

# 光谱颜色复制中对基色色料线性混合空间的建立

何颂华<sup>1</sup> 高媛<sup>1\*</sup> 陈桥<sup>1</sup> 段江<sup>2</sup>

<sup>1</sup>深圳职业技术学院传播工程学院, 广东 深圳 518055

<sup>2</sup>西南财经大学经济信息工程学院, 四川 成都 610075

**摘要** 针对光谱反射率空间并不是一个有效的基色色料线性混合空间的缺点,提出了建立基色色料线性混合空间的三项原则。根据不同原稿色料光学特性的不同,将原稿分为透明色料连续调原稿、不透明色料连续调原稿、半色调原稿(半透明色料),并针对这三类原稿分别构建能真实反应原稿色料真实物理维度的光谱线性空间,以不透明色料原稿为例进行实验验证。实验结果表明,根据原稿色料光学特性建立的色料线性混合空间是一个有效的线性混合空间,在其上的光谱预测能真实反映原稿基色色料的数量和近似得到基色色料的光谱形状。

**关键词** 色彩; 光谱色彩学; 光谱颜色复制; 线性混合空间; 基色色料; 光谱预测

中图分类号 TP391.4:0432.3

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201636.0333001

## The Set up of Primary Pigments Liner Mixing Space in Spectral Color Reproduction

He Songhua<sup>1</sup> Gao Yuan<sup>1</sup> Chen Qiao<sup>1</sup> Duan Jiang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>College of Communication Engineering, Shenzhen Polytechnic, Shenzhen, Guangdong 518055, China

<sup>2</sup>College of Economic Information Engineering, Southwestern University of Finance and Economics, Chengdu, Sichuan 610075, China

**Abstract** Aimed at the defect that spectral reflectance space is not a valid primary pigments linear mixing space, three principles of establishing the primary pigments linear mixing space are presented. The manuscripts are divided into three types, transparent pigment continuous tone, opaque pigment continuous tone and halftone (translucent pigment) according to the different optical properties of different original pigments. The linear spectral spaces of real physical domain that can reflect original pigments really for these manuscripts respectively are built up. Experimental verification is carried out taking opaque pigment manuscript as an example. Experimental results show that the pigments mixing linear space according to optical properties of original pigments is a valid linear mixing space, of which the spectral can correctly estimate the numbers of primary pigments and approximate the spectral shape of each primary pigment.

**Key words** color; spectral color science; spectral color reproduction; linear mixing space; primary pigment; spectral prediction

**OCIS codes** 330.1715; 330.1720; 100.4145; 110.3010; 110.4234

## 1 引言

光谱颜色复制技术已经成为颜色科学的重点研究课题之一。传统的色彩再现主要是基于目标色的色度匹配,容易受到同色异谱的影响<sup>[1-2]</sup>。光谱颜色复制是基于目标色的光谱匹配,其匹配效果不会受到光源改变、观察者改变等外界条件的影响。在光谱颜色复制中,为了实现复制颜色与原稿颜色的最佳匹配,必须

收稿日期: 2015-08-12; 收到修改稿日期: 2015-10-08

基金项目: 国家自然科学基金(61108087)、四川省杰出青年学术技术带头人计划(2012jq0017)

作者简介: 何颂华(1977—),男,博士,副教授,主要从事光谱图像处理与光谱颜色复制方面的研究。

E-mail: hhd1818@szpt.edu.cn

\*通信联系人。E-mail: 87983843@qq.com

保证复制颜色光谱反射率曲线最大限度的逼近原稿颜色的光谱反射率曲线<sup>[3-4]</sup>。最理想的方式当然是原稿用什么样的基色色料,复制时就采用同样的基色色料。因此在获取光谱图像数据后,首要任务是对原稿进行光谱分析,完成对原稿基色色料的光谱预测,并以此为基础确定颜色复制的最佳墨色选择。通常光谱预测是直接在光谱反射率空间中进行主成分分析(PCA)<sup>[4-8]</sup>,但这样做一方面使得到的特征向量数目超过真实物理维度(原稿所用基色色料)的数量,另一方面特征向量和对应系数存在负值,不能直接表示原稿基色色料的光谱特性和对应浓度。因此,在光谱预测前根据原稿色料的光学特性如何选择和构建一个能真实反应原稿色料真实维度的光谱线性空间是实现原稿基色色料光谱预测的关键。

## 2 原稿色料光学特性分析及基色色料线性混合空间建立原则

不同原稿其色料混合的光学特性不一样,因此在建立原稿色料线性混合空间时应充分考虑原稿色料的光学特性。根据原稿颜色形成原理的不同,将原稿分为连续调原稿和半色调原稿。连续调原稿通常指在一幅图像上,由淡到浓或由深到浅的色调变化,并且浓淡或深浅是以单位面积成像物质颗粒密度来构成的,连续调图像的深浅变化是无级的。常见的连续调原稿如照相分色底片、各种彩色画稿等。连续调原稿的色料一般分为两种类型:1)透明色料,如相片的色剂层;2)不透明色料,如绘画颜料。半色调原稿是由网点面积大小来表现颜色的深浅。网点面积大,颜色就深,网点面积小,颜色就浅。由于网点在空间上是有一定距离的,呈离散型分布,并且由于加网的级数总有一定的限制,在图像的层次变化上不能像连续调图像一样实现无级变化,半色调印刷品所用色料为油墨,其光学特性为半透明。依据原稿所用色料光学特性的不同,将原稿分为透明色料连续调原稿、不透明色料连续调原稿、半色调原稿(半透明色料),并分别讨论各自色料线性混合空间的建立。

