基于局部 Hadamard 调制的迭代去噪鬼成像

张伟良 张闻文 何睿清 陈 钱

南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏南京 210094

Iterative Denoising Ghost Imaging Based on Local Hadamard Modulation

Zhang Weiliang Zhang Wenwen He Ruiqing Chen Qian

School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China

Abstract Large number of sampling and low signal-to-noise ratio (SNR) limit the practical application of ghost imaging process. The traditional ghost imaging using Gaussian random field imaging , however, speckle noise is introduced by the non-orthogonality of Gaussian matrix , which decreases the SNR and efficiency. Therefore, local Hadamard matrix is used to measure the target, and the clear image of low-resolution image is utilized as a prior knowledge for high resolution image to achieve denoising, which can effectively eliminate the correlated noise. Simulation and experimental results show that, comparing with the traditional reconstruction methods, the proposed method can increase the SNR and imaging efficiency.

Key words imaging systems; ghost imaging; Hadamard matrix; iterative denoising; non-correlation **OCIS codes** 110.1758; 110.4280; 100.3010

1 引 言

鬼成像又称强度关联成像,是一种建立于光场强度涨落的非局域成像方法^[1-8]。与传统的点对点成像方 式不同,它主要利用光场的涨落分布的随机性,因此原则上来说它是属于统计成像的范畴。近年来,鬼成像 的研究热点主要集中在成像质量的改善以及采样效率这两个方面。

近年来,国内的研究团队主要从改进重构算法方面来实现成像质量的改善,2009年,Gong等¹⁹提出了差 分鬼成像的概念^[10-12],指出在采样数较少的条件下可以通过去除空间涨落的不均匀性来提高成像信噪比;随 后出现的一系列成像方案,比如归一化鬼成像(NGI)^[13]、时间相关微分鬼成像(TCDGI)^[14-15]、双阈值时间相关成 像(DTTCI)^[16]以及迭代去噪鬼成像(IDGI)^[17-18]等,都是立足于高斯光场的调制编码和后端数据的计算,并未对 光场编码调制方式进行深入探讨。当然,也有一些在做编码方向的研究工作。杨华等^[19]提出采用纠错编码

收稿日期: 2015-09-08; 收到修改稿日期: 2015-11-10

基金项目:国家自然科学基金(61501242)、江苏省自然科学基金(BK20131354)

作者简介:张伟良(1990—),男,硕士研究生,主要从事鬼成像过程以及图像处理方面的研究。E-mail: njustzwl@163.com

导师简介:张闻文(1981—),女,博士,副研究员,主要从事微光图像探测、成像器件以及鬼成像方面的研究。

E-mail: njustzww@163.com(通信联系人)

来改善成像质量;Luo等^[20]提出双曲余弦函数对高斯光束进行整形。前述工作还是基于高斯光场调制,往往 只有在采样率远大于100%奈奎斯特采样数下才能呈现出比较好的成像效果。事实上,高斯光场并不是调 制编码的最佳选择,对于采样信息的利用率比较低。

针对传统鬼成像方法成像质量差以及采样效率低的缺陷,本文提出了基于局部 Hadamard 调制的迭代去 嗓计算鬼成像方案。Hadamard 矩阵^[21]的任意两列不相关,故能够有效避免各个像素点间的相关性噪声,对 于采样效率有很大地提高。在实际应用中,测量光场容易叠加部分噪声而使得 Hadamard 矩阵的列间存在关联,此时可以通过迭代去噪的方法去除部分噪声来提高信噪比。

2 理 论

2.1 迭代去噪过程

图 1 为计算鬼成像¹²²⁻²⁴的原理图。激光光源发射出的光束通过空间光调制器(SLM)的幅度调制后在目标 处构成 Hadamard 型投影 $I_r^{(0)}(x)$,经由目标 T(x)的透射或反射后,最终被桶探测器接收形成光电流 $I_s^{(0)}$ 。通过 $I_r^{(0)}(x)$ 和 $I_s^{(0)}$ 的二阶关联运算,可以获得目标的成像。



