一种快速实现光场传输的算法研究

龚海龙[1,2] 李国俊[1] 陈 琪[1,2] 方 亮[1] 周崇喜[1]

[1]中国科学院光电技术研究所微细加工光学技术国家重点实验室,四川 成都 610209

[2]中国科学院大学,北京 100049

摘要 针对目前实现光场传输的两种算法无法同时满足运算速度和精细度的问题,提出了矩阵相乘算法,阐明了其实现思想,推导了其实现过程。结合激光相干合束实例进行了仿真分析,结果表明,对于六路高斯光束的相干合束,快速傅里叶变换算法耗时短,但无法得到精确的计算结果;积分算法和矩阵相乘算法均可获得远场准确的光强分布,但积分算法需耗时15.7 h,而矩阵相乘算法仅需2 s,提高了运算效率。证明了矩阵相乘算法具有快速、准确的优点。

关键词 衍射;光场传输;矩阵相乘;运算速度;精细度;相干合束

中图分类号 O766+.4 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.0405001

Study of an Arithmetic for Fast Computing Transmission of Light Field

Gong Hailong[1,2] Li Guojun[1] Chen Qi[1,2] Fang Liang[1] Zhou Chongxi[1]

[1]*State Key Laboratory of Optical Technologies for Nano-Fabrication & Micro-Engineering, Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan* 610209, *China*

[2]*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100049, *China*

Abstract In order to solve the problems of speed and accuracy in computing the transmission of light field by the current two kinds of arithmetics, a novel arithmetic of matrix multiplication is proposed. The implementation idea and procedures are given. A simulation example is based on six Gaussian beams coherent combination. The result shows that the speed of fast Fourier transform is perfect, but the calculation is not very accurate. However, the integral arithmetic and the matrix multiplication arithmetic can all get exact far-field intensity distributions. The time costed by these two arithmetics is evenly matched. The former needs 15.7 h and the latter only needs about 2 s. The comparison proves that the matrix multiplication arithmetic has advantages of fast and accuracy, which improves the calculation efficiency considerably.

Key words diffraction; transmission of light field; matrix multiplication; speed; accuracy; coherent combination

OCIS codes 050.1960; 140.3300; 070.7345; 270.1670

1 引 言

随着计算机的飞速发展,数值仿真在许多光学领域都有重要的应用。例如在研究超分辨时需得到光场经特定结构后精确的聚焦情况[1],在研究激光相干合束时需计算阵列光束远场合束光斑的能量分布情况[2],在设计衍射光学元件时需循环计算光场经衍射元件后的远场分布[3],在设计激光谐振腔时需计算腔内光束经过多次反射后的稳定光场分布[4-5]。在这些研究中,普遍包含光场传输这一最基本的物理过程,因此研究光场传输快速、准确的实现方法具有重要意义。

目前,关于光场传输的实现方法,主要有两种算法。最直接的算法是基于菲涅耳衍射积分公式的离散化求和[6],称为积分算法,这种算法直观、易于实现,计算结果准确,但计算速度慢,尤其二维情况下,对计算

收稿日期: 2015-09-02; **收到修改稿日期**: 2015-11-11

作者简介: 龚海龙(1988—),男,硕士研究生,主要从事衍射光学元件方面的研究。E-mail: gong.163.gong@163.com

导师简介: 周崇喜(1970—),男,博士,研究员,主要从事微纳光学激光光束整形变换方面的研究。
E-mail: cxzhou@ioe.ac.cn(通信联系人,中国光学学会会员号:S040M620)

机的配置要求高。另一种算法称为快速傅里叶变换算法,这种算法计算速度快,但出射面的取样间隔由入射面总尺寸决定,一般很难获得所关心区域较为精细的光场分布,若想得到出射面非常精细的分布情况,入射面尺寸和取样点数需很大,这样又会大大增加计算数据量[7]。另外,快速傅里叶变换算法入射面采样点数和出射面采用点数相同,因此不适用于入射面和出射面尺寸不同的系统仿真中,例如衍射型激光扩束系统[8]。鉴于这两种算法存在的不足,根据矩阵理论提出了一种新型算法,称之为矩阵相乘算法,可快速、准确地实现光场的传输过程,解决了仿真过程中运算速度和准确性无法同时满足的问题。

2　算法推导

光场的传输过程如图1所示,这一过程满足菲涅耳衍射积分公式[9]:

$$u(x,y)=\frac{\exp(\mathrm{i}kd)\cdot\exp\left[\frac{\mathrm{i}k}{2d}\left(x^2+y^2\right)\right]}{\mathrm{i}\lambda d}\iint_{-\infty}^{+\infty}u_0(x_0,y_0)\cdot\exp\left[\frac{\mathrm{i}k}{2d}\left(x_0^2+y_0^2\right)\right]\cdot\exp\left[-\frac{\mathrm{i}k}{d}\left(x_0x+y_0y\right)\right]\mathrm{d}x_0y_0\,,\tag{1}$$

