊, 将该小波脊对应的坐标分别赋值 P_{n0}, P_{n1}, P_{n2} , 并查找出小波脊对应的尺度因子和旋转角度参数;

5) 重复步骤 3) 和 4), 直到计算完成矩阵 \mathbf{A} 中所有行的数据, 得到光学条纹图像该行的小波脊, 其流程如图 5 所示。图 5 中每个像素上的小圆点表示找出的候选点, 实心点表示小波脊点, 浅色箭头表示当前位置可能存在的路径, 深色箭头表示 cost 函数最小时的积分路径;

6) 依次取出光学条纹图下一行对应的小波变换系数数据, 重复步骤 1) 至 5), 得到整个光学条纹图像的小波脊。

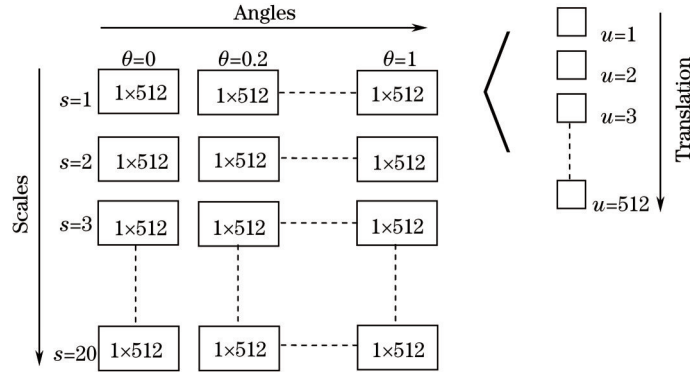


图 4 光学条纹图一行的二维小波变换系数矩阵

Fig.4 Illustration of a two-dimensional wavelet transform coefficient matrix of one row in fringe pattern

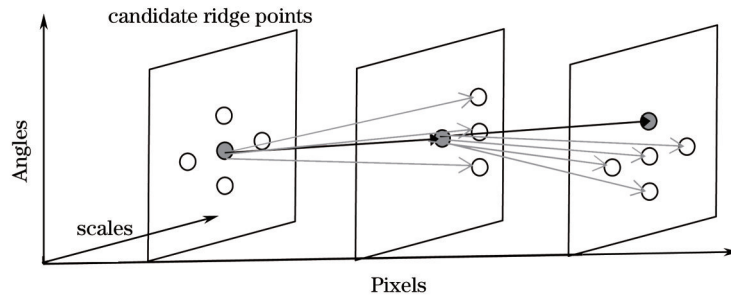


图 5 路径选择原理图

Fig.5 Diagram of the ridge detection algorithm

3 计算机模拟与实验

采用计算机模拟与实验来验证所提方法的有效性。模拟的测量系统结构参数为 $L_0/d=1$ 。模拟的被测物体由 Matlab 函数库中的 `peaks` 函数表示。设置物体高度 $h=3 \times \text{peaks}$, 其最大值为 24.3 mm, 如图 6(a) 所示。模拟的条纹图像大小为 256 pixel \times 256 pixel。在图像中加入标准差为 0.35 的高斯噪声, 变形条纹如图 6(b) 所示。