不同原稿色料光学特性不一样,因此在对其进行光谱分析时不能基于一个统一的光谱空间,但无论哪一种色料原稿,在建立其线性混合空间时必须遵循三点原则:

- 1) 原稿不同颜色具有不同的光谱特性,其光谱特性是几种基色色料光谱特性的混合反映;
- 2) 在该空间中,每一个原稿颜色的光谱特性是各基色色料光谱与其混合该颜色时所占浓度百分比的线性组合;
- 3) 各基色色料(浓度)混合百分比之和为1。

根据上述三条原则建立坐标为 $(x,y)$ 颜色处的光谱混合数学模型为

$$\Psi_{xy} = \sum_{i=1}^p c_i \psi_{\lambda,i} + \varepsilon \quad (1)$$

将(1)式模型扩展到整个样本光谱矩阵,则为

$$\Psi_{\lambda,\text{mix}} = \psi C + \varepsilon \quad (2)$$

式中  $\Psi_{\lambda,\text{mix}}$  是由原稿的某光谱特性(不是光谱反射率)组成的  $n \times m$  矩阵,  $n$  为光谱维数,  $m$  为原稿的采样颜色数。  $\psi_{\lambda,i}$  是第  $i$  个基色色料的某一光谱特性,  $c_i$  是第  $i$  个基色色料的(浓度)混合百分比,  $p$  是参与混合的基色色料数量。  $\psi$  为  $n \times p$  基色色料光谱矩阵,其中每一列为一个基色色料光谱向量  $\Psi_i$ , 矩阵  $C$  是基色色料(浓度)混合百分比矩阵,大小为  $p \times m$ , 其中矩阵每一行为一个采样颜色的各基色色料(浓度)混合百分比矢量  $c_i$ 。  $\varepsilon$  为  $n$  维高斯随机噪声或模型误差。

为了使该线性混合模型具有明确的物理含义,必须受到两个约束条件的限制

$$\psi_{\lambda,i} \geq 0, \quad (3)$$

$$0 \leq c_i \leq 1, \sum_{i=1}^p c_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, p \quad (4)$$

(3)式和(4)式分别称为非负性和全加性约束。具有明确的物理意义:1)光谱是能量表现,不可能存在负值;2)混合百分比的大小是限定的,不可能无限制大。该线性光谱混合模型是建立在光谱线性可加性基础上的,优点是构模简单,其物理含义明确,理论上也有较好的科学性。

基于上述原则建立的线性混合空间满足非负性和全加性约束。这样在该空间中进行光谱预测时,正好

与非负矩阵分解算法<sup>[9]</sup>思想相一致。

### 3 透明色料连续调原稿基色色料线性混合空间

根据 Kubleka-Munk 理论,混合色吸收系数  $K$  和散射系数  $S$  可以由参与混合的各基色的浓度线性表示<sup>[10]</sup>。即

$$(K/S)_{\lambda, \text{mixture}} = \sum_{i=1}^n c_i (k/s)_{\lambda, i} \quad (5)$$

式中  $c$  为浓度,  $k$  和  $s$  为参与颜色混合的一个基色单位浓度时的吸收系数和散射系数,  $\lambda$  是可见光波长, 为简化起见用  $\Phi$  表示  $(K/S)_{\lambda, \text{mixture}}$ 。但 Kubleka-Munk 模型自身的缺陷使得浓度  $c$  与  $\Phi$  并不是线性关系。尤其是针对不透明和半透明色料时, (5) 式并不能准确描述色料混合的光学特性。但对于色料完全透明, 并附着在高反射基底上的原稿, 如相纸, 其各色剂层的散射系数  $s$  近似为 0, 只有吸收系数  $k$ 。因此透明色料相对于不透明和半透明色料其光学特性能较多的符合 Kubleka-Munk 模型的假设条件, 则多种透明色料混合后的吸收系数可以由参与混合的各色料浓度线性表示, 即满足

$$K_{\text{mix}} = c_1 k_1 + c_2 k_2 + c_3 k_3 + \dots + c_i k_i \quad (6)$$

因此可把光谱吸收系数空间作为透明色料的线性混合空间, 在该空间中各色料浓度与吸收系数成线性关系。光谱反射率向吸收系数空间转换可表示为

$$K = -0.5 \ln\left(\frac{R}{R_g}\right) \quad (7)$$

式中  $R_g$  为原稿基地的光谱反射率

### 4 不透明色料连续调原稿基色色料线性混合空间

对于不透明原稿, 直接使用 Kubleka-Munk 理论建立的  $\Phi$  空间并不是一个完全的色料线性混合空间, 因此在其空间中通过 PCA 方法进行降维处理, 由前几个特征向量的累积贡献率来判断样本数据集物理维度的方法并不可行。要使进行重构的特征向量的数量正好与实际物理色料的数量一致, 必须对数据集进行预处理。

