

基于 Hough 一维变换的直线检测算法

张振杰 郝向阳 刘松林 程传奇

信息工程大学导航与空天目标工程学院, 河南 郑州 450000

摘要 针对标准 Hough 变换直线检测存在的问题, 提出了一种基于 Hough 一维空间变换的直线检测算法。对图像进行边缘检测, 将互不连通的边缘进行分组; 利用 Hough 一维空间变换对边缘组进行直线检测并编组, 降低了算法和空间复杂度; 通过对直线组进行精确处理, 解决了过连接、端点确定和检测精度存在的问题。实验结果表明: 该算法有效地解决了标准 Hough 变换算法中存在的问题, 降低了误检率和漏检率, 提高了直线检测精度, 能够实现对不同类型影像数据的直线检测处理。

关键词 测量; 直线检测; Hough 一维空间变换; 边缘编组; 直线编组

中图分类号 TP391.9

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201636.0412005

Line Detection Based on Hough One-Dimensional Transform

Zhang Zhenjie Hao Xiangyang Liu Songlin Cheng Chuanqi

*School of Navigation and Aerospace Engineering, Information Engineering University,
Zhengzhou, Henan 450000, China*

Abstract Aiming at the existing problems in line detection by standard Hough transform, an improved algorithm based on Hough one-dimensional transform is proposed. Firstly, the edges of images are detected and the disconnected edges are grouped. Then, the Hough one-dimensional transform is adopted to detect in line and group the edges so as to reduce computation complexity and space complexity. At last, the problems on over-connecting, endpoints determining and detection precision are solved by added accurately processing. The experimental results prove that the improved algorithm can effectively solve problems in the standard Hough transform, reduce missing detection and false detection, improve the detection accuracy and achieve detection in line for different content images.

Key words measurement; line detection; Hough one-dimensional space transform; edge grouping; line grouping

OCIS codes 120.4630; 100.2000; 150.1135; 100.3008

1 引言

直线特征是图像重要的几何特征, 直线检测是计算机视觉中的一个经典问题。直线检测为图像理解、分析等高层处理提供了前提^[1], 在相机标定^[2]、遥感图像处理^[3]、位姿估计^[4-5]、目标跟踪^[6]及自主视觉导航^[7-8]等领域有着广泛的应用。目前的直线检测算法大部分都是基于标准 Hough 变换(SHT)技术。Hough 变换^[9]的基本思想是利用点和线在图像空间和参数空间的对偶性, 对图像空间特征点相对应的参数空间参数点进行“投票”, 然后在参数空间中搜索局部峰值, 这些峰值所对应的直线参数即为检测结果。Hough 变换具有对噪声不敏感、稳健性好和遮挡问题易处理等优点。但是由于标准 Hough 变换存在计算复杂度和空间复杂度高、运算量大、峰值难以确定以及空间量化精度低等问题, 研究人员提出了诸多基于标准 Hough 变换的改进算法, 并在直线检测中得到很好的应用。Xu 等^[10]提出了随机 Hough 变换(RHT), 通过对像素的随机采样减少了大量的计算量和内存消耗; 滕今朝等^[11]提出了“分式查表法”, 在保持检测精度情况下, 大大减少了 Hough 变

收稿日期: 2015-11-02; 收到修改稿日期: 2015-11-16

作者简介: 张振杰(1988—), 男, 博士研究生, 主要从事计算机视觉和视觉导航等方面的研究。E-mail: zzxiaodao@126.com

导师简介: 郝向阳(1966—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事计算机视觉和视觉导航等方面的研究。

E-mail: Xiangyanghao2004@163.com

换的计算量。在提高直线精度方面, Lee等^[12]提出了一种离散 Hough 变换(DHT), 有效地提高了直线检测精度; Chung等^[13]在 DHT 的基础上进一步提出了基于方向的离散 Hough 变换(ODHT), 相对于 DHT, 该算法提高了精度, 减少了运算量。在虚假直线、线段信息缺失等问题解决方面, 段汝娇等^[14]通过事先对边缘特征点进行聚类 and 直线感知编组, 对标准 Hough 算法进行了改进, 减少了计算量, 提高了抗干扰性; 王竞雪等^[15]提出了结合边缘编组的 Hough 变换直线提取算法, 提高了计算效率和直线检测稳健性, 能够处理不同类型的影像数据。

