涡旋光束在湍流大气中的光束扩展

葛筱璐^{1,2} 王本义¹ 国承山¹ ¹山东师范大学物理与电子科学学院,山东济南 250014 ²山东理工大学理学院,山东 淄博 255049

摘要 涡旋光束在湍流大气中传输时,其振幅和相位会发生随机起伏,导致在接收平面处的光强起伏及光束扩展 等。以低阶拉盖尔-高斯涡旋光束为例,利用激光大气传输四维程序数值模拟了不同条件下的涡旋光束在湍流大 气中传输时引起的光束扩展。由模拟结果可知,传输距离越长或湍流越强,涡旋光束在大气中传输时的束宽扩展 受湍流的影响越大;涡旋光束的拓扑荷数越高、光束的束腰越小或光波的波长越长,其束宽扩展受大气湍流的影响 越小。湍流的内尺度和外尺度也会影响涡旋光束的光束扩展,但影响程度相对较小。另外,通过计算仿真还比较 了涡旋光束和普通高斯光束在湍流大气中传输时引起的光束扩展的差异。

关键词 大气光学;光束扩展;数值模拟;涡旋光束

中图分类号 0438;TN929.12 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201636.0301002

Beam Broadening of Vortex Beams Propagating in Turbulent Atmosphere

Ge Xiaolu^{1,2} Wang Benyi¹ Guo Chengshan¹

¹School of Physics and Electronics, Shandong Normal University, Jinan, Shandong 250014, China ²School of Science, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong 255049, China

Abstract When the vortex beam propagates through the turbulent atmosphere, the random variations will be produced in the amplitude and phase of the beam. And the intensity fluctuations and spread of the radiation pattern will be induced at the observation plane. some results about the vortex beams broadening are obtained by numerical modeling using four-dimension code when the vortex beams propagate through the turbulent atmosphere under different conditions. The vortex beams are the lower order Laguerre–Gaussian modes. The results indicate that if the propagation distance is longer or the turbulence is stronger, the beam broadened by the turbulence will be more severe. And if the topological charge is higher, or the beam's waist width is narrower, or the wavelength is longer, the beam broadened by the turbulence will be smaller. Though the inner scale and the outer scale of turbulence have an effect on the beam broadening, the influence of them is relatively weak. In addition, the broadening of vortex beam and fundamental Gauss beam through the turbulent atmosphere are compared numerically. **Key words** atmospheric optics; beam broadening; numerical simulation; vortex beam

OCIS codes 010.1290; 010.1300; 010.1330; 050.4865

1 引 言

涡旋光束¹¹是一种具有相位奇点或螺旋形相位波前的特殊光场,其相位分布函数中含有与螺旋方位角θ 成正比的一项:exp(ilθ),l为整数,又被称作为"拓扑荷"。涡旋光场中的每个光子具有确定的轨道角动量 lħ。

收稿日期: 2015-09-27; 收到修改稿日期: 2015-10-31

基金项目:国家自然科学基金(11474186, 11304184)、山东省自然科学基金(ZR2013FM007)、山东省高等学校科技计划项目 (J13LN28)

作者简介: 葛筱璐(1979—),女,博士研究生,讲师,主要从事激光大气传输及信息光学方面的研究。E-mail: xlge@sdut.edu.cn 导师简介: 国承山(1958—),男,博士,教授,主要从事现代光学和光学信息处理等方面的研究。

E-mail: guochsh@sdnu.edu.cn(通信联系人)