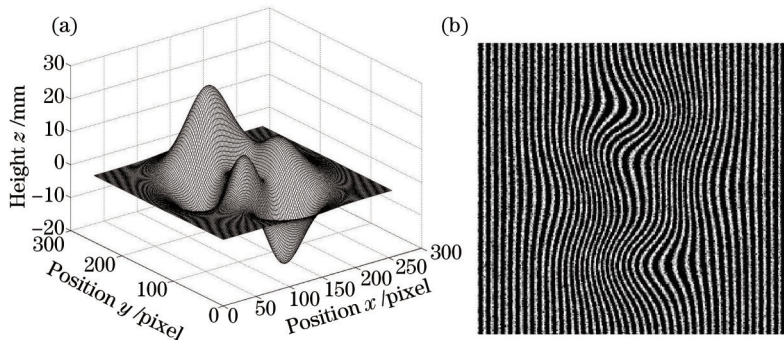


图 6 (a) 模拟被测物体; (b) 变形条纹图

Fig.6 (a) Simulated object and (b) deformed fringe pattern

为了便于对比分析,采用本方法和Abid的评价函数法分别对模拟变形条纹图进行小波脊提取。在本方法中,评价函数(7)式中的常数 C_0 、 C_1 、 C_2 分别设为1.0、0.3和0.3,选择Morlet复小波作为母波函数对变形条纹图进行二维连续小波变换。分别采用上述两种方法提取二维小波变换小波脊并求解出截断相位,利用相同的方法进行相位展开及高度映射后恢复的被测物体三维面形分别如图7(a)和(b)所示。由于Abid的评价函数法提取的小波脊对应的旋转角度是固定的,没有充分利用局部条纹结构方向信息,在条纹图存在较严重的噪声污染情况下,该方法提取小波脊无法正确恢复被测物体的三维面形信息,而本方法能够正确恢复三维面形信息。两种方法重建三维面形的误差分布分别如图8(a)和(b)所示,均方根误差分别为0.5679和0.6246。与Abid的评价函数法相比,本方法不仅利用了条纹图的瞬时频率信息而且利用了局部条纹的结构方向信息,具有更强的抑噪能力。两种方法所用时间分别为4.80 s和9.72 s。对比可知,本方法明显提高了传统基于评价函数的二维小波变换小波脊提取方法的抑噪能力和测量速度。

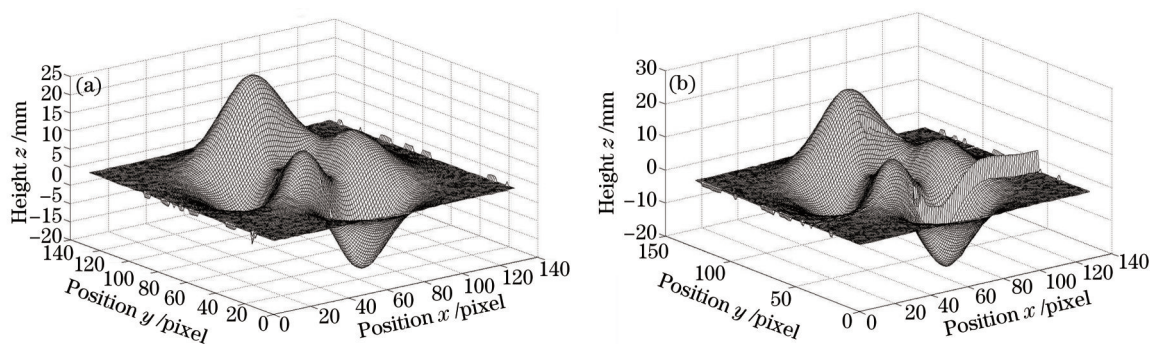


图7 (a)本方法和(b)Abid的评价函数法恢复的3D面形

Fig.7 3D surface information retrieved by (a) proposed method and (b) Abid's cost function method

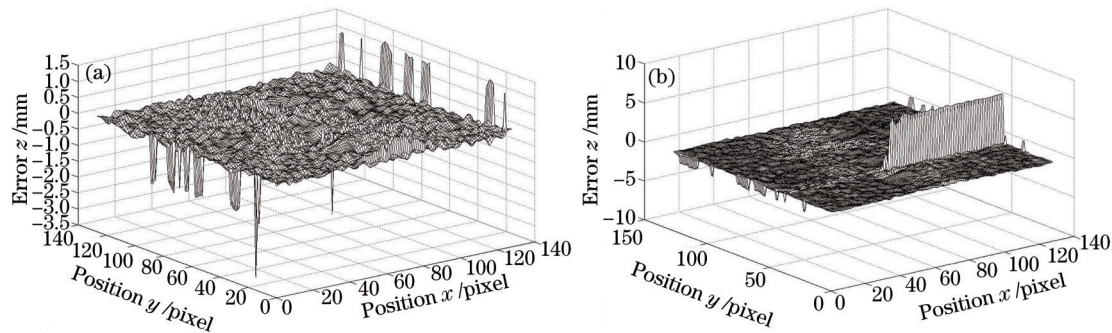


图8 (a)本方法和(b)Abid的评价函数法的三维面形重建误差

Fig.8 Error of retrieved 3D shape by (a) proposed method and (b) Abid's cost function method

改变噪声标准差的大小,设置标准差在0.05~0.5间变化,每次增加0.05,重复模拟10次。本方法和Abid的评价函数法恢复的物体三维面形的均方根误差(RMSE)曲线如图9所示。随着高斯噪声标准差的逐渐增大,利用两种小波脊提取方法恢复的三维面形的均方根误差都在增大。在较大的噪声水平下,利用本方法的均方根误差明显小于Abid的评价函数法,抑噪能力明显优于Abid的评价函数法,而且随着噪声标准差的增大,本方法的优势愈加明显。

