分数阶微分算法对盐渍土高光谱数据的影响研究

张东^{1,2} 塔西甫拉提·特依拜^{1,2} 张飞^{1,2} 阿尔达克·克里木^{1,2} 夏楠^{1,2}
 ¹新疆大学资源与环境科学学院,新疆乌鲁木齐 830046
 ²新疆大学绿洲生态教育部重点实验室,新疆乌鲁木齐 830046

摘要 以艾比湖流域为研究区域,典型盐渍土为研究对象,引入分数阶微分,以0.2为微分阶数间隔,将0~2细分为 11阶微分,对原始光谱反射率及其常用的均方根、倒数等数学变换进行微分计算,结合实验室实测的土壤含盐量, 从相关系数、标准差及信息熵三个角度探讨分数阶微分算法对土壤高光谱数据的影响。结果表明:随着微分阶数 的增加,相关系数通过0.01显著性检验的波段数量总体上呈逐渐减少的趋势,且1/lg R 提升相关性的效果优于其他 三种数学变换;高光谱数据总体分布变得相对集中,样本差异性逐渐降低;信息熵逐渐减小,信息无序度变小,有效 信息量增加。分数阶微分能够细化相关系数、标准差及信息熵的变化趋势,丰富高光谱数据的预处理方法,可从光 谱维的角度深层挖掘光谱信息,为深度利用高光谱数据提供崭新的视角,同时也可为特征波段选择、地表参数反演 等高光谱数据的应用提供参考依据。

关键词 光谱学;高光谱;信息熵;分数阶微分;盐渍化 中图分类号 TP79;S127 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201636.0330002

Effect of Fractional Differential Algorithm on Hyperspectral Data of Saline Soil

Zhang Dong^{1,2}Tashpolat • Tiyip^{1,2}Zhang Fei^{1,2}Ardak • Kelimu^{1,2}Xia Nan^{1,2}¹College of Resource and Environment Sciences, Xinjiang University, Urumqi, Xinjiang 830046, China²Key Laboratory of Oasis Ecology of the Ministry of Education, Xinjiang University, Urumqi, Xinjiang 830046, China

Abstract The Ebinur Lake Basin is selected as the studied area, and typical saline soil is chosen as the research object. By introducing fractional differential algorithm, setting 0.2 as the order interval and dividing 0~2 into 11 orders, the differentials of the raw spectral reflectance and its four mathematical transformations are calculated. Combining with the soil salt content measured in laboratory, the effect of fractional differential algorithm on soil hyperspectral data is explored from the perspective of correlation coefficient, standard deviation and information entropy, respectively. The results show that with the increase of the differential order, the number of bands whose correlation coefficient passes the 0.01 level of the significance test follows a decreasing trend and the $1/\lg R$ transformations; the overall distribution of hyperspectral data becomes relatively concentrated and the difference among soil samples is gradually reduced; the total information entropy decreases, the disorder degree of the information becomes smaller and the amount of valid information increases. Fractional differential can detail the varying trend of correlation coefficient, standard deviation and information entropy, enrich the methods of hyperspectral data pre-processing, delve into spectral information based on the spectral dimension, provide a new perspective on the deep exploitation of hyperspectral data, and offer a reference for various applications of

收稿日期: 2015-09-29; 收到修改稿日期: 2015-11-16

基金项目:国家自然科学基金(41130531,41561089)、国家自然科学基金本地优秀青年人才培养专项(U1503302)、国家科技支 撑计划(2014BAC15B01)

作者简介:张 东(1987—),男,博士研究生,主要从事干旱区资源与环境遥感应用等方面的研究。

E-mail:giser_zhang@163.com

导师简介:塔西甫拉提·特依拜(1958—),男,教授,博士生导师,主要从事地图学与地理信息系统等方面的研究。 E-mail:tash@xju.edu.cn(通信联系人) hyperspectral data, such as characteristic band selection and quantitative inversion of land surface parameters. **Key words** spectroscopy; hyperspectra; information entropy; fractional differential; salinization **OCIS codes** 300.6550; 110.4234; 300.6340; 350.6980; 240.6490