式中 λ 为波长, $k=2\pi/\lambda$ 为波矢大小, $d=z_2-z_1$ 为光场传输距离, x_0-y_0 为入射面, $x-y$ 为出射面。

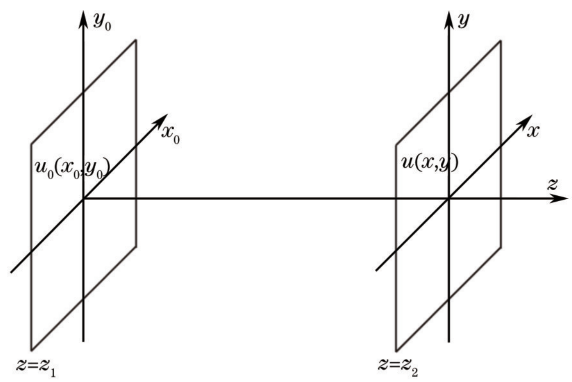

图1 光场传输示意图

Fig.1 Sketch of beam field transmission

积分算法即是对(1)式进行离散化循环求和,实现这一过程,需完成大量循环求和,计算速度慢、效率低。

根据矩阵乘积理论可知,矩阵 $(\boldsymbol{M}_1)_{m\times n}$ 第 i 行与矩阵 $(\boldsymbol{M}_2)_{n\times p}$ 第 j 列对应元素的乘积之和即为矩阵 $(\boldsymbol{M})_{m\times p}$ 中第 i 行第 j 列的元素。这样,一次乘积过程就可以实现 $1\times n$ 次循环求和。

基于这一思想,去掉(1)式积分项前的复数因子,并对积分项做如下变量分离处理:

$$u(x,y)=\iint_{-\infty}^{+\infty}\exp\left(-\frac{\mathrm{i}k}{d}x_0x\right)\cdot u_0(x_0,y_0)\exp\left[\frac{\mathrm{i}k}{2d}\left(x_0^2+y_0^2\right)\right]\cdot\exp\left[-\frac{\mathrm{i}k}{d}y_0y\right]\mathrm{d}x_0y_0\,.\tag{2}$$

将(2)式积分项离散化后变换成若干矩阵的乘积,便可一次性实现所有循环求和,从而大大提高运算效率。

对入射面 x_0-y_0 和出射面 $x-y$ 分别做坐标离散化处理:

$$\begin{cases}x_0=\left(x_0^1,x_0^2,x_0^3,\ldots,x_0^{N_0}\right)\\ y_0=\left(y_0^1,y_0^2,y_0^3,\ldots,y_0^{N_0}\right)\end{cases},\quad\begin{cases}x=\left(x^1,x^2,x^3,\ldots,x^N\right)\\ y=\left(y^1,y^2,y^3,\ldots,y^N\right)\end{cases},\tag{3}$$

式中 $x_0^s=x_0(s)$,上标 s 指矩阵单元坐标,并非幂指数。入射面采样点数和出射面采样点数分别为 $N_0\times N_0$ 、 $N\times N$ 。

将(2)式积分符号里的3项表达式分别做如下矩阵代换:

$$\begin{cases}\boldsymbol{M}_x=\exp\left(-\frac{\mathrm{i}k}{d}\cdot x^T\cdot x_0\right)\\ \boldsymbol{M}_y=\exp\left(-\frac{\mathrm{i}k}{d}\cdot y_0^T\cdot y\right)\\ \boldsymbol{M}=u_0(x_0,y_0)\cdot\exp\left(\frac{\mathrm{i}k}{2d}\left(x_0^{'}.\wedge 2+y_0^{'}.\wedge 2\right)\right)\end{cases},\tag{4}$$

式中 x_0、y_0、x、y 分别由(3)式取定，x_0'、y_0' 由(5)式给出。

$$\begin{cases} x_0' = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_0 \\ \cdots \\ x_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0^1 & x_0^2 & \cdots & x_0^{N_0} \\ x_0^1 & x_0^2 & \cdots & x_0^{N_0} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_0^1 & x_0^2 & \cdots & x_0^{N_0} \end{bmatrix}_{N_0 \times N_0} \\ y_0' = \begin{bmatrix} y_0 & y_0 & \cdots & y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0^1 & y_0^1 & \cdots & y_0^{N_0} \\ y_0^2 & y_0^2 & \cdots & y_0^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_0^{N_0} & y_0^{N_0} & \cdots & y_0^{N_0} \end{bmatrix}_{N_0 \times N_0} \end{cases}, \tag{5}$$