如图10所示为本方法和Abid的评价函数法在不同旋转角度数目时,小波脊提取耗时 t 对比。与Abid的评价函数法相比,当旋转角度数量达到5个及以上时,本方法的小波脊提取速度提高了3倍以上,而且随着旋转角度数量的增加,本方法的提速效果更加明显。所建立的评价函数中包含了条纹图的结构方向信息(对应小波变换旋转角度信息),因此本方法的小波脊提取速度不受旋转角度数目的影响。而Abid的评价函数法是在不同的旋转角度 θ 下分别利用Liu的小波脊提取方法提取小波脊,再比较、选出评价函数值最小的小波脊作为最终的小波脊,因此Abid的评价函数法的运算时间随着旋转角度数目增加而成比例增加。

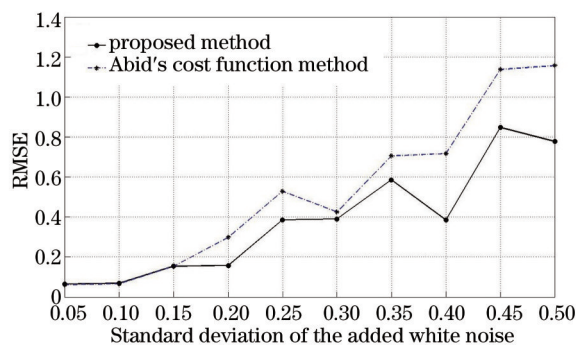


图9 均方根误差比较

Fig.9 Comparison of root mean square error

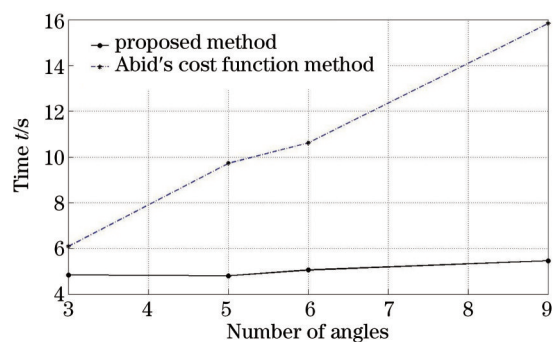


图10 不同旋转角度数目下的计算时间对比

Fig.10 Comparison of time with different numbers of rotation angles

为进一步验证本方法的有效性,对实测的光学条纹图像进行了处理。条纹图大小为 512 pixel×512 pixel,存在较严重的噪声污染,如图 11(a)所示。二维小波变换尺度因子设定为(1, 2, …, 40),旋转角度设定为(-1 rad, -0.5 rad, …, 1 rad)。C₀、C₁、C₂分别设为 1.0、0.3 和 0.3。利用本方法和 Abid 的评价函数法进行小波脊提取后的重建的三维面形分别如图 11(b)和图 11(c)所示,两种方法的小波脊提取时间分别为 27.68 s 和 45.29 s。对比可知,本方法明显提高了传统基于评价函数的二维小波变换小波脊提取方法的抑噪能力和运算速度。

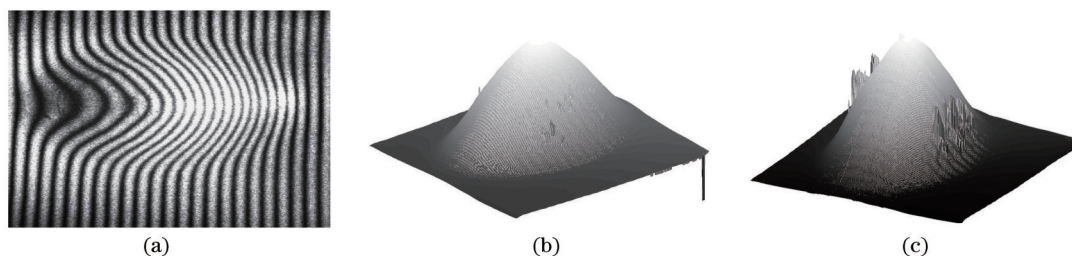


图 11 实验。(a) 实测变形条纹图; (b) 本方法恢复的三维面形; (c) Abid 的评价函数法恢复的三维面形

Fig.11 Experiments. (a) Deformed fringe pattern; (b) reconstructed 3D shape by proposed method; (c) reconstructed 3D shape by Abid's cost function method

4 结 论

提出了一种新的基于评价函数的二维小波变换小波脊提取方法。仿真和实验表明所提方法明显提高了传统基于评价函数的二维小波变换小波脊提取方法的抑噪能力和测量速度:对 256 pixel×256 pixel 大小的模拟条纹图以及 512 pixel×512 pixel 大小的实测条纹图进行处理,当旋转角度数目为 5 个时,与传统的小波脊提取方法相比,速度分别提高了约 3 倍和 2 倍。本方法的测量速度不受旋转角度数目的影响,提速效果随着旋转角度数目的增加成比例增加,为二维小波变换轮廓术在实时和瞬态过程中三维面形的测量应用奠定一定技术基础。