1 引 言

20世纪80年代初,随着卫星、传感器、计算机等技术的高速发展,高光谱遥感应运而生,为遥感信息的定量研究开辟了崭新的途径^[1]。在高光谱数据分析方法中,光谱微分应用广泛。这是因为光谱微分对反射光 谱进行数学模拟,计算不同阶数微分值,可用于确定反射率曲线拐点以及最大、最小反射率所对应的波段, 同时可进行基线校正,消除背景噪声和大气影响,分辨重叠光谱,提高检测信噪比,在一定程度上减弱土壤 类型、样品粒度等因素的影响,挖掘光谱吸收特征^[2-6]。

微分算法同样在土壤盐渍化高光谱监测模型建立的研究中被广泛应用。雷磊等¹⁷针对新疆渭干河-库车 河三角洲地区,利用波长389 nm和758 nm建立对数1阶微分反演模型,决定系数为0.715,均方根误差为0.288; Mashimbye等^[8]建立南非盐渍土高光谱1阶微分偏最小二乘估算模型,决定系数为0.85;彭杰等¹⁹在分析浙江、新 疆、吉林三个地区盐渍化土壤的高光谱特征差异后,建立的Savitzky-Golay 3点1阶微分模型性能最优。

这些高光谱监测土壤盐渍化模型,大多基于整数阶微分,有研究表明:1、2阶微分与原始光谱曲线差异较大,容易遗漏信息,导致模型精度下降¹⁰⁹;而分数阶微分作为整数阶微分概念的推广,在控制系统、信号滤波、生物工程、图像处理等工程领域应用广泛¹¹¹⁻¹⁵¹。这是因为现实中许多系统是分数阶的,用整数阶微分表达模型,精度不够理想¹¹⁶¹。

基于上述原因,本文选取位于新疆准噶尔盆地西南缘艾比湖流域的典型盐渍土为研究对象,将分数阶 微分引入高光谱数据预处理中,将室内测定的盐渍土高光谱数据与土壤含盐量结合,在分析盐渍土光谱曲 线特征的同时,从相关系数、标准差和信息熵的角度分析分数阶微分算法对三者的影响及变化趋势,以期为 特征波段选择、定量反演地表参数等高光谱数据应用提供决策依据,为分数阶微分在高光谱数据预处理中 的应用开展有益探索。

2 相关理论简介

2.1 分数阶微分

分数阶微分是将整数阶微分的阶数扩展至任意阶。目前,分数阶微分表达式尚未统一,常用的主要有 Riemann-Liouville、Grünwald-Letnikov和Caputo三种形式。其中Grünwald-Letnikov表达式定义为

$$d^{\alpha} f(x) = \lim_{h \to 0} \frac{1}{h^{\alpha}} \sum_{m=0}^{\frac{1}{h}} (-1)^{m} \frac{\Gamma(\alpha+1)}{m! \Gamma(\alpha-m+1)} f(x-mh),$$
(1)

式中 α 为任意阶数, h 为步长, t = a分别为微分的上下限, Gamma 函数 $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} \exp(-u) u^{\alpha-1} du = (\alpha - 1)!^{1/7}$.

基于研究中所使用的光谱仪重采样间隔为1 nm,令 h=1,可推导出一元函数 f(x) 分数阶微分的差值表 达式为

$$\frac{d^{\alpha} f(x)}{dx^{\alpha}} \approx f(x) + (-\alpha)f(x-1) + \frac{(-\alpha)(-\alpha+1)}{2}f(x-2) + \dots + \frac{\Gamma(-\alpha+1)}{n!\Gamma(-\alpha+n+1)}f(x-n).$$
(2)

2.2 信息熵

熵的概念源自热力学,表示能量在空间中分布的均匀程度。1948年 Shannon 将热力学中熵的概念引入信息论中,产生了信息熵的定义^[18-19],其数学表达式定义为

$$H(x) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i) \cdot \log p(x_i) , \qquad (3)$$

式中 x_i为随机事件独立出现的可能状态, p(x_i)为该状态出现的概率, H(x)为信息熵^[20]。在信息熵计算过程中,对数常以2或自然对数e为底,信息熵对应的单位分别为bit和nat。此研究采用以2为底的对数进行信息 熵值计算。 在信息论中,信息熵用于度量系统内信息的无序程度(可认为是物质系统内状态的丰富程度或复杂程度),是一个状态函数。信息熵越大,信息的无序度越高,信息的效用值越小,有效信息量越小;反之,信息熵越小,信息的无序度越低,信息的效用值越大,有效信息量越大^[21-23]。