#### 4.1 物理色料真实数量的确定

Johnson 和 Tzeng 等<sup>[3]</sup>提出数据集的多元正态性分布有助于降维处理, 在使用 PCA 方法推导一组测量样本集的特征向量和特征值过程中, 虽然与该样本集是否满足多元正态性没有多大关系, 但是在数据降维以得到反映样本特性的真实维度时, 就显得非常重要。当样本集为非正态分布时, PCA 方法得到的低维空间并不能代表样本的光谱特性。因为不清楚样本如何分布, 所以 PCA 方法忽略了那些含有信息少, 但是对重建光谱很重要的特征值对应的特征向量。只有当样本集为多元正态分布时, 才能确保通过 PCA 方法从测量样本集中得到的特征向量—特征值近似等于整个样本集合的特征向量—特征值, 这相当于从总样本集合中最佳取样, 所取样本的特征向量构成的低维空间与整个样本集合的真实物理维度空间是一致的, 所取样本的特征向量越接近于样本集合的特征向量, 则该样本越能代表该样本集的特征。如果一个样本集合是多元正态分布, 那么其中 99% 的样本应该分布在二维椭圆、三维椭圆柱体和多维超椭球内。椭球体的半径长度在特征向量坐标系内与相应的特征值成正比。如果一个样本集合分布形状不是椭球体, 那么降维后的数据并不能最优的用于重建样本集合。

样本集的正态性检验有两个必要条件: 1) 边缘分布的正态性, 因为所有正态分布的线性组合仍然是正态分布。对于光谱反射率样本集来说, 样品集每一维上的光谱信息就是该样本集的边缘, 其数据正态分布性就是该样本集的边缘分布。对于一元正态分布可以通过 Q-Q 图来检验, 对于二元正态分布可由伽马图来确定。如果一个光谱反射率样本集满足正态分布, 那么其每一维上的光谱数据即边缘也应当满足正态分布, 对应的正态分布图应该是直线。2) 两个任意变量生成的散点图是椭圆形。对于一组从 400 nm 到 700 nm, 以 10 nm 间隔均匀采样得到的 31 维光谱反射率样本集, 共有 434 个二维散点图。二维散点图聚集形态如果呈椭圆形则表明符合二元正态分布。如果第一个条件和第二个条件都得到满足, 那么就可以生成一元和二元正态分布, 但是否意味着样本集的多元正态分布还很难下结论。如果第一个条件或者第二个条件不能满

足,那么肯定不能形成样本集的多元正态分布。

对用分光光度计自测的 1269 个 Munsell 色块的光谱数据集进行 PCA 分析,将得到的前 6 个特征向量作为低维线性模型,其对应系数由 Matlab 软件中产生正态分布随机数的 Rand 函数生成,其重建的虚拟光谱在 700 nm 处的正态概率累积分布图如图 1 所示。

由于在特征向量构成的六维空间中,每一维上对应的系数(边缘分布)符合一元正态分布,由其线性组合得到的样本集仍然是正态分布。所以重建光谱样本集在每一维上的数据其正态概率为直线。但实际测得的 Munsell 色块本身的光谱反射率样本集并不满足多元正态分布,其在 700 nm 处的正态概率累积分布图如图 2 所示,曲线意味着其边缘分布不是一元正态分布。

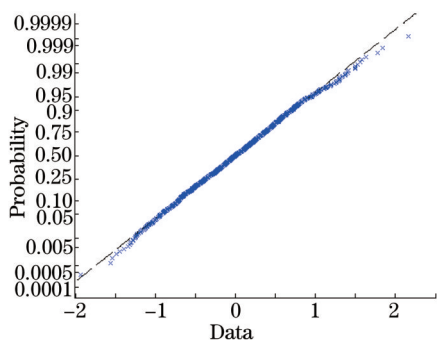


图 1 虚拟光谱样本集在 700 nm 处的正态概率图  
Fig.1 Normal probability graph of Virtual spectral sample set at 700 nm

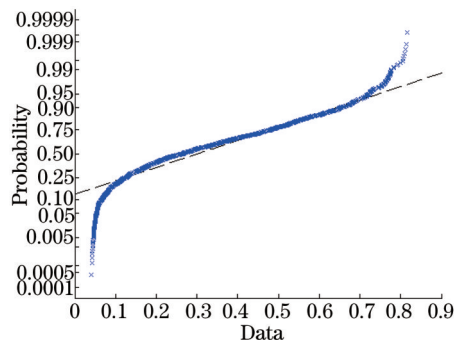


图 2 Munsell 色块光谱反射率样本集在 700 nm 处的正态概率图  
Fig.2 Normal probability graph of Munsell spectral reflectance sample set at 700 nm

基于样本集数据的多元正态性能保证 PCA 方法降维处理后的低维空间与样本数据集自身的物理维度相对应这一想法,因此在建立线性空间时,通过数学方法将非正态分布光谱反射率数据集转换为正态数据集。非正态分布的样本可以通过对数函数、幂函数或多项式转换得到正态分布的数据, Matlab 软件提供 Box-Cox 转换<sup>[11]</sup>。