光学涡旋由于具有特殊的波前结构和确定的光子轨道角动量,在光学信息传输、光学微操纵、量子信息编码、微粒波导等领域¹²⁻⁶得到了广泛应用。

由于涡旋光束的拓扑荷可以为任意整数,理论上可以构成无穷维希尔伯特空间⁽⁷⁾,所以利用轨道角动量 进行自由空间光通讯可以提高通信系统的容量。另外,利用光子的轨道角动量编码比传统的二进制编码 更安全,具有防窃听的优点。在远程光通信中,相比于普通的高斯光束,涡旋光束在大气中传输时受湍流的 影响而导致的光束畸变要小^[2,8-10]。另外,Gbur等^[11-12]证明,涡旋光束的拓扑荷是一个相当稳定的量,在湍流大 气中可以传播相当长的距离而不发生改变,因而在光通信中可以作为信息的载体。众所周知,当光波在湍 流大气中传输时,大气折射率的随机起伏,将导致光波的波前畸变和振幅起伏,从而引起光强闪烁、光斑抖 动、光束扩展和漂移等一系列的湍流效应,这些效应会严重影响传输光束的质量,增加通信系统的误码率或 中断光信号的传输,降低通信系统的性能。因此,大气湍流与涡旋光束的相互作用机理成为空间光通信系 统急需研究解决的主要问题之一。近年来,国内外学者对不同类型的涡旋光束在湍流大气中的传输特性进 行了研究^[9-31]。其中,王涛等^[9-10]以拉盖尔-高斯(LG)光束为例研究了湍流强度和涡旋光束的拓扑荷数对光强 分布的影响;黎芳等^[24-3]研究了LG光束在湍流大气中的强度分布、相位分布以及螺旋谱分布等;朱开成等^{[18} ²⁷研究了贝塞尔-高斯涡旋光束在湍流大气中传输时光束的拓扑荷数、湍流强度和光束束腰对光强分布的影 响。而对于涡旋光束在湍流大气中传输时光束扩展方面的研究,王涛等1°-10从理论和实验上证明了湍流导致 的涡旋光束的扩展要比高斯光束的扩展小得多;Lukin等19通过数值模拟也证实了涡旋光束在湍流大气中传 输时引起的光束扩展要比高斯光束扩展小得多,并给出了涡旋光束在湍流大气中传输时其归一化有效束宽 (即光束在湍流大气中传输至某一位置处的有效束宽半径与发射位置处光束的有效束宽半径的比值)与拓扑 荷数的关系,证明了涡旋光束的拓扑荷数越高,光束的扩展越小。另外,Wang等^[27-28]通过理论推导得到了 部分相干涡旋光束在湍流大气中传输时的光强分布和二阶矩束宽的解析表达式并数值模拟了湍流强度、光 束阶数、横向相干长度及波长等对光强和光束扩展的影响。 柯熙政等[29]通过数值仿真研究了不同初始光束 半径和光束相干参数的部分相干光束通过大气湍流后光束扩展半径随湍流强度和传播距离的变化关系。 李晋红等^[30-31]采用二阶矩束宽、相对二阶矩束宽和归一化束宽对比研究了涡旋光束在湍流大气中的束宽扩 展,发现相对二阶矩束宽更能直观表述光束抗拒湍流影响的能力。已知当涡旋光束在湍流大气中传输时, 影响光束扩展的参量包括两部分:传输介质参量和涡旋光束初始参量。其中,传输介质参量包括湍流强度、 湍流内尺度、湍流外尺度(当然这跟选取的湍流谱有关)和传输距离等;涡旋光束初始参量包括拓扑荷数、光 波波长和光束束腰等。本课题组采用相对二阶矩束宽全面探讨了涡旋光束在湍流大气中传输时,湍流强 度、湍流内尺度、湍流外尺度、传输距离以及入射涡旋光束的波长、拓扑荷数、束腰等参量对光束扩展的影 响,并比较了涡旋光束和普通高斯光束在相同条件下的湍流大气中传输时引起的光束扩展的差异。

由于LG光束是最基本也是最典型的涡旋光束,任一涡旋光束可以简单地看作为LG模的线性叠加。本 文以LG涡旋光束为例,利用激光大气传输四维程序¹²³数值模拟了该光束在在湍流大气中的传输,并采用相 对二阶矩束宽讨论了涡旋光束在湍流大气中传输时引起的光束扩展。