3 实 验

3.1 研究区概况

位于新疆准噶尔盆地西南缘(43°44′~45°10′N,82°35′~83°11′E)的艾比湖是新疆面积最大的咸水湖(面积为 500~600 km²),博尔塔拉河、精河等河流汇集于此。艾比湖流域三面环山,远离海洋,其年平均气温为6℃~8℃, 年均降水量为100~200 mm,年均蒸发量为1000~2000 mm,属于典型的温带大陆性干旱气候。由于其蒸发量远远大于降水量,加之位于艾比湖西北处的阿拉山口常年大风,使得艾比湖土壤盐渍化和荒漠化过程普遍而强烈,生态环境极其脆弱^[24-26]。

3.2 样本采集与处理

采样时间为2015年5月18日~29日,选取A、B、C、D、E、F6个典型盐渍地区域,如图1所示。在每个区域内设置50m×100m样方(其中F处离湖滨沼泽较近,故设计50m×80m样方)。在每个样方内,按照10m×10m 采样单元进行随机采样,深度为0~20cm,质量约为1kg,共计采集290个土壤样本。在实验室自然风干后,研 磨过60目(250μm)孔筛后分成两份,分别用于土壤理化参数和高光谱的测定。其中土壤含盐量和pH值使用 Multi 3420 SET B便携式多参数分析仪(Wissenschaftlich Technische Werkstätten,德国)在土水比为1:5的土壤悬 浊液中进行测定。





含盐量及pH值统计特征如表1所示。含盐量平均值为40.016g·kg⁻¹,变异系数为148.029%,属强变异。参照土壤盐渍化分级标准^[27],非盐渍土样本为40个,轻、中、重度盐渍化样本分别为42、73、34个,盐土样本为101个。土壤样本的pH值变异系数为4.547%,属低变异;除2个样本显中性、1个显极强碱性外,剩余287个样本中,显碱性和强碱性的样本数量分别为185个和102个。

表1 含盐量和pH值统计特征

Fable 1	Statistical	characteristics	of salt	content	and pH	I value
---------	-------------	-----------------	---------	---------	--------	---------

Item	Minimum	Maximum	Mean	Standard deviation	Coefficient of variation /%
Salt content $/(g \cdot kg^{-1})$	0.0	348	40.016	59.234	148.029
pH value	7.394	9.597	8.347	0.380	4.547

3.3 土壤样本光谱测定

土壤样本光谱反射率测定在暗室中进行,使用 FieldSpec3型光谱仪(Analytical Spectral Devices,美国),波 段范围为 350~2500 nm,重采样间隔为 1 nm。将过筛后的土样置于直径 20 cm、深 2 cm 的深色盛样皿中,装 满后将表面刮平。光源为 50 W 卤素灯,距土壤样本表面 50 cm,天顶角为 15°,8°视场角探头垂直土样表面, 距离为 10 cm。测量前对仪器进行暗电流及白板校正。测量每个土壤样本 4 个方向的光谱(转动盛样皿 3 次,

每次转动约90°),每个方向测5次,共20条光谱曲线,跳跃点校正后取均值作为该样本的光谱反射率^[28]。

3.4 数据处理

去除反射率光谱中噪声较大的 350~400 nm 和 2401~2500 nm 波段后,利用 Savitzky-Golay 滤波平滑去噪^[29-30]。 利用(2)式分别对原始光谱反射率 R、均方根 √R、倒数 1/R、对数 lg R、对数倒数 1/lg R 进行 0~2 阶微分处理(阶数 间隔为 0.2),并计算每种数学变换各阶微分与土壤含盐量的相关系数、标准差以及信息熵,通过对比分析每种变 换各阶微分相关系数、标准差和信息熵的变化趋势,探讨微分算法对土壤高光谱数据的影响。研究中分数阶微 分相关系数、标准差及信息熵的计算利用 Java 语言,在 Eclipse 4.5 平台上编程实现,计算结果保留小数点后 6 位。

4 结果与讨论

4.1 土壤样本反射光谱曲线

将290个土壤样本反射率按照文献[27]提供的标准分类后求平均,作为不同程度盐渍化土壤样本的光谱 反射率曲线,如图2所示。从图中可以看出,5条曲线形态上大致相似,有3个明显的水分吸收谷,分别位于 1400、1950、2350 nm 附近。在整个波段范围内,轻度与中度盐渍土差异较小;在800~1800 nm 范围内,盐土 的反射率明显高于其他几种程度的盐渍土;而在1850~2000 nm 范围内,反射率差异容易区分。