Box-Cox 转换的数学公式为

$$\Omega = \begin{cases} \frac{R^\beta - 1}{\beta}, & \beta \neq 0 \\ \ln(R), & \beta = 0 \end{cases}, \quad (8)$$

式中  $\beta$  为 Box-Cox 算法的输入参数,其估计值采用极大似然估计法求得。 $\Omega$  为正态变换后得到的正态矩阵, $R$  为非正态光谱反射率矩阵。当  $\beta=0$  时该变换为对数变换,当  $\beta=0.5$  时该变换为平方根变换,当  $\beta=-1$  时该变换为倒数变换。这是常用的三种由非正态到正态的变换。

只有在完全线性的空间中进行降维处理,其重要特征向量数目才与反映样本特性的物理维度一致。虽然通过将非正态数据向正态数据的转化,可将数据集转换到一个完全线性空间,但这个完全的线性空间没有任何物理意义,所以该空间中并不适合对色料物理光谱的预测。并且该多元正态数据转换是对每一维数据的正态转换完成的,即边缘分布符合一元正态分布,对于转换函数 Box-Cox 来说,每一维数据都对应一个不同的  $\beta$  值,因此对于 31 维光谱数据来说,不能建立一个统一的转换模型。以上两点说明,通过对样本数据集的多元正态转换所建立的完全线性空间不能作为不透明色料物理光谱预测的空间。

#### 4.2 不透明色料线性混合空间建立

通过符合多元正态分布的完全线性空间  $\Omega$  能找出不透明色料混合真实物理维度,但该空间由于缺乏物理意义,不能作为不透明基色色料光谱预测的线性混合空间,而使用 Kubleka-Munk 理论建立的  $\Phi$  空间物理意义明确。因此将这两个空间进行结合,共同完成不透明基色色料光谱的预测:由多元正态分布空间  $\Omega$  确定基色色料混合的物理维度;由  $\Phi$  空间完成对基色色料光谱的预测。但正如前所述, $\Phi$  空间由于自身缺陷对于不透明色料来说不是一个完全线性的空间,因此为了提高  $\Phi$  空间的预测精度,也为了解决 Kubleka-



Munk 理论存在的问题,国内外学者提出了很多办法来提高预测精度,如 Saunderson 校正<sup>[12]</sup>。结合 Saunderson 校正,对  $\Phi$  空间进行修正以增强其线性特性。只有将测量得到的反射率校正后,才能符合 Kubleka-Munk 理论要求,对反射率  $R_i$  进行校正可得  $K/S$  值,

$$\Phi = (K/S)_{\lambda, \text{mixture}} = (1 - R_i)^2 / 2R_i \quad (9)$$

为了进一步增加  $\Phi$  空间的线性特性,在(9)式基础上引入偏移矢量  $\mathbf{a}$ , 即

$$\Psi = \mathbf{a} + \Phi = \mathbf{a} + (1 - R_i)^2 / 2R_i \quad (10)$$

式中  $\mathbf{a}$  用于补偿在  $\Psi$  空间中的重构光谱与源光谱之间的误差,其求解基于  $\Psi$  空间是色料线性混合空间的假设,即满足

$$\Psi = \psi C \quad (11)$$

由于  $\Psi$  空间是一个线性空间,则由 PCA 法其可表示成特征向量  $\mathbf{B}$  与对应系数矩阵  $\mathbf{E}$  的乘积,即

$$\hat{\Psi} = \mathbf{E}\mathbf{B} \quad (12)$$

因此偏移矢量的求取可转化为最优化问题求解,即

$$\min \|\Psi - \hat{\Psi}\|_2^2 \quad (13)$$

式中  $\|\Psi - \hat{\Psi}\|_2^2$  为 2-范数的平方,在 Matlab 软件进行优化计算时,可将矩阵  $\Psi$  中每一列光谱进行组合得到一个矢量,这样优化的目标函数可转为两个矢量之间的均方根误差。需特别说明的是,偏移矢量  $\mathbf{a}$  的加入只是为增强  $\Phi$  空间的线性,但并不意味着新建的  $\Psi$  空间是完全线性的。

### 4.3 光谱预测技术路线的制定

通过 4.1 和 4.2 节的分析可知,对于不透明色料连续调原稿,由于 Kubleka-Munk 理论转换得到的  $\Phi$  空间只是近似线性,所以由 PCA 方法得到的显著维度并不能反映实际基色色料物理个数。为寻找物理维度,必须将非正态数据集转换为正态数据集,这就造成进行显著维度分析的多元正态空间与进行色料光谱预测的空间不一致的矛盾。为此提出适用于不透明色料连续调原稿的光谱预测技术路线,如图 3 所示。