- 1 Su Xianyu, Zhang Qican, Chen Wenjing. Three-dimensional imaging based on structured illumination[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209001.
苏显渝, 张启灿, 陈文静. 结构光三维成像技术[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209001.
- 2 Zheng Suzhen, Cao Yiping. Five steps of unequal step online three-dimensional inspection based on two-dimensional empirical mode decomposition[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(12): 1208004.
郑素珍, 曹益平. 基于二维经验模态分解的五步非等步在线三维检测[J]. 中国激光, 2014, 41(12): 1208004.
- 3 Zhong Jingang, Weng Jiawen. Spatial carrier-fringe pattern analysis by means of wavelet transform: wavelet transform profilometry[J]. Applied Optics, 2004, 43(26): 4993-4998.
- 4 Zhong Jingang, Weng Jiawen. Phase retrieval of optical fringe patterns from the ridge of a wavelet transform[J]. Opt Lett, 2005, 30(19): 2560-2562.
- 5 Li Sikun, Su Xianyu, Chen Wenjing. Wavelet ridge techniques in optical fringe pattern analysis[J]. J Opt Soc Am A, 2010, 27(6): 1245-1254.
- 6 Zhou Xiang, Zhao Hong. Three dimensional profilometry based on Mexican hat wavelet transform[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(1): 197-202.
周翔, 赵宏. 基于 Mexican hat 小波变换的三维轮廓术[J]. 光学学报, 2009, 29(1): 197-202.
- 7 Weng Jiawen, Zhong Jingang. Apply wavelet transform to phase analysis of spatial carrier fringe pattern[J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(4): 454-459.
翁嘉文, 钟金钢. 小波变换在载频条纹相位分析法中的应用研究[J]. 光学学报, 2005, 25(4): 454-459.
- 8 Li Sikun, Chen Wenjing, Su Xianyu. Phase unwrapping guided by amplitude of wavelet ridge coefficients in wavelet transform profilometry [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(4): 715-721.
李思坤, 陈文静, 苏显渝. 小波变换轮廓术中用小波脊系数幅值引导相位展开的研究[J]. 光学学报, 2008, 28(4): 715-721.
- 9 Li Sikun, Su Xianyu, Chen Wenjing. A new wavelet transform method for optical carrier-fringe pattern phase reconstruction[J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(12): 3060-3065.
李思坤, 苏显渝, 陈文静. 一种新的小波变换空间载频条纹相位重建方法[J]. 中国激光, 2010, 37(12): 3060-3065.
- 10 Li Sikun, Su Xianyu, Chen Wenjing. Applications of two-dimensional wavelet transform on phase analysis of spatial carrier-fringe patterns [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(6): 1673-1679.
李思坤, 苏显渝, 陈文静. 二维实小波变换在空间载频条纹相位分析中的应用[J]. 光学学报, 2010, 30(6): 1673-1679.
- 11 Gdeisat M A, Burton D R, Lalor M J. Spatial carrier fringe pattern demodulation by use of a two-dimensional continuous wavelet transform [J]. Applied Optics, 2006, 45(34): 8722-8732.
- 12 Wang Z, Ma J, Vo M. Recent progress in two-dimensional continuous wavelet transform technique for fringe pattern analysis[J]. Optics & Lasers in Engineering, 2012, 50(8): 1052-1058.
- 13 Yu Cheng, Li Sikun, Wang Xiangzhao. Fast three-dimensional shape measurement technique by means of wavelet transform based on parallel computing[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(5): 0512005.
余程, 李思坤, 王向朝. 基于并行小波变换的快速三维面形测量技术[J]. 光学学报, 2014, 34(5): 0512005.
- 14 Abid A Z, Gdeisat M A, Burton D R, *et al.*. Fringe pattern analysis using a one-dimensional modified Morlet continuous wavelet transform [C]. SPIE, 2008, 7000: 70000Q.
- 15 Abid A. Fringe pattern demodulation using the one-dimensional continuous wavelet transform: field-programmable gate array implementation[J]. Applied Optics, 2013, 52(7): 1468-1471.
- 16 Liu H, Cartwright A N, Basaran C. Moiré interferogram phase extraction: a ridge detection algorithm for continuous wavelet transforms [J]. Applied Optics, 2004, 43(4): 850-857.
- 17 Abid A Z, Gdeisat M A, Burton D R, *et al.*. Spatial fringe pattern analysis using the two-dimensional continuous wavelet transform employing a cost function[J]. Applied Optics, 2007, 46(24): 6120-6126.
- 18 Antoine J P, Murenzi R, Vanderghenst P, *et al.*. Two-dimensional wavelets and their relatives[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004: 458.