图2不同程度盐渍化土壤光谱反射率曲线

Fig.2 Spectral reflectance curves of soils with different degrees of salinization

4.2 相关系数变化趋势

光谱反射率与地表参数的相关性越高,光谱响应越敏感,在光谱建模时就越有可能入选特征波段。于是以原始光谱反射率R为例,将各阶微分值与土壤含盐量的相关系数在0.01水平下进行显著性检验(*Poot=0.152),



图 3 土壤原始光谱反射率各阶微分与含盐量相关系数。(a) 0~0.6 阶微分;(b) 0.8 阶微分;(c) 1 阶微分; (d) 1.2 阶微分;(e) 1.4 阶微分;(f) 1.6 阶微分;(g) 1.8 阶微分;(h) 2 阶微分

Fig.3 Correlation coefficients between salt content and each order derivative of raw spectral reflectance. (a) 0~0.6-order derivative; (b) 0.8-order derivative; (c) 1-order derivative; (d) 1.2-order derivative; (e) 1.4-order derivative;

(f) 1.6-order derivative; (g) 1.8-order derivative; (h) 2-order derivative

0330002-4

结果如图 3 所示。原始光谱反射率有大量的波段通过了显著性检验,但是随着微分阶数的增加,通过显著性检验的波段数量在减少。在 500~600 nm、1850~1900 nm等相关系数有降低趋势的波段内,随着阶数的增加,这种降低的趋势愈发明显;而在 1950~2050 nm、2150~2200 nm等相关系数有增加趋势的波段内,增加的趋势随着阶数的增加而更加剧烈。这表明分数阶微分算法能够细化相关系数曲线的变化趋势,但是随着阶数的增加,相关系数曲线波动较大,缺乏规律性。

从图 3 中无法看出原始光谱反射率 R 各阶微分与含盐量的相关系数通过 0.01 显著性检验的波段数量, 于是对 R、 \sqrt{R} 、1/R、 $\lg R$ 、 $1/\lg R$ 各阶微分与含盐量的相关系数通过 0.01 显著性检验的波段数量进行统 计,结果如表 2 所示。对于这 5 种光谱反射率形式,随着阶数的增加,通过检验的波段数量呈现减少的趋势, 但对 R、 \sqrt{R} 、1/R以及 $\lg R$ 而言,在总体减少的趋势下,局部呈现一定的反弹(对 R,0.4 阶多于 0.2 阶; 对 \sqrt{R} 与 $\lg R$,1.2 阶多于 1 阶; 对 1/R,1 阶多于 0.8 阶)。此外,在微分阶数一定的情况下,通过显著性检验的波段数 量由多至少的顺序为 $1/\lg R$ 、R、 \sqrt{R} 、 $\lg R$ 、1/R,即针对这 290 个土壤样本, $1/\lg R$ 提升相关性的效果优于 其他 3 种数学变换。

			1 0		
Order	R	\sqrt{R}	1/R	$\lg R$	$1/\lg R$
0	1904	1897	1856	1889	1927
0.2	1781	1773	1754	1766	1923
0.4	1784	1733	1588	1685	1869
0.6	1494	1366	576	1214	1801
0.8	1072	807	420	523	1600
1	563	480	548	495	1285
1.2	563	553	526	532	1017
1.4	491	465	378	431	895
1.6	387	342	234	301	739
1.8	309	256	157	211	672
2	260	216	123	177	630

表2 通过显著性检验的波段数量

Table 2 Number of bands that pass the significance test

4.3 标准差变化趋势

在统计学中,标准差是刻画整个样本变量分散程度的指标。若标准差较小,意味着样本的取值集中在 均值附近,差异性较小,反之,则表示样本的取值较为分散,差异性较大。统计每种数学变换各阶微分的总 的标准差,如表3所示。

观察表3发现, *R*、√*R*以及1/lg*R*的标准差均呈现先急后缓的下降趋势, 而对1/*R*和lg*R*两种变换, 标准差逐渐下降,在1.8阶微分处达到最小值,在2阶微分处有略微的反弹。对于分数阶微分算法, 随着微分阶数的增加, 高光谱数据总体的分布变得相对集中, 差异性逐渐降低, 对选择特征波段反演地表参数带来一定的困难。横向分析表3可知, 在阶数一定的前提下, 标准差从小到大依次为√*R*、lg*R*、*R*、1/*R*、1/lg*R*, 均方根和对数变换小幅降低了样本的差异性, 而倒数和对数倒数两种变换则大幅提高了样本的差异性。