2 LG涡旋光束在湍流大气中传输的理论分析

假设一束沿z轴正方向传输的LG涡旋光束,其在源平面z=0处的光场表达式为

$$U_{nm}(r,\theta) = C_{nm} \left(\frac{\sqrt{2} r}{\omega_0}\right)^{|m|} L_n^{(m)} \left(\frac{2r^2}{\omega_0^2}\right) \exp\left(im\theta - r^2/\omega_0^2\right),\tag{1}$$

式中(r, 0)为源平面的极坐标, C_{nm}为归一化常数, ω₀为束腰宽度, L_n^(m)为缔合拉盖尔多项式, n 表示光束的径向 阶数(模系数), m 表示光束的角向阶数, 也被称为涡旋光束的拓扑荷。

基于广义的惠更斯-菲涅尔原理,在Rytov近似条件下,光波在湍流介质中传输至z处,其光场可表示为

$$U(\boldsymbol{\rho}, z) = -\frac{\mathrm{i}}{\lambda z} \exp(\mathrm{i}kz) \iint_{\mathcal{I}} U(r, \theta) \exp\left[\frac{\mathrm{i}k}{2z} (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{r})^2\right] \exp[\psi(r, \boldsymbol{\rho}, z)] r \mathrm{d}r \mathrm{d}\theta , \qquad (2)$$

式中 r,ρ 分别为源平面和输出平面的位置矢量, $U(r, \theta)$ 为源平面的光场, $\Psi(r,\rho,z)$ 为光束从源平面传输到接

收平面的过程中大气湍流对其复相位的扰动, k=2π/λ为波数, λ为光波的波长。在输出平面的光强可以表示为^{19-10]}

$$I(\rho,z) = \frac{k^2}{z^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \exp\left[-\left(\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2}\right) (r_1^2 + r_2^2)\right] \exp\left[-\frac{ik}{2z} (r_1^2 - r_2^2)\right] J_n\left(\frac{k\rho r_1}{z}\right) \times J_n\left(\frac{k\rho r_2}{z}\right) I_{n+m}\left(\frac{2r_1r_2}{\rho_0^2}\right) r_1 r_2 dr_1 dr_2, \quad (3)$$

式中 r_1 和 r_2 分别表示源平面内任意两点的位置矢量的模; ρ 为输出平面内任一点位置矢量的模; $\rho_0=(0.545 C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$ 为球面波在湍流介质中传输时的大气相干长度, C_n^2 为大气折射率结构常量,表征了大气湍流的强弱; J_n 为n阶贝塞尔函数; I_{n+m} 为第n+m阶修正贝塞尔函数。为了计算方便,取LG涡旋光束的径向阶数n为零,即选取的是低阶LG涡旋光束。

当涡旋光束在湍流大气中传输时,在衍射效应和湍流效应的共同作用下,传输介质会导致光束扩展。 光束束宽的定义有多种,用二阶矩半径定义的光束束宽在理论上最为严格^[33]。如果光斑的质心定义为

$$\rho_{e} = \frac{\int \rho I(\rho, z) d^{2} \rho}{\int \langle I(\rho, z) \rangle d^{2} \rho},$$
(4)

则光束的二阶矩半径定义为

$$\overline{\rho^2(z)} = \frac{\iint (\rho - \rho_{\circ})^2 I(\rho, z) \mathrm{d}^2 \rho}{\iint I(\rho, z) \mathrm{d}^2 \rho},$$
(5)

光束的相对二阶矩束宽定义为光束在湍流大气中传输的二阶矩半径的算术平方根与自由空间中相同传输 距离处的二阶矩半径的算术平方根的比值,即

$$R_{\rm rel} = \left(\overline{\rho_{\rm turb}^2}\right)^{1/2} / \left(\overline{\rho_{\rm free}^2}\right)^{1/2},\tag{6}$$

