# 利用高能光电子的非对称性确定少周期激光的载波 相位

仝小刚<sup>1</sup> 王国利<sup>1</sup> 周效信<sup>1</sup> 陈长进<sup>2</sup>

1西北师范大学物理与电子工程学院,甘肃兰州 730070

<sup>2</sup>汕头大学理学院,广东汕头 515063

**摘要**提出了一种利用高能光电子的非对称角分布来确定少周期激光载波包络相位(CEP)的方法。通过二级强场 近似方法研究了隧穿电离区域氦原子在少周期激光驱动下阈上电离高能光电子角分布随载波相位的依赖关系,选 择合适能量范围的光电子分布,能够给出非对称参数随激光 CEP 的变化。研究结果表明,通过这种高能光电子得 到的非对称参数和由数值求解含时薛定谔方程(TDSE)得到的非对称参数随 CEP 的变化趋势符合得很好。由数值 求解 TDSE 获得的非对称参数包含了低能光电子的贡献,而二级强场近似的方法仅通过高能光电子得到,从而该方 法为实验测定激光的载波相位提供了方便。

关键词 非线性光学;强场近似;阈上电离谱;非对称参数;载波包络相位

中图分类号 0437 文献标识码 A

**doi**: 10.3788/AOS201636.0319002

## Carrier Phase Determination for Few-Cycle Laser Pulses Based on Asymmetry of Ionized High-Energy Electrons

Tong Xiaogang<sup>1</sup> Wang Guoli<sup>1</sup> Zhou Xiaoxin<sup>1</sup> Chen Zhangjin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou, Gansu 730070, China <sup>2</sup>College of Science, Shantou University, Shantou, Guangdong 515063, China

**Abstract** A method is proposed to determine the carrier envelope phase (CEP) for few-cycle laser pulses based on the asymmetry of the angular distributions of high-energy photoelectrons. The dependence of angular distributions of high-energy photoelectron for high-order above threshold ionization of helium in few-cycle laser pulses in the tunneling regime is investigated by using the second-order strong field approximation. By choosing the energy range in the photoelectron distributions appropriately, the dependence of the asymmetry parameter on the CEP can be obtained. Experimental results show that the change of the asymmetry parameter with the CEP obtained in the present work has the same trend with that from solving the time-dependent Schrodinger equation (TDSE). While in the TDSE calculations the contributions from the low energy photoelectrons are included, the asymmetry parameters obtained in the present work only account for the high-energy photoelectrons. Therefore, the proposed method provides a more convenient way for experimental determination of laser carrier phase. **Key words** nonlinear optics; strong field approximation; above threshold ionization spectra; asymmetry parameter; carrier-envelope phase

**OCIS codes** 190.7110; 190.4180; 190.3100

## 1 引 言

<u>随着激光技术的发展</u>,持续时间仅有几个光学周期的短脉冲(即少周期激光脉冲)已经在实验室得以实现 收稿日期: 2015-08-28; 收到修改稿日期: 2015-10-20

基金项目: 国家自然科学基金(11264036,11465016,11364038,11274219)

作者简介: 仝小刚(1975—), 男, 硕士研究生, 主要从事强场物理等方面的研究。E-mail: 422209032@qq.com

导师简介:周效信(1954—),男,教授,博士生导师,主要从事激光与物质相互作用方面的研究。

E-mail: zhouxx@nwnu.edu.cn(通信联系人)