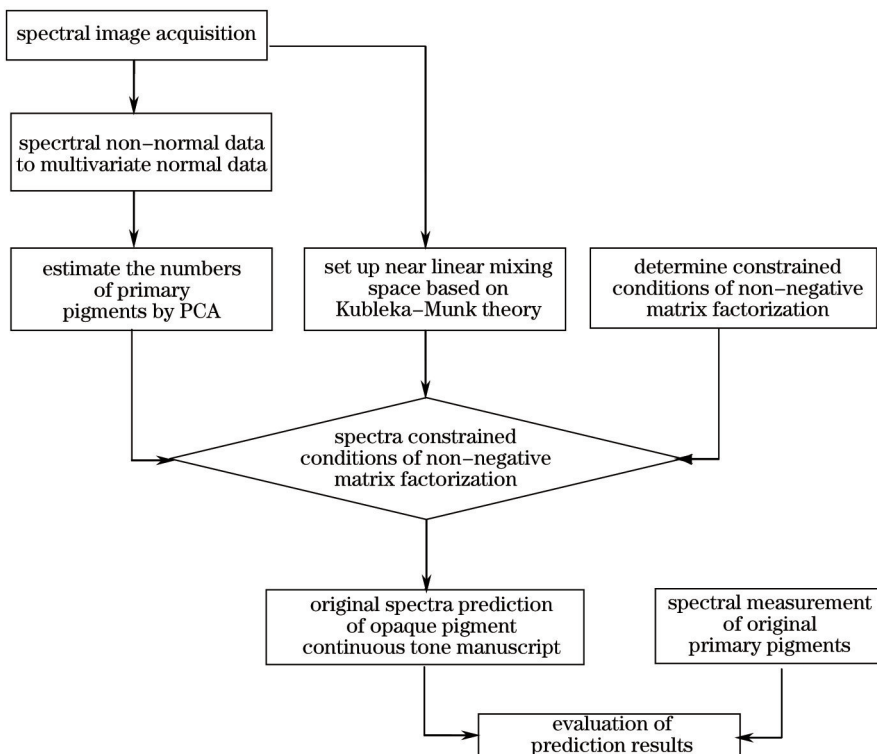


图 3 不透明色料连续调原稿基色色料光谱预测技术路线图

Fig.3 Spectral prediction technical flow for opaque continuous tone original primary pigments

### 5 半色调印刷原稿基色色料线性混合空间

半色调印刷原稿由于所用色料是半透明的印刷油墨,并通过网点面积大小来表现颜色深浅。光谱组介堡方程虽然成功描述了光谱与印刷油墨原色网点百分比之间的关系,但其建立的线性模型是基于组介堡色元(包含油墨原色和各原色叠加的二次色、复合色)光谱反射率的加权和,各色元网点面积率是对应色元光谱反射率的加权系数<sup>[13]</sup>。即使经过 Yule-Nielsen 修正的光谱组介堡方程,其建立的线性空间仍然是由各色元光谱反射率的非线性转换得到的。虽然上述两个呈色空间是一个线性空间,但本质上都不是针对油墨原色的线性混合空间,因为其线性空间的维数都远远超过油墨叠印呈色的物理维度,以三原色(CMY)油墨叠印为例,由于通过光谱组介堡方程或 Yule-Nielsen 修正的光谱组介堡方程建立的线性空间维度由组介堡色元数决定,三原色叠印共得到 8 种组介堡色元,因此该线性空间可以用这 8 个组介堡色元的光谱反射率线性表示,即所建立的线性空间维度为 8,但这远远超出了三原色油墨叠印其颜色混合物理维度为 3 的事实。因此用组介堡方程建立的光谱反射率空间和经 Yule-Nielsen 修正建立的 Yule-Nielsen 空间都不适合用作油墨原色线性混合空间,这两个空间也不能实现对油墨原色数量和光谱的预测。

Tzeng 等<sup>[14]</sup>通过实验推导出一个用于减色混合的经验转换模型及其逆变换公式为

$$\Psi_{\lambda} = \mathbf{a} - R_{\lambda}^{\frac{1}{2}}, \tag{14}$$

$$R_{\lambda} = (\mathbf{a} - \Psi_{\lambda}^2) \tag{15}$$

对于半色调复制的经验空间推导需要考虑到油墨的半透明性和纸基内光线多重内反射等影响因素,结合 Yule-Nielsen 修正光谱组介堡方程的方式,使用  $n$  值对 (14) 式进行修正,用于模拟半色调复制颜色混合行为的经验转换公式及逆变换为

$$\Psi_{\lambda} = R_{\lambda, \text{paper}}^{\frac{1}{n}} - R_{\lambda}^{\frac{1}{n}}, \tag{16}$$

$$R_{\lambda} = (R_{\lambda, \text{paper}}^{\frac{1}{n}} - \Psi_{\lambda})^n \tag{17}$$

(16)式和(14)式相比除了  $n$  值修正外,并用纸张光谱反射率的  $n$  值修正代替优化矢量  $\mathbf{a}$  作为偏移矢量。这是考虑纸张印刷的实际情况,对于一个需要转换的光谱反射率正好等于  $R_{\lambda, \text{paper}}$ ,则通过(17)式转换后的光谱是一个零矢量,这符合没有油墨印刷在纸张上的情况。(16)式只是对油墨叠印成色过程即减色混合原理的数学模拟,经验空间  $\Psi_{\lambda}$  是否关于半色调油墨浓度的线性相加完全取决于指数  $n$ ,因此称其为线性程度指数。为了保证  $\Psi_{\lambda}$  的线性,在确定  $n$  值时,必须通过最优化技术使得转换的  $\Psi_{\lambda}$  满足线性空间条件,即