该比值越小,说明光束扩展受湍流的影响越小。即光束的相对二阶矩束宽可以用来比较光束参数变化时, 与自由空间相比,在湍流大气中光束束宽扩展受湍流影响的大小。

3 LG涡旋光束在湍流大气中的光束扩展

当涡旋光束沿z轴正方向传播时,传播方程为经过傍轴近似的抛物型方程:

$$2ik\frac{\partial U}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 U + 2k^2 n_1 U = 0 , \qquad (7)$$

式中, ∇²₁ = ∂²/∂²_x + ∂²/∂²_y 为拉普拉斯算符; n₁为大气折射率的起伏, U为所需要求得的光场。(7)式的数值求解 一般采用多层相位屏傅里叶变换法^[34-36], 所以利用多层相位屏的快速傅里叶变换法模拟了大气湍流对 LG 光 束的影响并用 von Karman 谱来描述大气湍流, 其表达式为

$$\Phi_{n}(\kappa) = 0.033 C_{n}^{2} \frac{\exp(-\kappa^{2}/\kappa_{m}^{2})}{(\kappa^{2} + \kappa_{0}^{2})^{11/6}},$$
(8)

式中, κ为空间波数; κ_m=5.92/l₀, l₀为湍流内尺度κ₀=2π/L₀, L₀为湍流外尺度。

图 1 为波长 1.55 μm、束腰 0.05 m、拓扑荷分别取 1 和 4 的 LG 涡旋光束在发射平面 z=0 处及在湍流强度为 C²_n =10⁻¹⁵ m⁻²³的大气中传输至 z=10 km 处得到的光强和相位分布图。其中图 1(a)~(d)分别为 m=1 的 LG 涡旋光 束在 z=0 处和 z=10 km 处的光强和相位分布图;图 1(e)~(h)分别为 m=4 的 LG 涡旋光束在 z=0 处和 z=10 km 处的 光强和相位分布图。由图 1(a)和图 1(e)可知, LG 涡旋光束的光强分布图为圆环状,且拓扑荷数越高,光强的 圆环半径越大,环形光束中心处光强为零的半径也越大。另外,从图 1(c)~(d)和(g)~(h)中可以看出,当涡旋光 束在湍流大气中传输时,光束被展宽且光强和相位受到了严重破坏。

图 2 给出了波长为 1.55 μm、拓扑荷为 2、束腰为 0.05 m的 LG 涡旋光束及相同波长和束腰的普通高斯光 束分别在湍流大气中传输至 1 km 处时,两种光束的相对二阶矩束宽随湍流强度的变化情况。从图中可以看 出,涡旋光束和普通高斯光束的相对二阶矩束宽都是随湍流强度的增强而增大,这说明湍流所造成的两种 光束的束宽扩展要比衍射效应引起的束宽扩展大得多。当 *C*²_n =10⁻¹³ m^{-2/3}时,涡旋光束的二阶矩半径几乎是 自由空间中的4倍,而普通高斯光束的二阶矩半径是自由空间中的6倍,即湍流越强,两种光束的扩展越严重,受湍流的影响程度越大,且普通高斯光束由湍流引起的光束扩展要比涡旋光束的扩展大得多。



图 1 LG 涡旋光束在发射平面和接收平面的光强和相位分布图。(a)~(d) m=1; (e)~(h) m=4; (a), (e) z=0, 光强; (b), (f) z=0, 相位; (c), (g) z=10 km, 光强; (d), (h) z=10 km, 相位

Fig.1 Intensity and phase distributions of LG vortex beams on the input plane and receiver plane. (a)~(d) m=1; (e)~(h) m=4;
(a), (e) z=0, intensity; (b), (f) z=0, phase; (c), (g) z=10 km, intensity; (d), (h) z=10 km, phase