目前现有的算法相对于标准 Hough 变换, 得到了很大的改善, 但直线检测算法的均衡性还需要进一步提高。基于此, 本文提出了一种基于 Hough 一维变换空间的直线提取算法。该算法主要分为边缘分组、直线编组和直线精确处理 3 个过程。边缘分组可以剔除部分短边缘, 解决一些直线过连接和虚假直线问题; 直线编组是该算法的主要过程, 其利用 Hough 一维空间变换的方法, 提高了直线检测的计算效率, 解决了参数空间投票阈值确定等问题; 直线精确处理方法对直线编组结果进行进一步处理, 解决了直线端点确定、过连接和直线高精度定位时存在的问题。

2 问题描述

文献[15]对 Hough 变换直线检测的问题从确定性和不确定性两个方面进行了详细分析, 目前标准 Hough 变换直线检测存在以下几个主要问题:

1) 计算量和内存消耗大。标准 Hough 变换计算量和内存消耗和参数空间量化宽度成反比。当图像尺寸较大, 需要较小的参数空间量化宽度时, 标准 Hough 变换的直线检测方法需要很长计算时间。文献[11]给出了不同尺寸图像和相应参数空间量化宽度下, 标准 Hough 变换直线检测消耗的时间。对于尺寸为 800 pixel×800 pixel, 分辨率为 0.0003° 的图像, 采用标准 Hough 变换所用时长为 4962.28 s, 已经失去实用意义。

2) 参数空间量化宽度的设置。参数空间量化宽度直接影响着直线检测的精度和效率。当量化宽度较小时, 定位精度较高, 但增大了计算量和存储空间; 当量化宽度较大时, 不仅参数空间的积聚效果差, 还存在直线漏检的问题。

3) 参数空间投票阈值的确定。参数空间峰值点被次峰值点包围, 难以检测出正确的峰值。参数空间投票阈值的大小决定了直线检测的数量。阈值过小, 则存在伪直线; 阈值较大, 则会出现直线漏检的问题。

4) 直线端点、长度的确定。

5) 直线过连接现象。过连接直线包括 3 种情况^[15]: 不同物体边缘或同一物体不同部分的直线被检测为同一直线; 一些边缘和其他点(噪声点或者其他边缘上的点)被检测为同一直线; 一些非边缘点被检测为同一直线。

3 算法实现

提出的算法主要分为 3 个过程: 边缘分组、直线编组和直线精确处理。算法流程如图 1 所示。边缘分组包括边缘检测和边缘跟踪分组, 通过该过程将图像互不连通的边缘分为若干组, 作为直线编组的数据输入。直线编组是基于 Hough 一维变换空间的直线检测方法, 将边缘组可能存在的直线进行编组。Hough 一维变换空间相较于标准 Hough 变换, 计算量和内存消耗大大减少, 同时解决了参数空间投票阈值确定的问题。直线精确处理包括直线端点确定、过连接处理和最小二乘直线拟合等过程, 进一步解决了现有直线检测算法中存在的问题。

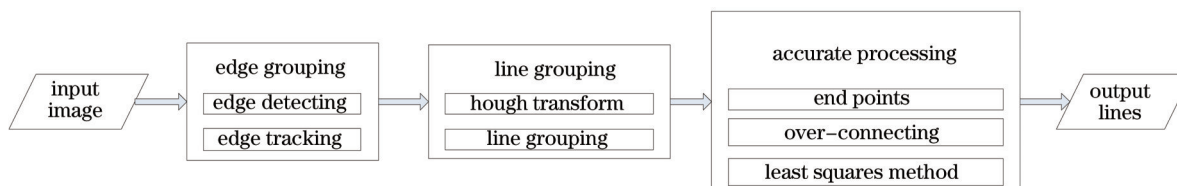


图 1 算法流程图

Fig.1 Flow chart of the proposed algorithm

3.1 边缘分组

边缘分组首先对图像进行 Canny 边缘检测,然后基于八邻域搜索对连通边缘进行聚类,将图像中所有互不相连的边缘划分为若干组。边缘跟踪分组是在边缘检测的基础上,通过全局遍历,对连通边缘进行聚类分组。具体步骤如下:

- 1) 图像边缘检测,得到边缘图像;
- 2) 对边缘图像进行遍历搜索,判断当前像素点是否为边缘点,将搜索到的第 1 个边缘点 (x_i, y_i) 作为当前点;
- 3) 将当前点的像素值设为 0,检测它的八邻域内是否存在边缘点。如果不存在,返回步骤 2);如果存在,建立边缘组 E_m , m 表示第 $m(m \geq 1)$ 条边缘,并将像素点 (x_i, y_i) 存入边缘组 $E_m = \{(x_i, y_i)\}$;
- 4) 更新边缘组,将当前点八邻域内存在的边缘点加到边缘组 $E_m = \{(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1}), \dots, (x_{i+n}, y_{i+n})\}$,并将这些边缘点的像素值设为 0,保证后续不再被扫描。建立 1 个临时边缘组 $G = \{(x_{i+1}, y_{i+1}), (x_{i+2}, y_{i+2}), \dots, (x_{i+n}, y_{i+n})\}$,记录新增加到临时边缘组内的点。
- 5) 将临时边缘组内的最后 1 个点作为当前点继续搜索,并将该点从临时边缘组内删除,临时边缘组更新为 $G = \{(x_{i+1}, y_{i+1}), (x_{i+2}, y_{i+2}), \dots, (x_{i+n-1}, y_{i+n-1})\}$ 。如果当前点八邻域内存在边缘点,则转到步骤 4);如果不存在,继续步骤 5),直到临时边缘组为空。
- 6) 重复步骤 2)到 5),直到图像扫描完毕没有发现边缘点。
- 7) 将边缘组内像素数目小于阈值 T_1 的边缘组去除,不参与后续处理。其中阈值 T_1 表示算法检测的直线最少像素点数,即检测到的最短直线像素点数需大于阈值 T_1 。

边缘分组可以解决不同物体边缘在同一直线上线段检测的过连接问题,还可以剔除由于噪声等造成的小短线的影响。同时边缘分组的处理可以实现不同边缘组的并行处理,提高处理速度。

3.2 直线编组

直线编组是对上一步处理得到的边缘组,通过 Hough 一维空间变换方法对所有边缘组上的像素点进行直线检测并编组。

3.2.1 Hough 一维空间变换

Hough 直线检测参数空间通常采用极坐标参数空间 (θ, ρ) ,直线方程为 $x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$ 。将图像原点平移到直线端点 (x_0, y_0) ,极坐标直线方程可表示为 $(x - x_0) \cos \theta + (y - y_0) \sin \theta = 0$ 。参数空间可简化为一维空间^[6], $\theta = \arctan[(x - x_0)/(y - y_0)]$ 。将图像上的点投影到参数空间,直线上的点将对应同一 θ 值,在此 θ 值会形成 1 个峰值。过原点直线的检测就是在参数空间中寻找极值所对应的 θ 值。

3.2.2 基于 Hough 一维空间变换的直线编组

在边缘分组的基础上,针对所有边缘组 E 中的每 1 条边缘进行直线编组。

图像边缘中包含直线的数量以及直线点分布情况比较复杂。如图 2 所示,图 2(a)是实验图像,图 2(b)是边缘检测结果,图 2(c)是直线编组结果。从图 2(c)可以看出,边缘组中直线点分布主要有以下几种情况:标记 5 为比较理想的单条直线,标记 3 和 4 为不闭合的多条直线,标记 1 和 2 为直线所包围的闭合区域。

由于边缘点分布情况复杂多样,直接对边缘进行 Hough 变换得到的一维变换空间不能获得理想的 θ 值。基于 Hough 一维空间变换的直线检测算法所选择的原点不同得到的直线检测结果也不同。图 2(d)、(e)是在不同原点下得到的直线编组结果。针对存在的问题,这里提出了一种迭代 Hough 一维空间变换检测策略,直线编组结果如图 2(f)所示,从检测结果可以看出,迭代处理算法可以有效解决原点选择问题。以一个边缘为例,算法主要流程如图 3 所示,具体实现步骤如下:

- 1) 选取边缘起始点 p_i 作为原点,对边缘进行 Hough 一维变换,得到累加器值。
- 2) 确定累加器极值,判断极值是否大于阈值 T_2 。若大于阈值 T_2 ,确定对应的 θ 并计算 ρ 值,得到一个直线方程,转到步骤 3);若小于阈值 T_2 ,则重新选取原点 p_i ,令 $i = i + T_1$,其中 T_1 为 3.1 节中设置的阈值,表示最短直线的像素点数,若 i 小于该边缘组的像素点数,直接转到步骤 1),若 i 大于边缘组的像素点数,令 $T_2 = 0.5 T_2$,若 $T_2 > T_1$,转到步骤 1),否则,转到步骤 4)。
- 3) 根据直线方程对边缘点进行判断,将满足该直线方程对应的边缘点进行记录编组,得到一个直线编

组 L_i , t 为直线编组数。同时将这些边缘点从边缘中删除,不再参与后续的 Hough 变换,得到 1 个新的边缘,如果新边缘点数大于 T_1 ,转到步骤 1);若小于 T_1 ,完成该边缘直线编组。

4) 输出直线编组结果。

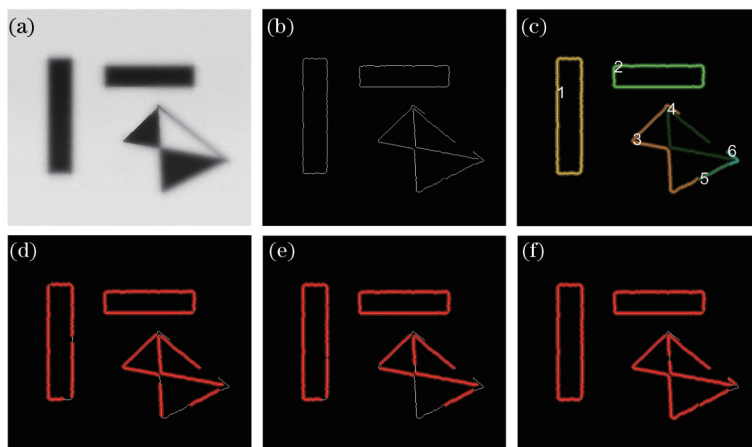


图2 直线编组。(a) 待检测图像;(b) 边缘检测;(c) 边缘分组;(d) 直线编组情况 1;(e) 直线编组情况 2;(f) 直线编组情况 3

Fig.2 Line grouping. (a) Untesting image; (b) edge detecting; (c) edge grouping; (d) line grouping (case 1); (e) line grouping (case 2); (f) line grouping (case 3)