图1 鬼成像原理图

Fig.1 Diagram of ghost imaging

传统二阶强度关联鬼成像公式为

$$\Delta G^{(2)}(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I_{r}^{(i)}(x) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I_{s}^{(i)} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I_{r}^{(i)}(x) \quad \text{, s.t.} \quad I_{s}^{(i)} = \sum_{x} I_{r}^{(i)}(x) T(x) \quad \text{,}$$
(1)

式中 $I_s^{(0)}$ 是第 i 次桶探测器接收到的光电流强度, $I_r^{(0)}(x)$ 是第 i 次参考光强的分布, T(x) 是目标的透射率/反射率函数, N 是采样的样本数。

进一步解析(1)式,可得

$$\Delta G^{(2)}(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I_{*}^{(i)} I_{r}^{(i)}(x) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I_{*}^{(i)} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I_{r}^{(i)}(x) = T(x) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I_{r}^{(i)}(x) I_{r}^{(i)}(x) - T(x) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I_{r}^{(i)}(x) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I_{r}^{(i)}(x) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left[\sum_{x'} I_{r}^{(i)}(x') T(x') \right] I_{r}^{(i)}(x) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left[\sum_{x'} I_{r}^{(i)}(x') T(x') \right] \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I_{r}^{(i)}(x) = T(x) \delta^{2}(x, x) + \sum_{x' \neq x} \delta^{2}(x', x) T(x') ,$$

$$(2)$$

式中 $\delta^2(x,x)$ 、 $\delta^2(x',x)$ 都是协方差。其中 $\delta^2(x,x)$ 是自相关系数, $\delta^2(x',x)$ 是互相关系数。

(2) 式可以看出传统意义上所求得的重构图像内部存在噪声干扰项。 δ²(x',x) 是独立于具体的目标,取 决于所采用的测量矩阵。

$$T(x) = \frac{\Delta G^{(2)}(x) - \sum_{x' \neq x} \delta^2(x', x) T(x')}{\delta^2(x, x)} , \qquad (3)$$

式中协方差 $\delta^2(x,x)$ 和 $\delta^2(x',x)$ 都可以利用测量矩阵直接求取,问题的关键在于削去项 T(x')的获取。在以 Hadamard矩阵作为调制模式的成像系统中, $\delta^2(x',x) \approx 0$, (3)式可简化为 $T(x) = \frac{\Delta G^{(2)}(x)}{\delta^2(x,x)}$ 。 在实际成像过程中,由于光路的不稳定性以及器件固有的噪声等因素,局部 Hadamard 测量矩阵的非相 关性会受到破坏。在一定程度上造成各个像素点间存在一定的相关性噪声,污染最终的重构效果。δ²(x',x) 的存在是造成重构图像信噪比低的关键性因素,通过人为消去作用,可以避免一部分噪声的影响,实现信噪 比的提升。

对于一幅图像而言,某个像素点数值上是与周围像素点相近的,即一幅低分辨率的图像能够基本代表 原始图像的像素分布。采用低分辨率的目标图像替代 *T*(*x*),对于 *T*(*x*)的求取影响不会太大,相比掺入大量 噪声的高分辨率图像而言,数值上的计算误差会小一些。

$$T_{n}(x) = \begin{cases} \frac{\Delta G^{(2)}(x) - \sum_{x' \neq x} \delta^{2}(x', x) T_{low}(x')}{\delta^{2}(x, x)}, n = 1\\ \frac{\Delta G^{(2)}(x) - \sum_{x' \neq x} \delta^{2}(x', x) T_{n-1}(x')}{\delta^{2}(x, x)}, n > 1 \end{cases}$$
(4)

第一次迭代时,将低分辨率的重构图像作为迭代削去项,在接下来的迭代过程中则以上一次的迭代结 果作为迭代削去项,一般迭代2至3次即可。

2.2 局部 Hadamard 测量矩阵

传统的鬼成像利用高斯随机分布矩阵来调制光场,对目标信息进行测量采集。高斯矩阵能够重构出目标,但信息的利用率偏低,往往采样多次依然无法获得高信噪比的图像。其根本原因在于高斯矩阵不是正 交矩阵,无法保证测量光场的各个像素点间不相关,其不相关性只能通过增加采样次数来实现。