<sup>11</sup>。描述少周期激光脉冲的重要参数之一就是载波包络相位(CEP),在少周期脉冲情况下,即使激光强度和载 波包络不变,如果CEP不同,则激光脉冲的电场强度也不同,这会直接影响到激光与物质相互作用的性质, 如对阿秒脉冲、分子动力学的相干控制<sup>[2]</sup>以及对其他性质的影响<sup>[3-4]</sup>。因此有必要对少周期激光脉冲的CEP 进行测量,测量的精度有利于更准确地描述少周期激光脉冲的性质,实现精确的相干控制。由于激光电场 随时间变化太快,目前从实验上无法直接对CEP进行测量,利用少周期激光与物质相互作用所发生的现象 来确定 CEP 就成为重要的方法。高次谐波或阈上电离随激光 CEP 变化的特点就能用来确定激光脉冲的 CEP,如Haworth等<sup>[5]</sup>使用高次谐波的半周期截至位置的特点萃取出激光的 CEP, Mackenroth等<sup>[6]</sup>提出利用电 子在超强激光场发射光子的角分布来测量CEP, Fetic等<sup>77</sup>提出可通过原子在等离激元环境下发射高次谐波 谱特点测定 CEP 等等。最近 Xiang 等<sup>181</sup>利用分子发射高次谐波的截止位置确定少周期激光的 CEP, Paulus 等<sup>191</sup> 利用阈上电离的特点从实验上发现高能电离电子与激光 CEP 有较强的依赖关系, Chen 等<sup>10</sup>利用定量重散射 模型研究了电离电子随 CEP 的变化, Chelkowski 等<sup>[11-12]</sup>利用数值求解含时薛定谔方程(TDSE)的方法得到电离 电子的非对称参数来确定少周期激光的 CEP。由于通过 TDSE 方法得到非对称参数是通过光电子的流密度 得到的,因此在非对称参数中既要考虑高能光电子的贡献,还要考虑低能光电子的贡献。但是由强场近似 理论<sup>[13]</sup>和实验结果<sup>99</sup>来看,CEP对高能光电子的影响较大,而对低能光电子的影响较小,因此在研究非对称参 数时可以不考虑低能光电子的影响,并且低能光电子容易受到外界干扰,这样在实验上仅对高能光电子去 测量也会更为方便。

由于二级强场近似方法能够分别描述低能光电子和高能光电子的发射,而高能光电子主要是由电子的 重散射过程主导的,其过程可以通过二阶强场近似得到,因此本文提出利用二阶强场近似计算光电子在沿 激光激化的两个相反方向附近的电离能量谱。通过计算发现,通过选择合适的光电子能量范围的电离信 号,所得到的非对称参数与TDSE方法得到的非对称参数随CEP变化规律相同,因此实验上确定少周期激光 的CEP时就不必考虑低能电子的贡献,这样实验上就能够进行更方便的测量。

## 2 强场近似理论

当原子在强激光场作用下发生单电离时,其电离振幅 
$$f(p)$$
 可表示为<sup>[14-15]</sup>(除特别说明外均使用原子单位)  

$$f(p) = -i \lim_{t \to \infty} \int_{-t}^{t} dt' \langle \Psi_{p}(t) | U(t,t') H_{i}(t') | \Psi_{0}(t') \rangle , \qquad (1)$$

式中  $\Psi_0(t')$  是原子基态波函数,  $\Psi_p(t)$  是电子动量为p的散射态波函数, U(t,t') 是总哈密顿算符  $H(t) = H_a + H_i(t)$ 的时间演化算符,其中  $H_a = -\frac{1}{2}\nabla^2 + V(r)$ 为原子的哈密顿算符, V(r)为原子的模型势,  $H_i(t) = r \cdot E(t)$  是偶极近似下激光场与原子的相互作用,这里 r 是光电子的位矢, E(t)是激光场的电场强度。将(1)式中的散射态波函数用 Volkov 波函数代替,将演化算符 U(t,t') 满足的 Dyson 方程迭代 1 次后代入(1)式,忽略第 2 项以后的高阶项(高阶项代表的是多次再碰撞过程,这种再碰撞过程在隧道电离区域对原子的电离贡献很小),于是得到二级强场近似下的电离振幅为

$$f(p) = f^{(1)}(p) + f^{(2)}(p) \quad , \tag{2}$$

式中 $f^{(i)}$ 为一阶电离振幅(简称SFA1),

$$f^{(0)}(p) = -\mathbf{i} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t < \boldsymbol{\chi}_{p}(t) \left| \boldsymbol{H}_{i}(t) \right| \boldsymbol{\Psi}_{0}(t) \rangle , \qquad (3)$$

式中 $\chi_{\mu}$ 是Volkov态的波函数,

$$\left|\chi_{p}(t)\right\rangle = \left|p + A(t)\right\rangle \exp\left[-\mathrm{i}S_{p}(t)\right] \quad , \tag{4}$$

式中 $|p\rangle$ 是动量为p的平面波, A(t)是激光场电场分量的矢势,  $S_p(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{t} dt' [p + A(t')]^2$ 是电子的准经典作用量。