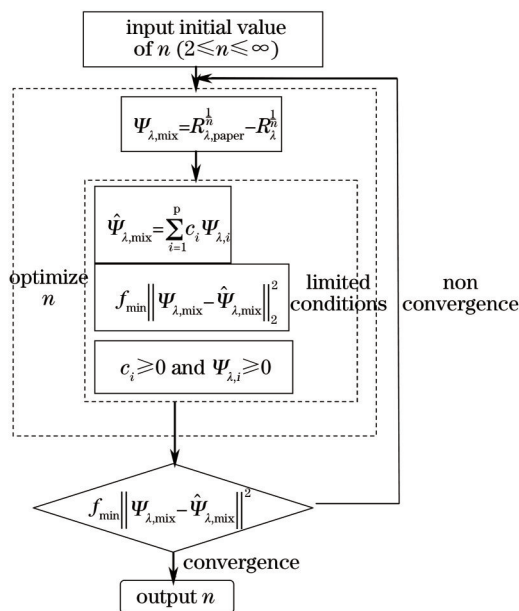


图 4  $n$  值的确定流程

Fig.4 Workflow for computing  $n$

$$\Psi_{\lambda, \text{mix}} = \sum_{i=1}^p c_i \psi_{\lambda, i} \quad , \quad (18)$$

式中  $\psi_{\lambda, i}$  是原色油墨的光谱特性,  $c_i$  为对应油墨的假想浓度,  $p$  是原色油墨的数量。

为了保证线性空间的物理意义, 同时还需满足非负性和全加性的约束, 这与非负矩阵算法思想一致。确定  $n$  的流程如图 4 所示。

此数学模型与纽介堡模型相比, 不同之处有: 1) 混合色的某光谱特性是各原色油墨某光谱特性的线性表示, 不是纽介堡色元光谱反射率的线性表示; 2) 各原色油墨光谱特性的加权系数是混合百分比, 不是网点百分比。

## 6 实验结果及分析

实验选用的不透明色料连续调原稿是用 5 种不透明基色色料混合生成的 99 个样本, 如图 5 所示, 并使用积分球式的分光光度计爱色丽 SP60 来测量各色块光谱反射率, 5 个不透明基色色料的光谱反射率曲线如图 6 所示。



图 5 由不透明色料混合得到色样

Fig.5 Color samples created by opaque primary pigments

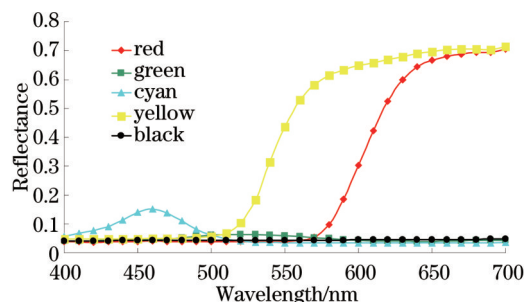


图 6 五种不透明基色色料的光谱反射率曲线

Fig.6 Spectral reflectance curves of five opaque primary pigments

在  $\Psi$  空间中进行光谱预测之前, 需要确定不透明色料混合的物理维度, 具体方法是对样本数据集进行 PCA 分析, 判断其显著特征向量维度是不是等于参与混合的物理色料个数。样本数据集的正态转换利用 Matlab 软件 Box-Cox 函数, 对样本光谱反射率数据集的每一维的样本数据进行正态转换, 根据边缘分布原理, 整个 31 维的样本数据集将符合多元正态分布特性, 由此建立多元正态  $\Omega$  空间。表 1 为在三种不同空间的 PCA 分析结果。

表 1 三种不同空间特征向量累积贡献率比较

Table 1 Comparisons of the accumulation contribution rate of feature vector in three spaces

Eigenvector	Reflectance space $R$		Multivariate normal space $\Omega$		Kubelka-Munk space $\Phi$	
	percent	accumulated	percent	accumulated	percent	accumulated
	variance /%	percent variance /%	variance /%	percent variance /%	variance /%	percent variance /%
1	0.9297	0.9297	0.9738	0.9738	0.6972	0.6972
2	0.0529	0.9826	0.0181	0.9919	0.1794	0.8767
3	0.0125	0.9952	0.0055	0.9974	0.1048	0.9815
4	0.0027	0.9978	0.0013	0.9987	0.0081	0.9896
5	0.0012	0.9990	0.0009	0.9996	0.0041	0.9936
6	0.0005	0.9995	0.0002	0.9998	0.0032	0.9968
7	0.0003	0.9997	0.0001	0.9999	0.0017	0.9985

比较表 1 中三种不同空间特征向量累积贡献率, 发现在多元正态分布  $\Omega$  空间同样数目的特征向量累积贡献率增长要明显快于其余两个空间, 其 5 个特征向量的累积贡献率为 99.96% 与光谱反射率  $R$  空间 7 个特征向量的累积贡献率相当。将累积贡献率增加到 99% 以上并且增长速度不再明显变化时的特征向量数目确定为色料混合的物理维度, 因此通过多元正态分布  $\Omega$  空间的 PCA 分析, 确定色料混合的物理维度为 5, 这与实际情况相吻合。而在  $\Psi$  空间中 7 个特征向量的累积贡献率仅为 99.85%, 这表明通过 Kubelka-Munk 理