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11}a_{12}\cdots a_{1(n-1)}a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\cdots a_{2(n-1)}a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}a_{m2}\cdots a_{m(n-1)}a_{mn} \end{bmatrix} , \qquad (5)$$

式中A矩阵满足高斯随机分布,理论上来说其协方差矩阵 cov(A) 不是对角阵,随着 m 增加,当 m 远大于 n 时,协方差矩阵会向对角阵靠近,这是重构图像信噪比提高的根本原因。

Hadamard矩阵是由+1与-1组成的 n 阶方阵,同时也是正交矩阵,即任意两行(两列)正交。Hadamard矩 阵作为测量矩阵能够实现更好的重构效果,这主要在于它具有列的不相关性以及行的正交性。

$$\begin{cases} H_{2} = \begin{bmatrix} +1, +1 \\ +1, -1 \end{bmatrix} \\ H_{2^{n}} = \begin{bmatrix} +H_{2^{n-1}}, +H_{2^{n-1}} \\ +H_{2^{n-1}}, -H_{2^{n-1}} \end{bmatrix}$$
(6)

在实际应用中,±1很难用光强来表征,需要对Hadamard矩阵进行改造。通过(7)式可以产生0与1组成的 n 阶方阵,原来为-1的位置全部被替换成0。

$$H_{2^n}^{*} = (H_{2^n} + 1)/2 \quad , \tag{7}$$

 $\forall x, y \in [1, 2^n]$ 且 *x*≠*y*,则 Hadamard 矩阵中这两列的协方差为

$$\delta^{2}(x,y) = E(xy) - E(x)E(y) = \frac{1}{2^{n}} \sum_{i=1}^{2^{n}} H_{2^{n}}^{*}(i,x)H_{2^{n}}^{*}(i,y) - \frac{1}{2^{n}} \sum_{i=1}^{2^{n}} H_{2^{n}}^{*}(i,x)\frac{1}{2^{n}} \sum_{i=1}^{2^{n}} H_{2^{n}}^{*}(i,y) = \frac{1}{2^{n}} 2^{n-2} - \frac{1}{2^{n}} 2^{n-1} \cdot \frac{1}{2^{n}} 2^{n-1} = 0$$
(8)

同样可得到其他情况下的结果

$$\forall x, y \in [1, 2^n], \ \delta^2(x, y) = \begin{cases} 0, x \neq y \\ [0, x = y = 1] \\ \frac{2^{n-2}}{2^n - 1}, x = y \neq 1 \end{cases}$$
(9)

0411001-3

由此可见,改造的 Hadamard 矩阵的协方差矩阵是一个对角阵,这一点对于二阶关联算法(1)式来说十分重要。理论上来说,(2)式中的迭加项 $\sum \delta^2(x',x)T(x') = 0$,即可以实现目标图像的完全重构。

Hadamard 方阵要求行与列都是 2[°],而目标图像的像素不可能每次都这样取值,这在很大程度上限制了 其在实际中的应用。因而,截取 Hadamard 矩阵中的一部分作为目标的测量矩阵是可取的。

假设图像像素为 a×b,且 2ⁿ⁻¹≤a×b≤2ⁿ,那么可以提取 Hadamard 方阵 H₂,中任意的 a×b列作为测量 矩阵,这样重构出来的图像是清晰无噪声的。减少测量的次数是以牺牲信噪比为代价的。此外,需要明确 的一点是,在选取 Hadamard 矩阵的多行作为调制光场时必须是随机的,连续选取会造成重构图像发生重叠 效应。

2.3 算法流程步骤

根据以上介绍的理论,如图2所示,可以将本文算法归纳为以下几个关键性的步骤:

1) 确定 Hadamard 矩阵并变更其为0与1分布, 截取其中部分矩阵以及利用 Kronecker 积来实现低分辨率测量矩阵的构造。

2) 将测量矩阵按照行依次变换为 a×b 的采样矩阵,实现 n次(相对目标像素数较少)对目标的采样输出。

3) 按照传统的二阶强度关联算法重构出低分辨率的目标图像 T_{low}(x)。

4) 重新产生阶数更高的 Hadamard 矩阵,阶数 2ⁱ需要满足: $2^{i-1} \leq a \times b \leq 2^i$,同样变更其为 0 与 1 分布,随机选取其中的 $a \times b$ 列,之后再从 $a \times b$ 列中随机选择 N 行(N 越是接近于 2ⁱ,重构图像的信噪比越高),形成对于目标重构的测量矩阵。

5) 重复2)的过程,实现N次对于目标的采样输出。

6) 利用二阶强度关联算法重构目标图像 ΔG⁽²⁾(x),并计算出测量矩阵的协方差矩阵,主对角线对应于



图 2 本文算法流程图 Fig.2 Flow chart of the proposed algorithm

0411001-4

 $\delta^2(x,x)$,而其他则是对应于 $\sum_{x' \neq x} \delta^2(x',x)$,最后将3)的低分辨率图像 $T_{low}(x')$ 代入(4)式迭代获得较高信噪比的目标图像。

3 实验与讨论

理论上来说,在不存在噪声干扰的情况下,局部 Hadamard 调制鬼成像能够在足够采样(接近于图像像素 大小)的条件下完全重构目标图像。但在实际成像过程中,大气湍流等噪声因子的存在使得成像效果与真实 目标图像有着一定的偏差。为验证本文算法的合理性,对几个简单目标进行鬼成像。实验中光源采用波长 为632.8 nm的激光光源,而散斑光场由 Matlab软件生成并通过空间光调制器(SLM)调制,SLM 的每一个像素 尺寸是 8 μm×8 μm。

峰值信噪比(PSNR)定义为

$$f_{\text{PSNR}} = 10 \, \log \frac{MN(L-1)^2}{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x,y) - \hat{f}(x,y)]^2} \quad , \tag{10}$$

式中L为灰度级数,M、N为图像长和宽的像素数。

首先对目标图像 NJUST 进行成像,该目标图像长 40 mm,宽 16 mm,距离空间光调制器 50 cm,目标图像 像素区域为 40 pixel×100 pixel。除了图 3(b)低分辨率(10 pixel×25 pixel)采样 250次,其他方法的采样次数均 为 4000次,均达到 100% 奈奎斯特采样数。

图 3(a)是原始图像,图 3(b)~(f)分别表示 TGI(Hadamard)低分辨率重构图像、TGI(Gaussian)重构图像、DGI (Gaussian)重构图像、TGI(Hadamard)重构图像以及 IDGI(Hadamard)重构图像。第一行为数值仿真, f_{PSNR}分别为 12.9432、14.8149、19.6629、28.4153,第二行为实验结果, f_{PSNR}分别为 8.0473、9.2999、14.4328、20.3007。从图 3 中可以看出,基于高斯分布的传统二阶关联鬼成像(TGI)成像效果最差,背景中存在大量的噪声,严重影响视觉感受;差分鬼成像(DGI)去除了部分背景噪声,增强了对比度,但还是无法明显改善图像的质量。对比图 3(c)和图 3(e)可以明显看出,Hadamard 调制矩阵的效果远好于高斯矩阵;对比图 3(e)和图 3(f),迭代去噪过程对于像质改善有着很大的作用,成像效果与原图接近。



图 3 多种方法重构灰度目标 NJUS 的结果分析

Fig.3 Reconstruction results of gray target NJUST by different algorithms

由于二灰度的目标不具备代表性,所以选择灰度等级为255的girl图像作为目标进行数值仿真实验,图像长和宽均为25mm,距离空间光调制器50cm,目标图像的像素区域为64pixel×64pixel。图4(a)是原始图像,图4(b)是1000次采样后的TGI(Hadamard)低分辨率(32pixel×32pixel)重构图像,图4(c)~(f)中f_{PSNR}分别为12.2522、13.6391、18.8969、26.5668、27.6302、26.8529,分别表示样本数为4000的TGI(Gaussian)重构图像、DGI