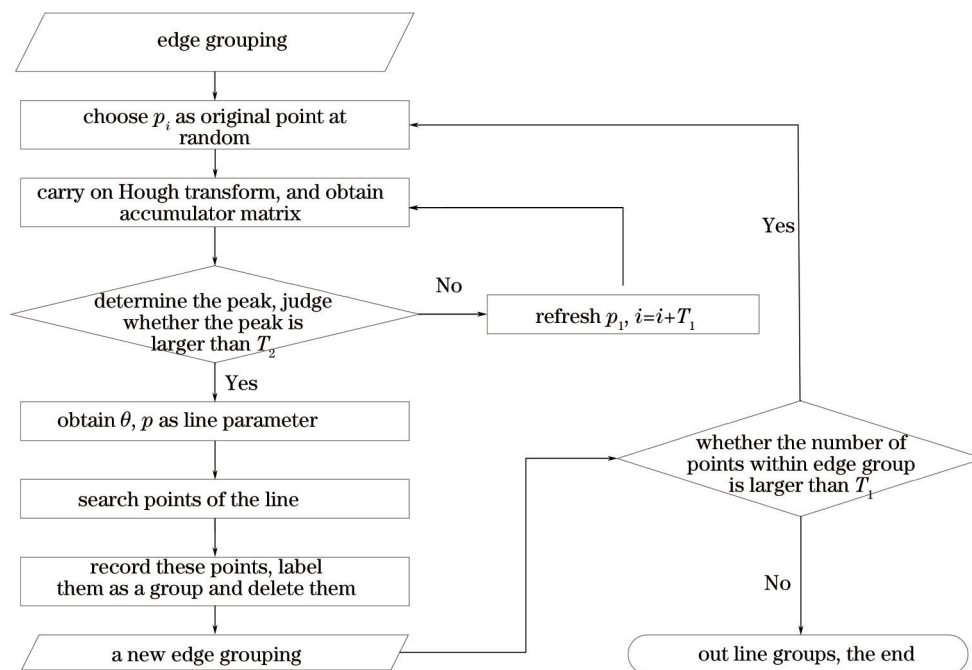


图3 直线编组流程图

Fig.3 Flow chart of line grouping

3.2.3 计算复杂度和存储空间

在存储空间消耗方面,设标准 Hough 变换 θ 的量化宽度为 $\Delta\theta$, ρ 的量化宽度为 $\Delta\rho$, 图像大小为 $N \text{ pixel} \times N \text{ pixel}$, 则参数空间需要 $(180\sqrt{2}N)/(\Delta\theta\Delta\rho)$ 个存储单元。对于 Hough 一维空间变换,参数空间需要 $180/\Delta\theta$ 个存储单元。所以标准 Hough 变换的内存消耗是 Hough 一维空间变换的 $\sqrt{2}N/\Delta\rho$ 倍。

在计算复杂度上,设直线特征点数为 n 。则标准 Hough 变换计算复杂度为 $o(180n/\Delta\theta)$, Hough 一维空间变换计算复杂度只与点数相关,为 $o(n)$ 。标准 Hough 变换需要在二维空间中寻找局部极值,而 Hough 一维空间变换只需在一维空间寻找极值,大大减少了计算量。

3.3 直线精确处理

在直线编组的基础上,对直线组进行精确处理,解决直线端点、过连接以及定位精度存在的问题。直线端点和过连接的处理主要是:根据直线组的 θ 值对直线组上的像素点分别按 x 轴坐标值和 y 轴坐标值大小进行排序,然后利用同一直线相邻点连通性特点进行过连接判断,得到一条像素点相互连通的直线,并将排序的起始点和终点作为直线的端点。对直线上的像素点进行最小二乘处理得到高精度的直线检测参数值。以直线组 L 中的一条直线为例,具体步骤如下:

1) 对直线的 θ 值进行判断,若 $\theta < 45^\circ$ 或者 $\theta > 135^\circ$,将直线上的像素点按坐标 y 值大小进行排序;否则,将直线上的像素点按坐标 x 值大小进行排序。

2) 取直线的像素点 p_i 为起始点,建立直线像素点组 l_r , r 表示第 $r(r \geq 1)$ 条直线,并将像素点 p_i 存入边缘组 $l_r = \{p_i\}$ 。

3) 由于直线相邻的像素点是满足邻域连通的,故满足同一条直线的相邻像素点距离应小于 $\sqrt{2}$ 。对排序后的直线按顺序计算相邻点距离 d 。若 $d > \sqrt{2}$,更新 $l_r = \{p_i, p_{i+1}, \dots, p_{n-1}\}$,判断 l_r 的像素点数是否大于 T_1 。若大于 T_1 ,则对 l_r 进行最小二乘拟合,得到高定位精度的直线参数;若小于 T_1 ,则将 p_n 作为新的起始点,重复步骤2)到3)直到 n 大于直线的像素点数,结束。

4) 输出最终直线检测结果。

4 实验结果与分析

为了验证改进算法的有效性和稳健性,对仿真图像、近景数字图像和航空数字图像等大量图像数据进行了处理,并与标准 Hough 变换直线检测算法进行了比较和分析。程序实现平台为 Matlab R2011b,标准 Hough 变换算法为 Matlab 中的算法。

实验 1:图 2(a)是含有高斯噪声的模拟图像,图像大小为 $400 \text{ pixel} \times 355 \text{ pixel}$ 。图 2(b)为 Canny 边缘检测算子对图像的边缘检测结果。分别用标准 Hough 变换直线检测算法和改进算法对边缘检测后的二值图像进行直线提取。图 4(a)为标准 Hough 变换的直线检测结果。标准 Hough 变换的参数设置为: θ 的取值范围为 $[-\pi/2, \pi/2]$,量化宽度为 0.01° , ρ 的量化宽度为 1,参数空间投票阈值为 $0.3x_{\max}$, x_{\max} 为参数空间累加器最大值。图 4(b)为采用改进算法的直线提取结果。实验中算法的参数设置为: $T_1 = 20, T_2 = 50$, θ 量化宽度为 0.01° 。标准 Hough 变换共检测出直线 14 条。由于 θ 和 ρ 的量化宽度以及参数空间投票阈值的取值不确定,出现了直线漏检和同一条直线被截断等问题。采用改进算法共检测出直线 17 条,直线提取结果与原图基本吻合。