论建立的  $\Phi$  空间非不透明色料混合的理想线性空间,其重要特征向量的数量不能反映物理维度。

在确定参与混合的真实基色色料数量后,就可以在  $\Psi$  空间中进行基色色料物理光谱的预测。要建立  $\Psi$  空间必须基于最优化技术求取偏移矢量  $\alpha$ , 这里利用 Matlab 软件非线性优化函数 Fmincon 并编写目标函数来实现,所求得的偏移矢量  $\alpha$  如图 7 所示。

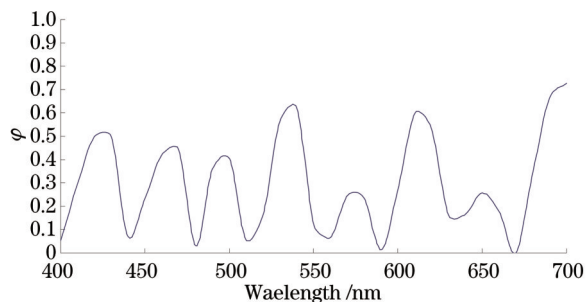


图 7 转换 99 个样本色块到  $\Psi$  空间的偏移矢量

Fig.7 Offset vector for transforming the 99 mixtures to  $\Psi$  space

在  $\Psi$  空间中使用非负矩阵算法完成对色料光谱的估计,取 6 次运算的平均值,其估计结果如图 8 所示。排除测量误差的影响,5 种色料中除了绿色和黑色色料外,其余彩色色料的估计光谱曲线都与源光谱很接近。分析其原因在于根据减色混色原理,一个中性灰的吸收光谱可以看成是其余彩色基色色料吸收光谱的线性叠加,在  $\Psi$  空间中估计的黑色色料实际光谱(未进行规范化)远低于原始光谱值,如同应用了印刷工艺中的 GCR(灰成份替代),因此对黑色料估计光谱的形状影响较大,而对彩色色料的光谱形状影响较小。对绿色料光谱预测效果差,是因为实验所选绿色料是一种较暗的绿色,其光谱反射率曲线较平且与黑色料接近,如图 8 所示,所以其预测效果也不够理想,但总体形状还是与实际光谱有较大的相似性。表 2 是 5 种基色色料在  $\Psi$  空间中计算得到的预测光谱与实际光谱的曲线相似度。

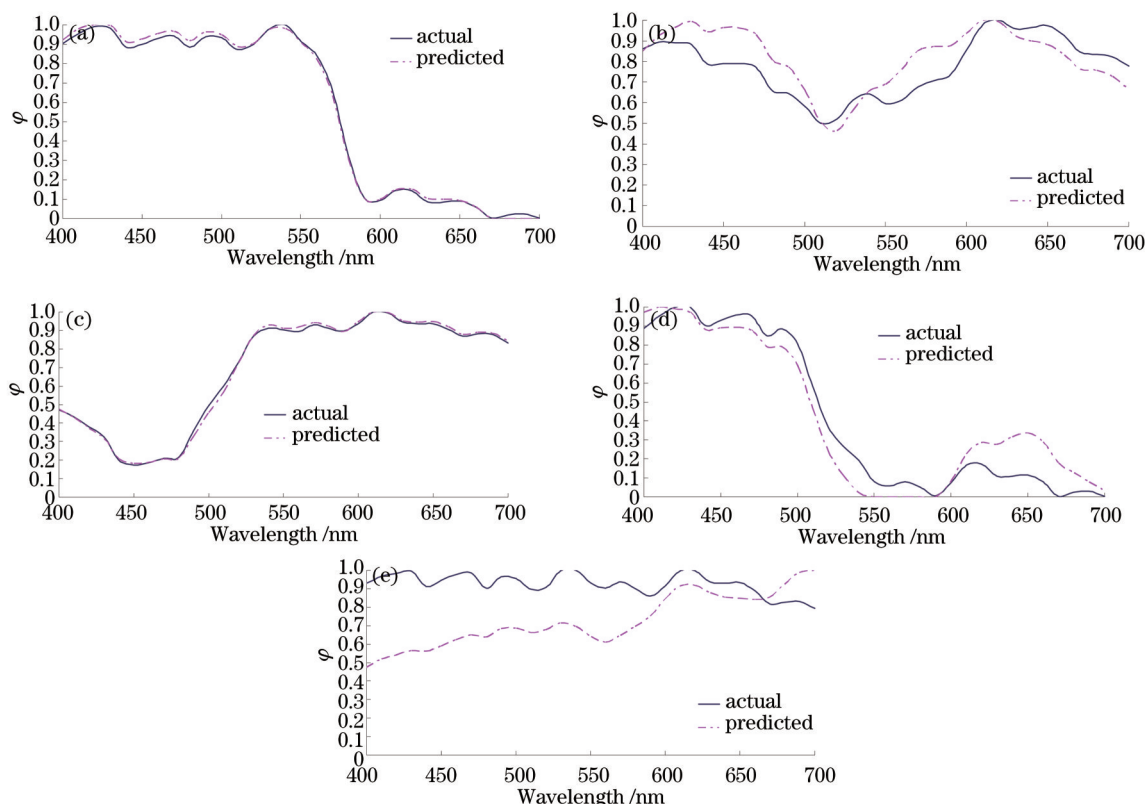


图 8 在  $\Psi$  空间使用非负矩阵分解对不透明色料光谱预测结果。(a) 红色料;(b) 绿色料;(c) 青色料;(d) 黄色料;(e) 黑色料

Fig.8 Estimation results of opaque pigments in  $\Psi$  space using nonnegative matrix to resolve. (a) Red pigments; (b) green pigments; (c) cyan pigments; (d) yellow pigments; (e) black pigments