则出射面光场复振幅为

$$u(x,y) = M_x \times M \times M . \tag{6}$$

光强分布即为

$$I = \left| u(x,y) \right|^2 . \tag{7}$$

综上所述，矩阵相乘算法实现光场传输过程可分为以下3步：1) 根据计算需求，取定入射面和出射面取样范围分别为 $L_0 \times L_0$ 和 $L \times L$，采样点数分别为 $N_0 \times N_0$ 和 $N \times N$，并按(3)式和(5)式对其作离散处理；2) 根据(4)式分别求解3个矩阵 $\boldsymbol{M}_x$、$\boldsymbol{M}_y$ 和 $\boldsymbol{M}$；3) 根据(6)式和(7)式求得出射面光强分布。

需要说明的是，凡是涉及积分过程，且积分变量和函数变量可分离，均可采用上述思想推导出矩阵相乘来实现积分过程。

3 仿真实例分析

在Matlab环境下，以激光相干合束为例进行仿真分析。如图2所示，6路入射高斯光束呈正六边形排布，相邻两束入射光中心间距为5 mm，经聚焦透镜聚焦，在其后焦面上实现远场相干合束，具体仿真参数如表1所示。

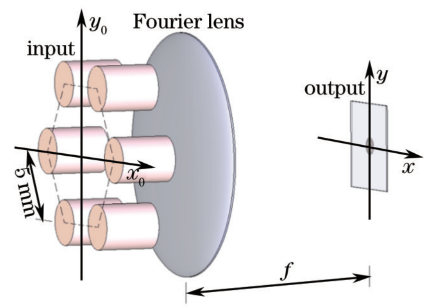

图2 6束光相干合束光路图

Fig.2 Light path of six beams coherent combination

表1 仿真参数表

Table 1 Parameters of simulation

Incident beam		Focusing lens		Input plane		Output plane	
Wavelength	Waist	Focal length	Diameter	Size	Sampling number	Size	Sampling number
λ /μm	ω_0 /mm	f /mm	$2R$ /mm	$L_0 \times L_0$ /mm	$N_0 \times N_0$	$L \times L$ /mm	$N \times N$
1.064	1	1000	15	15×15	1023×1023	1.4×1.4	512×512

作为比较，图3分别给出了快速傅里叶变换算法、积分算法和本文所提出的矩阵相乘算法所得焦平面的光强分布。仿真的硬件条件为：Intel(R) Pentium(R) CPU G2020 ® 2.9GHz 2.89GHz (双核)，1.89G 内存。

图3(a)为入射6路高斯光束的近场分布。图3(b)为快速傅里叶变换算法获得的远场光强分布，其计算速度快，仅需0.407 s，其中图3(b1)为直接得到的焦平面光强分布，出射面尺寸为72.565 mm×72.565 mm，若取出中间区域1.4 mm×1.4 mm范围的光强分布[如图3(b2)所示]，取样点数仅为19 pixel×19 pixel，可以看出，快速

傅里叶变换算法所得出射面采样间隔较大,几乎无法辨别合束光斑中的细节。图3(c)和图3(d)分别为积分算法和矩阵相乘算法获得的远场光强分布,这两种算法所得的远场光强分布清晰准确,但所耗时间相差巨大,积分算法需56489 s(约15.7 h),而矩阵相乘算法仅需1.937 s,运行时间大大减少。

为了进一步比较积分算法和矩阵相乘算法计算结果的差异,图4给出了两种算法所得的光强差的二维分布。由图可以看出,两种算法的所得光强差在取样面范围内全部为零,因此可以说,积分算法和矩阵相乘算法所得的计算结果完全一致,证实了矩阵相乘算法计算结果的准确性。