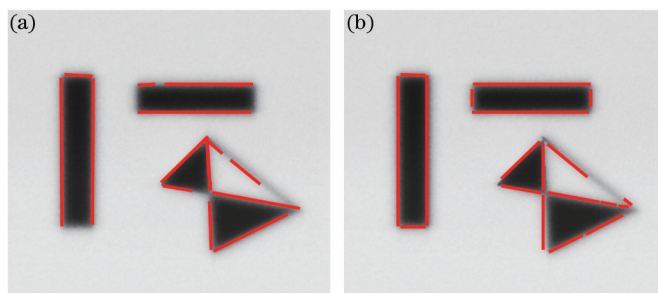


图 4 仿真图像直线检测结果。(a) 标准 Hough 变换; (b) 改进算法

Fig.4 Line detecting results from the synthetic image. (a) Standard Hough transform; (b) improved algorithm

实验 2:图 5(a)是一幅建筑物的数字图像,图像大小为 $900 \text{ pixel} \times 675 \text{ pixel}$ 。图 5(b)为边缘检测结果。分别用标准 Hough 变换直线检测算法和改进算法对边缘检测后的二值图像进行直线提取。图 5(c)为标准 Hough 变换的直线检测结果。标准 Hough 变换的参数设置为: θ 的取值范围为 $[-\pi/2, \pi/2]$,量化宽度为 0.01° , ρ 的量化宽度为 1,参数空间投票阈值为 $0.3x_{\max}$ 。标准 Hough 变换共检测出直线 83 条。图 5(d)为采用改进算法的直线提取结果。其中实验中算法的参数设置为: $T_1 = 20, T_2 = 50$, θ 量化宽度为 0.01° 。边缘分组数目为 220 组,直线编组数目为 355,直线提取数目为 314。从直线检测结果可以看出改进算法能够准确检

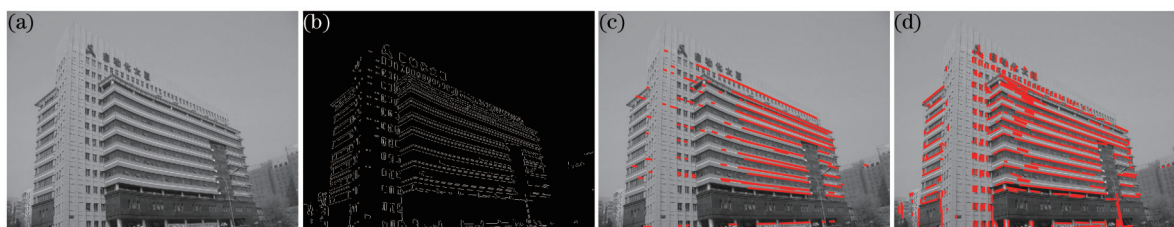


图5 建筑物直线检测结果。(a)实验图像;(b)边缘检测结果;(c)标准 Hough 变换;(d)本文算法
Fig.5 Line detecting results from the building image. (a)Testing image; (b)edge detecting results;
(c) standard Hough transform; (d) proposed algorithm

测出窗户的更多直线,直线的连贯性更好。

实验3:图6(a)是无人机拍摄的一幅数字影像,图像大小为 $4608 \text{ pixel} \times 2592 \text{ pixel}$ 。分别用标准 Hough 变换直线检测算法和改进算法对边缘检测后的二值图像进行直线提取。图6(b)为标准 Hough 变换的直线检测结果。标准 Hough 变换的参数设置为: θ 的取值范围为 $[-\pi/2, \pi/2]$, 量化宽度为 0.05° , ρ 的量化宽度为 1, 参数空间投票阈值为 $0.1x_{\max}$ 。标准 Hough 变换共检测出直线 202 条。 θ 量化宽度设为 0.01° 时,标准 Hough 变换检测失败,原因是内存溢出。从图6(b)中可以看出,标准 Hough 变换直线检测算法漏检较多,直线连贯性差,同时存在较多的直线误检。参数空间投票阈值的设置对直线检测结果有着显著影响。图6(c)为采用改进算法的直线检测结果。改进算法的参数设置为: $T_1=30, T_2=100$, θ 量化宽度设为 0.01° 。边缘分组数目为 284 组,直线编组数目为 244,直线提取数目为 310。从图6(c)可以看出,地物轮廓基本可被检测出来,如车辆顶部轮廓、建筑物屋顶等,其轮廓清晰,直线连贯性好,线段损失少。