(2)式中的第2项 f<sup>(2)</sup> 为二阶电离振幅(简称 SFA2),通过鞍点积分法将动量积分后简化为

$$f^{(2)}(p) = -\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t' \left[ \frac{2\pi}{\varepsilon + \mathrm{i}(t-t')} \right]^{3/2} \left\langle \chi_{p}(t) \middle| V(r) \middle| \chi_{k_{s}}(t) \right\rangle \times \left\langle \chi_{k_{s}}(t') \middle| H_{i}(t') \middle| \Psi_{0}(t') \right\rangle, \tag{5}$$

式中 $\varepsilon$ 是正的小量,为了防止当 $t \to t'$ 时积分发散而引入的,  $|\chi_{k_s}(t)\rangle$ 是动量为 $k_s$ 的 Volkov 波函数,其中

 $k_{s} = -\frac{1}{t-t'} \int_{t'}^{t} dt'' A(t'') 为 鞍点动量。$ 

需要指出的是(2)式中的一阶近似项  $f^{(0)}$ 给出直接电离电子的振幅,得到的是动能小于 2  $U_p$  的低能光电子的振幅( $U_p = E_0^2/4\omega^2$ ,为自由电子在激光场中的有质动力能, $E_0$ 为激光电场的振幅, $\omega$ 为激光的角频率), 二阶近似项  $f^{(2)}$ 描述的是电子与母离子重散射后被电离的过程,通常给出的是高能光电子的电离振幅,经典分析表明<sup>[16]</sup>,其动能分布范围在 2 $U_p \leq E \leq 10U_p$ 之间。

由电离振幅可以得到电子电离几率的动量分布为

$$\frac{\mathrm{d}^{3}P}{\mathrm{d}^{3}p} = \left| f(p) \right|^{2} \quad . \tag{6}$$

对线性极化的激光场,体系具有柱对称性,若取激光极化方向为z轴,则光电子的两维动量谱为

$$\frac{\mathrm{d}^2 P}{\mathrm{d}E \,\mathrm{d}\theta} = 2\pi \left| f(p) \right|^2 p \sin \theta \quad , \tag{7}$$

式中 θ 为电子动量 p 与z轴之间的夹角。通过对(7)式的 θ 进行积分,得到光电子的能量谱为

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}E} = 2\pi \int_0^\pi \left| f(p) \right|^2 \sqrt{2E} \sin\theta \mathrm{d}\theta \quad , \tag{8}$$

式中E为光电子的动能。

因为着重研究氦原子在少周期激光场中的电离,所以取哈密顿量中的氦原子模型势为[15]

$$V(r) = -\left[1 + a_1 \exp(-a_2 r) + a_3 r \exp(-a_4 r) + a_5 \exp(-a_6 r)\right]/r \qquad , \tag{9}$$

式中参数 a<sub>i</sub>(i=1, ……, 6)都已在文献[17]中给出。

3结果与讨论

计算中采用的波长为800 nm,脉冲持续时间为5个光学周期(对应脉冲的半峰全宽为4.7 fs)的线偏振激 光场电场分量为

$$E(t) = E_0 a(t) \cos(\omega t + \varphi) z , \qquad (10)$$

式中  $E_0$ 是电场振幅,  $\omega$  为角频率,  $\varphi$  为激光的 CEP, a(t) 为脉冲包络, 取为  $a(t) = \cos^2(\pi t/\tau)$ ,  $\tau$  为脉冲持续的 时间。图1给出了少周期激光脉冲的 CEP 取两个不同值时的电场随时间变化。 由图1可以看出, 在其他参量保持不变情况下,当 CEP 取不同值时, 电场峰值沿 z 轴正、负两个方向是不同的。而电离几率主要取决于 电场峰值的大小, 因此, 这种 CEP 的变化会引起两个相反方向的电离信号不同。



图1 脉冲宽度为5T时激光的归一化电场

Fig.1 Normalized electric field with 5T pulse width of laser

首先用 SFA1和 SFA2计算了氦原子在少周期激光场中电离的光电子能谱,激光强度为 2.0×10<sup>14</sup> W/cm<sup>2</sup>,计 算结果如图 2 所示。由图 2 可以看出,电子能谱呈现出典型的平台结构,当光电子能量低于 2 U<sub>p</sub>,电离的主要 贡献来源于 SFA1,这一部分对应的是直接电离;而高能光电子主要是来自于 SFA2的贡献,对应于重散射后的 电离,其截至位置的能量约为 10 U<sub>p</sub>,这与经典的估算是一致的。光电离能谱平台区域的贡献主要是 SFA2,这 一部分电子称为高能光电子。两个方向上的电离几率由分别对 θ从 0~10°和 170~180°积分求出。还可以看出, 对于低能光电子而言,由 SFA1 给出的电离能谱沿 z 轴的两个相反方向(实验上常称为左、右方向,下面分别称为 正、负方向,)几乎没有差别,而由SFA2给出的高能光电子在不同方向上的电离几率是不同的。