Table 5 Statistical results of statistical deviation						
Order	R	\sqrt{R}	1/R	$\lg R$	$1/\lg R$	
0	161.7333	115.4691	739.8733	145.3423	1827.3938	
0.2	39.9736	28.5579	183.8919	35.9856	452.6796	
0.4	10.3226	7.4122	49.5710	9.4197	118.6038	
0.6	3.0065	2.1937	16.1464	2.8554	35.3376	
0.8	1.0793	0.8072	6.6851	1.0865	12.5562	
1	0.5016	0.3859	3.5358	0.5373	5.58989	
1.2	0.3710	0.2935	2.8307	0.4174	3.6730	
1.4	0.3210	0.2569	2.5421	0.3687	2.9677	
1.6	0.2989	0.2410	2.4323	0.34838	2.6489	
1.8	0.2895	0.2348	2.4039	0.3411	2.4979	
2	0.2879	0.2347	2.4332	0.3424	2.4398	

表 3 标准差统计值 Table 3 Statistical results of standard deviation

4.4 信息熵变化趋势

利用(3)式计算每个波段的信息熵并累加,作为总的信息熵值加以统计,并绘制信息熵值变化曲线,如图 4所示。

观察图4可知,信息熵随着阶数的增加逐渐减小,这意味着在阶数递增的过程中,高光谱数据中包含的信息无序度降低,信息的效用值增大,有效信息量也随之增大。微分阶数从0递增到2阶时,信息熵变化幅度从大到小依次为 \sqrt{R} 、lg*R*、*R*、1/*R*、1/lg*R*,这表明针对不同的数学变换,微分算法对增加有效信息量的效果存在一定的差异。同时,在阶数一定的条件下,5种高光谱数据数学变换有效信息量从大到小依次为 \sqrt{R} 、lg*R*、*R*、1/*R*、1/lg*R*。与4.3节结果相比,均方根和对数变换虽然降低了样本的差异性,但增加了高光谱数据的有效信息量;而倒数和对数倒数两种变换大幅提高样本差异性的同时,降低了有效信息量,也就是说,随着阶数的增加,标准差降低,土壤样本光谱的差异性减小,数据变得更加有序,包含在光谱数据中的有效信息量随着信息无序度的降低而增加。



图 4 信息熵变化趋势 Fig.4 Varying trend of information entropy

5 结 论

分数阶微分在阶数上将整数阶微分的概念进行了扩展,在阶数的选择上,突破了整数的限制,范围更加 广泛。众所周知,1阶微分是光谱曲线的斜率,2阶微分是光谱曲线斜率的变化率,而对于分数阶微分,当阶 数从0到1逐渐增加时,微分值对光谱反射率的敏感性降低,对光谱曲线斜率的敏感性增强;当阶数从1到2 逐渐增加时,微分值对光谱曲线斜率的敏感性降低,而对光谱曲线斜率的变化率敏感性增强^[31]。

选取新疆准噶尔盆地西南缘艾比湖流域的典型盐渍地290个土壤样本,将分数阶微分引入高光谱数据 预处理中,以室内测定的盐渍土光谱反射率数据为基础,对原始光谱反射率及其常用数学变换进行分数阶 微分处理,结合实测的土壤含盐量,从相关系数、标准差以及信息熵三个角度探讨了分数阶微分算法对盐渍 土高光谱数据的影响。主要结论如下:

1) 分数阶微分算法能够细化相关系数曲线的变化趋势,但是阶数增加到一定程度后,相关系数曲线波动较大,缺乏规律性;

2)随着分数阶微分阶数的增加,相关系数通过0.01显著性检验的波段数量总体上呈逐渐减少的趋势; 高光谱数据总体分布变得相对集中,样本差异性降低;信息熵逐渐减小,高光谱数据中包含的信息无序度变小,有效信息量增加;

研究主要基于实验室内测得的高光谱数据,由于室内与野外在土壤条件、光照、大气等方面存在较大差异,因此在今后的研究中,将分数阶微分公式推广至野外高光谱及Hyperion、HSI等星载高光谱传感器数据, 以期丰富数据预处理方法,为特征波段选择、定量反演地表参数等高光谱数据应用提供参考依据。

参 考 文 献

 Wu Yiquan, Zhou Yang, Long Yunlin. Small target detection in hyperspectral remote sensing image based on adaptive parameter SVM [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(9): 0928001.