表1为上述实验中标准 Hough 变换和改进算法的实验参数、直线检测数以及算法运行时间的结果对比。实验结果表明,改进后的算法能够较好地实现对不同类型的图像数据的直线检测,在较小的量化宽度下,该算法具有更高的执行效率。

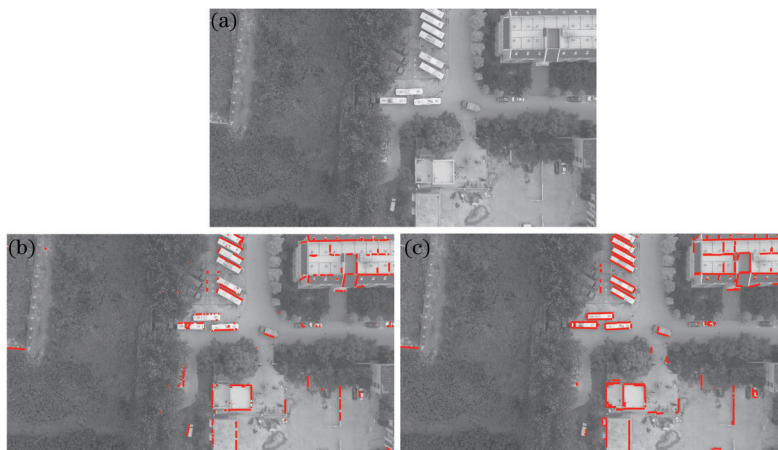


图6 航拍图像直线检测结果。(a)实验图像;(b)标准 Hough 变换;(c)本文算法

Fig.6 Line detecting results from the aerial image. (a)Testing image; (b) standard Hough transform; (c) proposed algorithm

表1 算法对比

Table 1 Performance comparison between SHT and proposed algorithm

	Algorithm	Image size /(pixel×pixel)	$[\Delta\theta, \Delta\rho]$	Number of detecting lines	Time/s
experiment 1	SHT	400×355	$[0.01^\circ, 1]$	14	1.37
	improved algorithm	400×355	0.01°	17	0.09
experiment 2	SHT	900×675	$[0.01^\circ, 1]$	83	13.87
	improved algorithm	900×675	0.01°	314	1.99
experiment 3	SHT	4608×2592	$[0.01^\circ, 1]$	Null	Null
	improved algorithm	4608×2592	0.01°	310	15.64

5 结 论

提出了一种基于 Hough 一维空间变换的直线快速高精度检测算法。算法主要包括边缘编组、直线编组和精确处理 3 个过程,主要有以下特点:

1) 对图像进行边缘编组,解决了不同物体边缘的直线被检测为同一直线和一些非边缘点被检测为同一直线的直线过连接问题。边缘分组为直线检测算法提供了并行处理的可能,可大大提高算法的运行效率。

2) 利用 Hough 一维空间变换对边缘点进行直线检测,降低了空间复杂度,减少了内存消耗,提高了计算效率;Hough 一维空间变换采用单峰值检测,避免了空间“投票”阈值的选择。

3) 在 Hough 一维空间变换直线检测的基础上进行精确处理,解决了同一物体边缘的直线被检测为同一直线的过连接问题;采用最小二乘法进行直线拟合提高了直线检测精度。