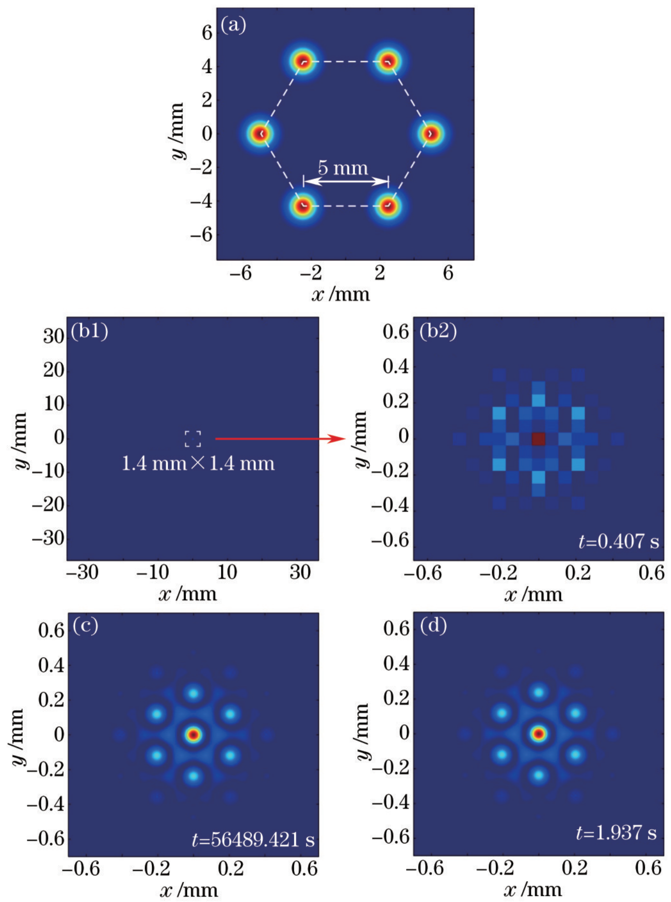

图3 6路光近场分布及不同算法下的远场分布。(a) 6路光近场分布; (b) 快速傅里叶变换算法; (c) 积分算法; (d) 矩阵相乘算法

Fig.3 Near-field intensity distribution of six Gaussian beams and far-field intensity distributions by different arithmetics. (a) Near-field intensity of six beam; (b) fast Fourier transform; (c) integral arithmetic; (d) matrix multiplication arithmetic

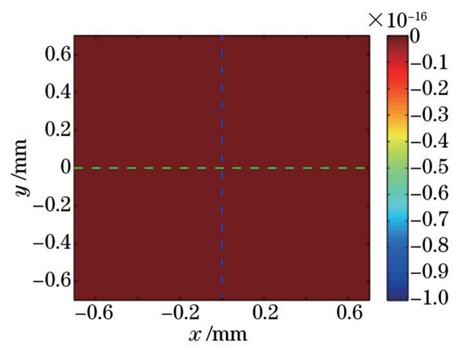

图4 积分算法和矩阵相乘算法所得光强差

Fig.4 Intensity deviation of integral arithmetic and matrix multiplication arithmetic

4 结　论

针对目前处理光束传输过程的两种算法存在的不足,提出了矩阵相乘算法,阐述了该算法的思想,并推

导了其实现过程。结合光学研究中的实例进行了仿真分析,结果表明,对于6路高斯光束相干合束,矩阵相乘算法仅需2 s即可获得远场合束光斑的准确分布情况,而积分法却需要15.7 h,快速傅里叶变换算法则无法获得准确的光场分布。直观地表明了矩阵相乘算法具有快速、准确的优点,解决了光学仿真中运算速度和准确性难以同时满足的问题,对于更为复杂的光学仿真、器件设计具有重要意义。同时,矩阵相乘算法可以推广到其他积分运算过程,具有一定的普适性。

参 考 文 献

1 Yi Xue, Cuifang Kuang, Shuai Li, *et al*.. Sharper fluofescent super-resolution spot generated by azimuthally polarized beam in STED microscopy[J]. Optics Express, 2012, 20(16): 17653-17665.

2 Bing He, Qihong Lou, Jun Zhou, *et al*.. High power coherent beam combination from two fiber lasers[J]. Optics Express, 2008, 14(7): 2721-2726.

3 Shanti Bhattacharya. Simplified mesh techniques for design of beam-shaping diffractive optical elements[J]. Optik, 2008, 119: 321-328.

4 Xiao Yu, Qin Yingxiong, Tang Xiahui, *et al*.. Laser resonator with flap pot mirror: China, CN102593698 A[P]. 2012.
肖 瑜, 秦应雄, 唐霞辉, 等. 平顶锅形镜面激光谐振腔: 中国, CN102593698 A[P]. 2012.

5 Chen Jiabi, Peng Runling. Laser Principle and Application (2nd Edition)[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008: 49-51.
陈家璧, 彭润玲. 激光原理及应用(第2版)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008: 49-51.

6 Xiao Yu. Research on Optimization of Numerical Method for Diffraction Beam Propagation in Free Space[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2013: 9-11.
肖 瑜. 自由空间光束衍射传输优化计算方法研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2013: 9-11.

7 Guo Chengshan, Li Chuantao, Hong Zhengping, *et al*.. Suitability of different sampling methods for digital simulations of the optical diffraction[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(3): 443-444.
国承山, 李传涛, 洪正平, 等. 光衍射数值模拟中不同抽样方法的适用性分析[J]. 光学学报, 2008, 28(3): 443-444.

8 Gong Hailong, Liu Zhihui, Li Guojun, *et al*.. Fidelity study of diffractive laser beam expander[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(9): 0902006.
龚海龙, 刘志辉, 李国俊, 等. 衍射型激光扩束器的保真度研究[J]. 中国激光, 2014, 41(9): 0902006.

9 Liang Quanting. Physical Optics (3rd Edition)[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008: 171-173.
梁铨廷. 物理光学(第3版)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008: 171-173.

栏目编辑: 张 雁