图2 氦原子阈上电离能谱( $\varphi=0$ )

Fig.2 Above-threshold ionization spectrum of helium( $\varphi = 0$ )

图 3 为当激光强度为 4×10<sup>4</sup> W/cm<sup>2</sup> (波长为 800 nm)情况下,激光的 CEP 取不同数值时,由 SFA 计算得出 的氦原子电离能谱在正、负两个相反方向上的分布,其中 0~10°和 170~180°分别表示正、负方向的能谱。由 图 3 可以看出,在低能区,虽然电子产额很高,但是在两个方向上的差别很小,而在高能区,两者的差别非常 明显,且 CEP 取不同数值时,两个方向能谱的差别是不同的,由图 3 还可以看出,当 CEP 取 0 和π时,电子能谱 在两个相反方向上刚好互换;当 CEP 分别取 π/2 和 3π/2 时也是如此,因为当 CEP 相差 π 时,激光的电场分量 刚好相反。由此可以断定这些高能光子能谱的差别将随 CEP 变化,而利用这种变化规律反过来就能够确定 激光的 CEP。 仿照文献[12]定义不对称参数

$$\alpha = (P_{+} - P_{-})/(P_{+} + P_{-}) \quad , \tag{11}$$

式中 P<sub>+</sub>、P<sub>-</sub>分别表示在一定能量间隔内,光电子动量分布在正、负方向附近的电离信号,可表示为

$$\begin{cases} P_{+} = 2\pi \int_{E_{1}}^{E_{2}} dE \int_{0}^{\theta_{0}} |f(p)|^{2} \sqrt{2E} \sin \theta d\theta \\ P_{-} = 2\pi \int_{E_{1}}^{E_{2}} dE \int_{\pi^{-\theta_{0}}}^{\pi} |f(p)|^{2} \sqrt{2E} \sin \theta d\theta \end{cases},$$
(12)

式中 00=10°。





由图3可知,在较宽的能量范围内,光电子在正、负两个方向上的分布都依赖于激光的CEP,且在两个方向上的电离几率差别较大。如何能够使非对称参数敏感地依赖于CEP变化,就需要选择一定能量范围的光电子信号,即选定(12)式中合适的能量积分区间 $E_1$ 和 $E_2$ 。两个方向上的电离几率在高能区差别较大,如果选择的能量范围太窄,则(10)式中的 $P_+ - P_-$ 值在CEP变化时几乎不变, $P_+ + P_-$ 也变化很小,就会导致CEP变化,而非对称参数  $\alpha$  几乎不变。而在另一些情况下(即两方向电离差别很小时),  $\alpha$  值随 CEP变化很快,图4(a)给出了能量积分范围为  $8U_p \sim 10U_p$ 时,得到的计算结果,这样就很难从电离的非对称参数确定 CEP,特别是在缓变区更是如此。如果将 $E_1$ 和 $E_2$ 选择的范围变宽,就会避免这种情况的发生,将 $E_1$ 和 $E_2$ 分别选为4 $U_p$ 和  $10 U_p$ 来计算反对称参数  $\alpha$ ,其计算结果在图 4(b)中给出。由图 4 可知,当光强在  $1 \sim 4 \times 10^{14}$  W/cm<sup>2</sup>范围内,非对称参数  $\alpha$ 值均随激光的 CEP 呈现出规律变化,与图 4(c)中 TDSE 计算结果进行比较,除了数值上有差别外,其变化趋势完全相同。图 4(d)为当 I =  $1.5 \times 10^{14}$  W/cm<sup>2</sup> 时,所计算的非对称参数(实线)与拟合曲线(虚线)的结果。



图 4 SFA2 计算的氦原子的非对称参数随 CEP 的变化。 (a) 能量范围在  $8U_p \sim 10U_p$  时的非对称参数; (b) 不同强度下,能量范围 在  $4U_p \sim 10U_p$  时的非对称参数; (c) TDSE 计算结果; (d) 非对称参数(实线)与拟合曲线(虚线)的结果