图 3 给出了与图 2 相同参数的 LG 涡旋光束和普通高斯光束分别在湍流强度为 C²_n =10⁻¹⁵ m⁻²³ 的大气中(固 定湍流外尺度为 100 m)传输至 3 km 处时,两种光束的相对二阶矩束宽随湍流内尺度的变化。从图中可以看 出,两种光束的相对二阶矩束宽均随湍流内尺度的增加而减小,且湍流内尺度对涡旋光束扩展的影响程度 要小于普通高斯光束。当湍流内尺度增加了 11 倍(由 0.005 m 增加至 0.06 m)时,涡旋光束的相对二阶矩束宽 减少了 19%(由 1.39 降低至 1.12),而普通高斯光束的相对二阶矩束宽减少了 35% 倍(由 1.90 降低至 1.24)。另 外,从图 3 中也可以看出,湍流内尺度越小,普通高斯光束的相对二阶矩束宽与涡旋光束相对二阶矩束宽的 差别越大,即普通高斯光束受湍流影响导致的光束扩展程度要比涡旋光束的束宽扩展程度大。



图4给出了与图2相同参数的LG涡旋光束和普通高斯光束在湍流强度为C²_n=10⁻¹⁵ m⁻²³的大气中(固定湍流 内尺度为0.025 m)分别传输至3 km处时其相对二阶矩束宽随湍流外尺度的变化。从图中可以看出,在上述传 输条件下,湍流外尺度对两种光束的相对二阶矩束宽影响很小。特别是当湍流外尺度大于10 m时,两种光束 的相对二阶矩束宽基本不受湍流的影响。而当湍流外尺度小于10 m时,两种光束的相对二阶矩束宽均随湍流 外尺度的增大而增大,但增加的程度很小,几乎可以忽略不计。另外,从图中也可以看出,在相同的传输条件 下,普通高斯光束的相对二阶矩束宽明显大于涡旋光束的相对二阶矩束宽,即大气湍流对普通高斯光束束宽 扩展的影响要大于对涡旋光束束宽扩展的影响。

图 5模拟的是波长为 1.55 μm、束腰为 0.05 m、拓扑荷分别为 1、2、3 和 4 的 LG 涡旋光束及相同波长和束

腰的普通高斯光束分别在湍流强度为 C²_n =10⁻¹⁵ m⁻²³的大气中传输时,其相对二阶矩束宽随传输距离的变化 情况。由图5可知,不同拓扑荷的涡旋光束和普通高斯光束的相对二阶矩束宽均随传输距离的增加而增大, 即传输距离越长,光束扩展受湍流的影响越大;在相同的传输条件下,普通高斯光束的相对二阶矩束宽总是 大于涡旋光束的相对二阶矩束宽,即普通高斯光束的束宽扩展受湍流的影响要比涡旋光束的大;涡旋光束 的拓扑荷数越高其相对二阶矩束宽越小,即拓扑荷数越高的涡旋光束其束宽扩展受湍流的影响越小,其原 因是当涡旋光束在湍流大气中传输时,相比于衍射效应导致的光束扩展,由湍流效应导致的低拓扑荷涡旋 光束的扩展程度要大于高拓扑荷涡旋光束的扩展程度,且随着传输距离的增加,不同拓扑荷数的涡旋光束 其扩展程度的差异越大。







图 6模拟的是拓扑荷为2、束腰为0.05 m、波长分别为0.6328、0.82、1.55 μm的LG 涡旋光束及相同波长和 束腰的普通高斯光束分别在湍流强度为 C²_n=10⁻¹⁵ m⁻²³的大气中传输至1 km处时光束的相对二阶矩束宽与波 长的关系。从图 6 中可知,涡旋光束和普通高斯光束一样,光束的波长越长,其在湍流大气中传输时引起的 相对二阶矩束宽越小。这是由于波长长的光束受到湍流的影响比波长短的小,且衍射效应比波长短的强, 所以波长越长的涡旋光束,受湍流影响导致的光束扩展越小。另外,从图中也可以看出,光波波长对涡旋光 束扩展的影响要小于普通高斯光束;随着波长的增加,两种光束受湍流影响导致的束宽扩展的差距减小。