表2 不透明原稿预测基色色料与实际基色色料光谱曲线相似度

Table 2 Similarity degree between estimated spectrum and actual spectrum of primary pigments for opaque manuscripts

Primary pigments	Similarity degree of spectrum
Red	0.9993
Green	0.7643
Cyan	0.9991
Yellow	0.9610
Black	0.4547

## 7 结 论

实验证明,原稿的光谱反射率空间不是有效的基色色料线性混合空间,因此其光谱预测没有任何物理意义,必须根据不同基色色料的光学特性建立相应的线性混合空间。对于透明色料原稿,根据 Kubleka-Munk 理论建立的吸收系数空间是一个完全线性的色料混合空间。对于不透明色料原稿,则需通过建立一个符合多元正态分布的完全线性空间找出不透明色料混合真实物理维度,以 Kubleka-Munk 理论为基础建立近似线性混合空间进行光谱预测。对于半色调原稿,可建立一个用于减色混合的经验空间作为其线性空间,并通过添加线性程度指数修正该空间的线性。

## 参 考 文 献

- 1 He Songhua, Liu Zhen, Chen Qiao. The research of spectral dimension reduction method based on the matrix theory[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(2): 0233001.  
何颂华, 刘 真, 陈 桥. 基于矩阵理论的光谱降维方法研究[J]. *光学学报*, 2014, 34(2): 0233001.
- 2 Xu Xiangyang, Chen Guangxue. Research of visual distance blur algorithm based on multi-scale overlay[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(2): 0233002.  
许向阳, 陈广学. 基于多尺度叠加的视觉距离模糊算法的研究[J]. *光学学报*, 2014, 34(2): 0233002.
- 3 Tzeng D. Spectral-Based Color Separation Algorithm Development For Multiple-Ink Color Reproduction[D]. Rochester: Rochester Institute of Technology, 1999: 66-108.
- 4 Li Jincheng, Liu Zhen, Chen Guangxue, *et al.*. Colorant selection based on gamut analysis and cluster analysis[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 32(6): 0633001.  
李金城, 刘 真, 陈广学, 等. 一种基于色域分析与聚类分析的基色筛选[J]. *光学学报*, 2012, 32(6): 0633001.
- 5 Liu Pan, Liu Zhen, Zhu Ming, *et al.*. A spectral gamut mapping model in visual features weighted PCA space[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(6): 0633001.  
刘 攀, 刘 真, 朱 明, 等. 加权视觉特性的 PCA 空间内光谱域映射模型[J]. *光学学报*, 2015, 35(6): 0633001.
- 6 Xu Faqiang, Wan Xiaoxia, Zhu Yuanhong. Color component prediction based on rotated principal component analysis[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2008, 16(3): 518-523.  
许法强, 万晓霞, 朱元泓. 基于旋转主成分分析的颜色组分预测[J]. *光学精密工程*, 2008, 16(3): 518-523.
- 7 He Songhua, Chen Qiao, Duan Jiang. The research of spectral dimension reduction method based on human visual characteristics[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2015, 35(6): 1459-1463.  
何颂华, 陈 桥, 段 江. 基于人眼视觉特性的光谱降维模型研究[J]. *光谱学与光谱分析*, 2015, 35(6): 1459-1463.
- 8 Wang Y, Zeng P, Luo X, *et al.*. Low-dimensional multi-spectral space for color reproduction based on nonnegative constrained principal component analysis[J]. *Journal of Southeast University*, 2009, 2(4): 486-490.
- 9 Paatero P, Tapper U. Positive matrix factorization: A non-negative factor model with optimal utilization of error estimates of data values[J]. *Environmetrics*, 1994, 5(2): 111-126.
- 10 He S, Liu Z. The linear colorant mixing space based on Kubleka-Munk turbid media theory[J]. *Procedia Engineering*, 2011, 23: 320-325.
- 11 Zong Chunli. The Dimension Reduction for High-Dimensional Multispectral Space[D]. Xi'an: Xidian University, 2010: 39-42.  
宗春莉. 高维光谱空间降维技术研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010: 39-42.

- 12 Zhao Y. Image Segmentation and Pigment Mapping of Cultural Heritage Based on Spectral Imaging[D]. Rochester: Rochester Institute of Technology, 2008: 130-165.
- 13 Urban P, Rosen M P, Berns R S. Accelerating spectral-based color separation within the Neugebauer subspace[J]. Journal of Electronic Imaging, 2007, 16(4): 043014.
- 14 Tzeng D Y, Berns R S. Spectral-based ink selection for multiple-ink printing I: Colorant estimation of original object[C]. Color and Imaging Conference, 1998: 106-111.

栏目编辑: 苏 岑