吴一全,周 杨,龙云淋.基于自适应参数支持向量机的高光谱遥感图像小目标检测[J].光学学报,2015,35(9):0928001.

2 Yang Guiyan, Li Lu, Chen He, *et al.*. Baseline correction method for Raman spectra based on generalized Whittaker smoother[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(9): 0915003.

杨桂燕,李 路,陈 和,等.基于广义Whittaker平滑器的拉曼光谱基线校正方法[J].中国激光,2015,42(9):0915003.

- 3 Ben-Dor E, Inbar Y, Chen Y. The reflectance spectra of organic matter in the visible near-infrared and short wave infrared region (400-2500 nm) during a controlled decomposition process[J]. Remote Sensing of Environment, 1997, 61(1): 1-15.
- 4 Shi Tonglu, Liu Jianjun, Hong Zhi. Tunable continuous-wave terahertz radiation system based on photomixing[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(4): 0411001.

史同璐,刘建军,洪 治.基于光子混频的可调谐连续太赫兹波辐射系统[J].中国激光,2014,41(4):0411001.

- 5 Holden H, LeDrew E. Spectral discrimination of healthy and non-healthy corals based on cluster analysis, principal components analysis, and derivative spectroscopy[J]. Remote Sensing of Environment, 1998, 65(2): 217-224.
- 6 Tsai F, Philpot W. Derivative analysis of hyperspectral data[J]. Remote Sensing of Environment, 1998, 66(1): 41-51.
- 7 Lei Lei, Tashpolat Tiyip, Ding Jianli, *et al.*. Study on the soil salinization monitoring based on measured hyperspectral and HSI data[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2014, 34(7): 1948–1953.

雷 磊,塔西甫拉提·特依拜,丁建丽,等.实测高光谱和HSI影像的区域土壤盐渍化遥感监测研究[J].光谱学与光谱分析,2014, 34(7):1948-1953.

- 8 Mashimbye Z E, Cho M A, Nell J P, *et al.*. Model-based integrated methods for quantitative estimation of soil salinity from hyperspectral remote sensing data: A case study of selected South African soils[J]. Pedosphere, 2012, 22(5): 640-649.
- 9 Peng Jie, Liu Huanjun, Shi Zhou, et al.. Regional heterogeneity of hyperspectral characteristics of salt-affected soil and salinity inversion [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2014, 30(17): 167–174.
- 彭杰,刘焕军,史舟,等.盐渍化土壤光谱特征的区域异质性及盐分反演[J].农业工程学报,2014,30(17):167-174.
- 10 Xu Jigang, Feng Xinlu, Guan Liang, et al.. Fractional differential application in preprocessing infrared spectral data[J]. Control and Instruments in Chemical Industry, 2012, 39(3): 347-351.

徐继刚, 冯新泸, 管 亮, 等. 分数阶微分在红外光谱数据预处理中的应用[J]. 化工自动化及仪表, 2012, 39(3): 347-351.

- 11 Tarasov V E. On chain rule for fractional derivatives[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2016, 30(1): 1-4.
- 12 Baderia K, Kumar A, Singh G K. Hybrid method for designing digital FIR filters based on fractional derivative constraints[J]. ISA Transactions, 2015, 58: 493-508.
- 13 Zhang Jingjing, Jiang Yuesong, He Yuntao, *et al.*. Performance analysis of fractional Fourier transform optical imaging based on fractional Fourier-domain filtering[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1111003.

张静静, 江月松, 何云涛, 等. 分数域滤波的分数傅里叶变换光学成像性能分析[J]. 光学学报, 2011, 31(11): 1111003.