图 4 多种方法重构灰度目标 girl 的结果分析 Fig.4 Reconstruction results of gray target girl by different algorithms

(Gaussian)重构图像、TGI(Hadamard)重构图像、IDGI(Hadamard)重构图像。图4(g)是120000次采样后的TGI (Gaussian)重构图像,图4(h)是35000次采样后的DGI(Gaussian)重构图像。图4中对目标girl图像重构效果的规律与图3基本一致,但是明显可以看出在细节信息的恢复上确实存在着困难,比如头发丝和衣领处。通过对比表1中各算法在相同成像效果下的采样次数,和对比图6中各算法在相同采样次数下的成像效果,可以明显看出本文方法在采样效率上的优越性。

| Table 1 Comparison of different algorithms under same image quality | | |
|---|-----------------|-------------------|
| Different algorithm | Sampling number | $f_{ m PSNR}$ /dB |
| TGI(Gaussian) | 120000 | 27.6302 |
| DGI(Gaussian) | 35000 | 26.8529 |
| IDGI(Hadamard) | 4000 | 26.5668 |

表1 不同算法相同成像效果对比

| 为了分析基于局部 Hadamard 测量矩阵的迭代去噪方法的成像规律,分别对 girl、ghost、GA 这三个目标进 |
|--|
| 行成像。其中三个目标的尺寸都是长、宽为25mm,目标图像的像素区域为64 pixel×64 pixel。从图5中可以 |
| 看出, PSNR 先是逐步增加, 在采样 3000次以后增加幅度明显加快。目标图像的总像素数是 4096, Hadamard |
| 矩阵设定的阶数也是4096,即每一行表示对目标的一次测量,理论上来说测量次数达到4096时可以完全重 |
| 构目标,但在实验中噪声的存在会破坏 Hadamard 矩阵的分布,使得重构存在一定的误差。由此可见, |
| Hadamard矩阵列间的不相关性是十分重要的。 |

图 6 是不同方法对目标 girl 重构成像效果的对比。本文方法的成像效果明显优于其他方法,尤其是在采 样次数接近像素数时,曲线斜率明显增加。另外, Hadamard 测量矩阵调制下的传统鬼成像也比高斯测量矩 阵下效果好。



Fig.5 PSNR curves of multiple target images using the proposed algorithm



图 6 多种方法对重构目标 girl 的 PSNR 曲线 Fig.6 PSNR curves of reconstituted target girl using the multiple algorithms

4 结 论

在传统鬼成像以及迭代去噪鬼成像的基础上,提出将局部 Hadamard 矩阵作为测量矩阵,可以改善成像的效率以及提高信噪比,并通过一系列数值仿真以及实验验证了该方案的有效性。在同样的采样次数下,相比于传统鬼成像和差分鬼成像,该方案重构图像的峰值信噪比最多可以提高将近15 dB。另外,随着采样次数接近于目标图像的像素总数,峰值信噪比提升更加明显。

参考文献

1 Shapiro J H. Computational ghost imaging[J]. Physical Review A, 2008, 78(6): 061802.

2 Chen Jie, Bo Zunwang, Han Shensheng. Sparsity-based ghost imaging with Gaussian-amplitude modulation[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(9): 0911003.

陈 洁,薄遵望,韩申生.高斯振幅调制下基于稀疏性的鬼成像[J].光学学报,2013,33(9):0911003.

3 Liu X, Yao X, Li M, et al.. The role of intensity fluctuations in thermal ghost imaging[J]. Acta Physica Sinica-Chinese Edition, 2013,

62(18): 116-121.

- 4 Zhang P, Gong W, Shen X, et al.. Correlated imaging through atmospheric turbulence[J]. Physical Review A, 2010, 82(3): 5183-5191.
- 5 Meyers R E, Deacon K S, Shih Y. Turbulence-free ghost imaging[J]. Applied Physics Letters, 2011, 98(11): 111115.