Fig.4 Asymmetric parameters of helium atom with the CEP by SFA2. (a) Asymmetric parameter in the energy range  $8U_p \sim 10U_p$ ; (b) asymmetric parameters in the energy range  $4U_p \sim 10U_p$  under different intensities; (c) result of TDSE; (d) result of asymmetric parameters (solid line) and the fitted curve (dashed line)

数值上的差别主要来源于两方面的原因:1) 在 TDSE 计算中  $\theta_0$  取 15°, 而在本文计算中  $\theta_0$  取 10°, 动量分 布范围的不同会引起原子电离信号数值的不同;2) TDSE 计算中所得到的电离信号是使用几率流密度得到 的,这会导致在得到非对称参数时既包含了低能光电子的贡献,也包含了高能光电子的贡献。虽然通过选 择合适的边界  $r_0$ ,可以将能量很低的光电子除去,比如按照文献[12]的估算仅将能量小于 0.23 eV 的光电子除 去,并且在计算  $I = 1.0 \times 10^{14}$  W/cm<sup>2</sup> 情况下,这一能量相当于 0.04  $U_p$ ,仍然属于能量很低的光电子,但是这种 数值上的差别并没有影响非对称参数随 CEP 变化的趋势。另外,实验上测定非对称参数时需要在光电子路 径上加一排斥势<sup>[18]</sup>,使得低能光电子不能跨过这一势垒到达探测器,因此测量的电子信号也是高能电子,这 与使用 SFA2得到的结果具有同等作用。由图 4(b)可以看出,非对称参数的曲线随 CEP 变化类似于有一定相 移的正弦函数(或余弦函数),通过曲线拟合可以发现这一函数可以取为  $y = y_0 \sin(\varphi + \pi/3)$  (其中  $\varphi$  为激光的 CEP)。图 4(d)给出了当激光光强为  $I = 1.5 \times 10^{14}$  W/cm<sup>2</sup> 时得到非对称参数(实线)和拟合得到的结果(虚线),两

#### 光学学报

者符合得很好,说明计算的结果非常接近正弦函数  $y = 076 \sin(\varphi + \pi/3)$ 。因此可见,实验上测量少周期激光场的 CEP,可以通过激光驱动氦原子,仅测量正、负两个相反方向上光电子能量范围在  $4U_{p} \sim 10U_{p}$ 之间的电离信号,得出非对称参数的变化趋势,并与拟合曲线  $y = y_{0} \sin(\varphi + \pi/3)$ 进行比较,就能够很方便地确定 CEP 的 值,这里  $y_{0}$ 可取任意值,取决于所测光电子动量的角分布范围。

### 4 结 论

由于少周期激光脉冲的电场强度依赖于激光的 CEP,不同 CEP 的激光作用在原子上会对光电子在空间 产生不同的分布,利用这个特点,通过二级强场近似理论,研究了在隧穿区域不同强度的少周期激光驱动下 氦原子的阈上电离的性质。研究结果表明,不同能量的光电子在沿激光极化的两个相反方向上对 CEP 的响 应不同,通过光电子电离信号的空间分布来确定激光的 CEP 则需一个物理量跟随 CEP 变化,非对称参数α 能够描述光电子在空间的分布与 CEP 的依赖关系,要想得到光电子的非对称参数和 CEP 具有确定的一一对 应关系,则需选择合适能量范围的光电子分布来计算非对称参数。结果表明当选择光电子能量在 4U<sub>p</sub>~10U<sub>p</sub>范围内时,由 SFA2得到的非对称参数随少周期激光脉冲的 CEP 变化具有这种性质,在 CEP 变化 的 2π范围内,非对称参数与 CEP 都有确定的对应关系,从而通过测量少周期激光脉冲驱动原子的电离信号 得到非对称参数,进而就能确定激光的 CEP,且得到的结果与用 TDSE 得到的结果符合得很好。选择高能光 电子信号作为确定少周期激光 CEP 数值具有的优点是,在实验上低能光电子一般容易受到外界的干扰,使 得进行精确测量较为困难,用高能光电子信号,更容易排除外界的干扰,有利于进行精确的测量,从而为实 验测量提供了便利。通过拟合由 SFA2获得的非对称参数随 CEP 变化的规律,能够获得一个具有相移的正 弦曲线,这样实验上测定非对称参数后,通过与该正弦曲线进行比对,从而确定激光的 CEP。