- 14 Xu S, Hu L Y, Huang J H. New fractional entangling transform and its quantum mechanical correspondence[J]. Chinese Optics Letters, 2015, 13(3): 030801.
- 15 Lu D, Jin W M. Fully phase color image encryption based on joint fractional Fourier transform correlator and phase retrieval algorithm [J]. Chinese Optics Letters, 2011, 9(2): 021002.
- 16 Bai Jing. Research on Discretization Methods of Fractional Order Model[D]. Dalian: Dalian Jiaotong University, 2009: 12-13. 白 晶. 分数阶模型的离散化方法研究[D]. 大连: 大连交通大学, 2009: 12-13.
- 17 Bhrawy A H, Taha T M, Machado J A T. A review of operational matrices and spectral techniques for fractional calculus[J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 81(3): 1023-1052.
- 18 Liang J, Shi Z, Li D, et al.. Information entropy, rough entropy and knowledge granulation in incomplete information systems[J]. International Journal of General Systems, 2006, 35(6): 641-654.
- 19 Dincer I, Cengel Y A. Energy, entropy and exergy concepts and their roles in thermal engineering[J]. Entropy, 2001, 3(3): 116-149.
- 20 Roulston M S. Estimating the errors on measured entropy and mutual information[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1999, 125(3): 285-294.
- 21 Yang Keming, Liu Shiwen, Wang Linwei, et al.. An algorithm of spectral minimum Shannon entropy on extracting endmember of

hyperspectral image[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2014, 34(8): 2229-2233.

杨可明, 刘士文, 王林伟, 等. 光谱最小信息熵的高光谱影像端元提取算法[J]. 光谱学与光谱分析, 2014, 34(8): 2229-2233.

22 Ai Tinghua, He Yakun, Du Xin. Information entropy change in GIS data scale transformation[J]. Geography and Geo-Information Science, 2015, 31(2): 7-11.

艾廷华,何亚坤,杜 欣.GIS数据尺度变换中的信息熵变化[J].地理与地理信息科学,2015,31(2):7-11.

23 Yuan Zhengwu, Jia Meimei. Improved positioning algorithm based on ray-tracing[J]. Application Research of Computers, 2012, 29(6): 2129-2131.

袁正午, 贾娟娟. 一种改进的射线跟踪定位算法[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(6): 2129-2131.

- 24 Liu D, Abuduwaili J, Lei J, *et al.*. Wind erosion of saline playa sediments and its ecological effects in Ebinur Lake, Xinjiang, China[J]. Environmental Earth Sciences, 2011, 63(2): 241-250.
- 25 Zhang F, Tiyip T, Johnson V C, et al.. The influence of natural and human factors in the shrinking of the Ebinur Lake, Xinjiang, China, during the 1972 2013 period[J]. Environmental Monitoring and Assessment, 2015, 187(1): 1-14.
- 26 Ardak·Kelimu, Tashpolat·Tiyip, Zhang Fei, *et al.*. Prediction model saline of soil and its validation based on thermal infrared emissivity spectrum[J]. Transactions of the Chinese Society Agricultural Engineering, 2015, 31(17): 115-120. 阿尔达克·克里木,塔西甫拉提·特依拜,张 飞,等.基于热红外发射率光谱的土壤盐分预测模型的建立与验证[J]. 农业工程 学报, 2015, 31(17): 115-120.
- 27 Liu Lei. Constitute and distributing character of salinity in soil in Xinjiang[J]. Arid Environmental Monitoring, 2009, 23(4): 227-229. 刘 蕾.新疆土壤盐分的组成和分布特征[J]. 干旱环境监测, 2009, 23(4): 227-229.
- 28 Zhou Qing, Zhou Bin, Zhang Yangzhu, *et al.*. Influence of parent materials on paddy soil hyperspectral characteristics and SOM spectral-parameter-models[J]. Acta Pedologica Sinica, 2004, 41(6): 905-911.
 周 清,周 斌,张杨珠,等.成土母质对水稻土高光谱特性及其有机质含量光谱参数模型影响的初步研究[J]. 土壤学报, 2004, 41(6): 905-911.
- 29 Yu Lei, Hong Yongsheng, Geng Lei, et al.. Hyperspectral estimation of soil organic matter content based on partial least squares regression [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2015, 31(14): 103-109.

于 雷,洪永胜, 耿 雷, 等. 基于偏最小二乘回归的土壤有机质含量高光谱估算[J]. 农业工程学报, 2015, 31(14): 103-109.

30 Wang Qianlong, Li Shuo, Lu Yanli, *et al.*. Nitrogen content inversion based on large sample soil spectral library[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(9): 0930003.

王乾龙,李 硕,卢艳丽,等.基于大样本土壤光谱数据库的氮含量反演[J].光学学报,2014,34(9):0930003.

31 Schmitt J M. Fractional derivative analysis of diffuse reflectance spectra[J]. Applied Spectroscopy, 1998, 52(6): 840-846.

栏目编辑: 吴秀娟