6 Chen W, Chen X. Marked ghost imaging[J]. Applied Physics Letters, 2014, 104(25): 251109.

- 7 Hardy N D, Shapiro J H. Reflective ghost imaging through turbulence[J]. Physical Review A, 2011, 84(6): 3474-3482.
- 8 Wu Nan, Gong Wenlin, Han Shensheng. Experimental research on pseudo-thermal light ghost imaging with random phase plate based on variable motion trail[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(7): 0711005.
- 吴 楠, 龚文林, 韩申生. 基于运动轨迹可调式随机相位板的赝热光鬼成像实验研究[J]. 光学学报, 2015, 35(7): 0711005.
- 9 Gong W, Han S. A method to improve the visibility of ghost images obtained by thermal light[J]. Physics Letters A, 2010, 374(8): 1005-1008.
- 10 Ferri F, Magatti D, Lugiato L A, et al.. Differential ghost imaging[J]. Physical Review Letters, 2010, 104(25): 253603.
- 11 Chen Chao, Zhao Shengmei. Study on high order difference sifted ghost imaging scheme[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(6): 0611002. 陈 超, 赵生妹. 高阶差值筛选鬼成像方案研究[J]. 光学学报, 2014, 34(6): 0611002.
- 12 Bai Xu, Li Yongqiang, Zhao Shengmei. Differential compressive correlated imaging[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(4): 044209. 白 旭, 李永强, 赵生妹. 基于压缩感知的差分关联成像方案研究[J]. 物理学报, 2013, 62(4): 044209.
- 13 Sun B, Welsh S S, Edgar M P, et al.. Normalized ghost imaging[J]. Optics Express, 2012, 20(15): 16892-16901.
- 14 Luo K H, Huang B, Zheng W M, *et al.*. Nonlocal imaging by conditional averaging of random reference measurements[J]. Chinese Physics Letters, 2012, 29(7): 74216–74220(5).
- 15 Li M F, Zhang Y R, Luo K H, et al.. Time-correspondence differential ghost imaging[J]. Physical Review A, 2013, 87(3): 033813.
- 16 Li M F, Zhang Y R, Liu X F, et al.. A double-threshold technique for fast time-correspondence imaging[J]. Applied Physics Letters, 2013, 103(21): 211119.
- 17 Wei W, Yan Pu W, Jiahua L, et al.. Iterative ghost imaging[J]. Optics Letters, 2014, 39(17): 5150-5153.
- 18 Yao X R, Yu W K, Liu X F, et al.. Iterative denoising of ghost imaging[J]. Optics Express, 2014, 22(20): 24268-24275.
- 19 Yang Hua, Li Yongqiang, Zheng Zhifang. About restraining effect of atmospheric turbulence on ghost imaging[J]. Electronic Test, 2012, 4: 19–22.
 - 杨 华,李永强,郑芝芳.关于抑制大气湍流对鬼成像的影响研究[J].电子测试,2012,4:19-22.
- 20 Luo C, Cheng J. Ghost imaging with shaped incoherent sources[J]. Optics Letters, 2013, 38(24): 5381-5384.
- 21 Yue J, Han J, Zhang Y, et al.. Denoising analysis of Hadamard transform spectrometry[J]. Optics Letters, 2014, 39(13): 3744-3747.
- 22 Tang Wenzhe, Cao Zhengwen, Shi Jianhong, *et al.*. Back-side correlation imaging with digital micro mirror[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(5): 0511004.

唐文哲, 曹正文, 石剑虹, 等. 基于数字微镜器件的"后视"关联成像[J]. 光学学报, 2015, 35(5): 0511004

23 Lu Minghai, Shen Xia, Han Shensheng. Ghost imaging via compressive sampling based on digital micro mirror device[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(7): 0711002.

陆明海, 沈 夏, 韩申生. 基于数字微镜器件的压缩感知关联成像研究[J]. 光学学报, 2011, 31(7): 0711002.

24 Bromberg Y, Katz O, Silberberg Y. Ghost imaging with a single detector[J]. Physical Review A, 2009, 79(5): 053840.

栏目编辑:苏 岑