#### 参考文献

- 1 Krausz F, Ivanov M. Attosecond physics[J]. Rev Mod Phys, 2009, 81(1): 163-234.
- 2 Wittmann T, Horvath B, Helml W, *et al.*. Single-shot carrier envelope phase measurement of few-cycle laser pulses[J]. Nat Phys, 2009, 5(5): 357-362.
- 3 Chen Jianguo, Zhang Jing, Li Dayi. Carrier phase modified temporal characteristics of few-cycle Guassian pulses[J]. Chinese J Lasers, 2003, 30(3): 236-238.

陈建国,张 菁,李大义.载波相位引起高斯脉冲时间特性的变化[J].中国激光, 2003, 30(3): 236-238.

- 4 Peng Yan, Xu Han, Yang Xuan, *et al.*. Generation of carrier envelope phase stabilized 6 fs ultrashort pulses and their application in high order harmonic generation[J]. Chinese J Lasers, 2006, 33(11): 1486–1489.
- 彭 滟,徐 晗,杨 旋,等.载波包络相位稳定的6fs超快强激光脉冲及其在高次谐波产生中的应用[J].中国激光,2006,33 (11):1486-1489.
- 5 Haworth C A, Chipperfield L E, Robinson J S, *et al.*. Half-cycle cutoffs in harmonic spectra and robust carrier-envelope phase retrieval [J]. Nat Phys, 2007, 3(1): 52-57.
- 6 Mackenroth F, Piazza A D, Keitel C H. Determining the carrier-envelope phase of intense few-cycle laser pulses[J]. Phys Rev Lett, 2010, 105(6): 063903.
- 7 Fetic' B, Miloševic' D B. Carrier-envelope-phase control of plasmonic field enhanced high-order harmonic generation[J]. J Mod Opt, 2013, 60(17): 1466-1474.
- 8 Xiang Y, Lu J, Niu Y, et al.. Measuring the carrier-envelope phases of few-cycle laser pulses using the high-order harmonic spectrum from asymmetric molecules[J]. Journal of Physics B, 2015, 48(13): 135601.
- 9 Paulus G G, Lindner F, Walther H, et al.. Measurement of the phase of few-cycle laser pulses[J]. Phys Rev Lett, 2003, 91(25): 253004.
- 10 Chen Z J, Wittmann T, Horvath B, *et al.*. Complete real-time temporal waveform characterization of single-shot few-cycle laser pulses [J]. Phys Rev A, 2009, 80(6): 061402.
- 11 Chelkowski S, Bandrauk A D. Asymmetries in strong-field photoionization by few-cycle laser pulses: Kinetic-energy spectra and semiclassical explanation of the asymmetries of fast and slow electrons[J]. Phys Rev A, 2005, 71(5): 053815.
- 12 Chelkowski S, Bandrauk A D, Apolonski A. Phase-dependent asymmetries in strong-field photoionization by few-cycle laser pulses[J]. Phys Rev A, 2004, 70(1): 013815.

- 13 Miloševic' D B, Paulus G G, Becker W. High-order above-threshold ionization with few-cycle pulse[J]. Opt Express, 2003, 11(12): 1418-1429.
- 14 Chen Z, Morishita T, Le A T, et al.. Analysis of two-dimensional high-energy photoelectron momentum distributions in the single ionization of atoms by intense laser pulses[J]. Phys Rev A, 2007, 76(4): 043402.
- 15 Zhou X X, Chen Z, Morishita T, et al.. Retrieval of electron-atom scattering cross sections from laser-induced electron rescattering of atomic negative ions in intense laser fields[J]. Phys Rev A, 2008, 77(5): 053410.
- 16 Joachain C J, Kylstra N J, Potvliege R M. Atoms in Intense Laser Fields[M]. New York: Cambridge University Press, 2012: 267-323.
- 17 Tong X M, Lin C D. Empirical formula for static field ionization rates of atoms and molecules by lasers in the barrier-suppression regime [J]. Journal of Physics B, 2005, 38(15): 2593-2600.
- 18 Kielpinski D, Sang R T, Litvinyuk I V. Benchmarking strong-field ionization with atomic hydrogen[J]. Journal of Physics B, 2014, 47(20): 204003.

栏目编辑:史 敏