实验结果表明,该算法直线漏检误检较少,检测精度较高,计算速度快,直线连贯性较好,能够处理多种类型图像,可为位姿估计、目标跟踪及车辆自主导航等应用提供基础。

参 考 文 献

- Dong Jing, Yang Xia, Yu Qifeng. Fast line segment detection based on edge connecting[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(3): 0315003.
董 晶, 杨 夏, 于起峰. 基于边缘连接的快速直线段检测算法[J]. 光学学报, 2013, 33(3): 0315003.
- Tang Min, Li Yongshu, Wang Shengming. Research of distortion correction based on UAV images[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(6): 061102.
唐 敏, 李永树, 王生明. 基于无人机影像的畸变校正研究[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(6): 061102.
- Wang Wenfeng, Zhu Shuhua, Feng Yihao, *et al.*. Parallel edge detection from remote sensing image using local orientation coding[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(3): 0315001.
王文锋, 朱书华, 冯以浩, 等. 基于局部方向编码的遥感影像平行边缘识别[J]. 光学学报, 2012, 32(3): 0315001.
- Li Xin, Zhang Yueqiang, Liu Jinbo, *et al.*. A direct least squares method for camera pose estimation based on straight line segment correspondences[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(6): 0615003.
李 鑫, 张跃强, 刘进博, 等. 基于直线段对应的相机位姿估计直接最小二乘法[J]. 光学学报, 2015, 35(6): 0615003.
- Xu Yong, Jia Tao. Position and attitude measurement method based on unmanned aerial vehicle image feature fusion[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(3): 031203.
许 勇, 贾 涛. 基于图像特征融合的无人机位姿测量方法[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(3): 031203.
- Zhang Jianwei, Zhang Qiheng. Extended object tracking method based on straight line edge feature matching[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(10): 2826–2831.
张建伟, 张启衡. 基于直线边缘特征匹配的扩展目标跟踪方法[J]. 光学学报, 2009, 29(10): 2826–2831.
- Meng Qingkuan, He Jie, Qiu Ruicheng, *et al.*. Crop recognition and navigation line detection in natural environment based on machine vision[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(7): 0715002.
孟庆宽, 何 洁, 仇瑞承, 等. 基于机器视觉的自然环境下作物行识别与导航线提取[J]. 光学学报, 2014, 34(7): 0715002.
- Tsai L W, Hsieh J W, Fan K C. Vehicle detection using normalized color and edge map[J]. IEEE Trans Image Process, 2007, 16(3): 850–864.
- Duda R O, Hart P E. Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures[J]. Communications of the Association for Computing Machinery, 1972, 15(1): 11–15.
- Xu L, Oja E, Kultanen P. A new curve detection method: Randomized Hough transform (RHT)[J]. Pattern Recognition Letters, 1990, 11(5): 331–338.
- Teng Jinzhao, Qiu Jie. Fast and precise detection of straight line with Hough transform[J]. Journal of Image and Graphics, 2008, 13(2): 394–398.
滕今朝, 邱 杰. 利用 Hough 变换实现直线的快速精确检测[J]. 中国图象图形学报, 2008, 13(2): 394–398.
- Lee D, Park Y. Discrete Hough transform using line segment representation for line detection[J]. Opt Eng, 2011, 50(8): 087004.
- Chung Kuo-Liang, Huang Yong-Huai, Tsai Shiang-Ren. Orientation-based discrete Hough transform for line detection with low computational complexity[J]. Applied Mathematics and Computation, 2014, 237: 430–437.
- Duan Rujiao, Zhao Wei, Huang Songling, *et al.*. Fast line detection algorithm based on improved Hough transformation[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010, 31(12): 2774–2780.

- 段汝娇, 赵 伟, 黄松岭, 等. 一种基于改进 Hough 变换的直线快速检测算法[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(12): 2774-2780.
- 15 Wang Jingxue, Zhu Qing, Wang Weixi, *et al.*. Straight line extraction algorithm by Hough transform combining edge grouping[J]. Journal of Remote Sensing, 2014, 18(2): 378-389.
- 王竞雪, 朱 庆, 王伟玺, 等. 结合边缘编组的 Hough 变换直线提取[J]. 遥感学报, 2014, 18(2): 378-389.
- 16 Chen Hongbo, Xu Xiaorong. Corner detection based on improved Hough transform[J]. Computer Application and Software, 2008, 25(2): 57-60.
- 陈洪波, 徐晓蓉. 基于改进 Hough 变换的角点提取[J]. 计算机应用与软件, 2008, 25(2): 57-60.

栏目编辑: 何卓铭