光束束腰同样会影响其在湍流大气中传输时的光束扩展。图7模拟了拓扑荷为2、波长为1.55 μm、束腰分别为0.01、0.02、0.05、0.08 m的LG涡旋光束及相同波长和束腰的普通高斯光束分别在湍流强度为 C_n² = 10⁻¹⁵ m⁻²³的大气中传输至1 km处时光束的相对二阶矩束宽。从图7中可知,在所选取的计算条件下,束腰越宽的两种光束在湍流大气中传输时引起的相对二阶矩束宽均越大。这是因为在所选取的计算条件下,两种光束在湍流大气和自由空间中分别传输时的二阶矩束宽均随束腰宽度的增加而减小,且自由空间中传输时的二阶矩束宽减小得更快,所以会导致两种光束的束腰越宽,其相对二阶矩束宽越大,即束腰越宽,束宽扩展受湍流的影响越大^[30-31]。另外,从图中也可以看出,光束束腰对涡旋光束扩展的影响程度要小于普通高斯光束;随着束腰宽度的增加,两种光束受湍流影响而导致的束宽扩展的





差距增大。

4 结 论

以低阶LG涡旋光束为例,利用激光大气传输四维程序数值模拟了不同传输条件和不同光束参数条件 下,涡旋光束在湍流大气中传输时的相对二阶矩束宽。计算结果表明,传输距离越长或湍流越强,涡旋光束 在湍流大气中传输时的束宽扩展受湍流的影响越大;涡旋光束的拓扑荷数越高、光束的束腰越小或光波的 波长越长,束宽扩展受大气湍流的影响反而越小;随着湍流内尺度的减小或湍流外尺度的增加,大气湍流对 光束扩展的影响会有所增加,但影响幅度相对较小,且当湍流外尺度增大到一定程度时,湍流就基本不再影 响涡旋光束的展宽。另外,涡旋光束和普通高斯光束在湍流大气中传输时的相对二阶矩束宽随传输条件或 光束参数的改变有相同的变化趋势,但涡旋光束的相对二阶矩束宽都明显小于同条件下传输的普通高斯光 束的相对二阶矩束宽,即大气湍流对涡旋光束束宽扩展的影响要小于对普通高斯光束束宽扩展的影响。

参考文献

1 M S Soskin, M V Vasnetsov. Singular optics[M]//E Wolf. Progress in optics. Amsterdam: Elsevier, 2001, 42: 219-276.

- 2 C Paterson. Atmospheric turbulence and orbital angular momentum of single photons for optical communication[J]. Phys Rev Lett, 2005, 94(15): 153901.
- 3 W M Lee, X C Yuan, W C Cheong. Optical vortex beam shaping by use of highly efficient irregular spiral phase plates for optical micromanipulation[J]. Opt Lett, 2004, 29(15): 1796-1798.
- 4 N B Simpson, K Dholakia, L Allen, *et al.*. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner[J]. Opt Lett, 1997, 22(1): 52-54.

5 L Allen, S M Barnett, M J Padgett. Optical angular momentum[M]. London: Institute of Physics Publishing, 2003.

6 Luo Wei, Cheng Shubo, Yuan Zhanzhong, *et al.*. Power-exponent-phase vortices for manipulating particles[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1109001.

罗 伟, 程书博, 袁战忠, 等. 幂指数相位涡旋光束用于微粒操控[J]. 光学学报, 2014, 34(11): 1109001.

- 7 G Molina-Terriza, J P Torres, L Torner. Management of the angular momentum of light: preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum[J]. Phys Rev Lett, 2001, 88(1): 013601.
- 8 A Vincotte, L Bergé. Femtosecond optical vortices in air[J]. Phys Rev Lett, 2005, 95(19): 193901.
- 9 T Wang, J Pu, Z Chen. Beam-spreading and topological charge of vortex beams propagating in a turbulent atmosphere[J]. Opt Commun, 2009, 282(7): 1255-1259.
- 10 Wang Tao, Pu Jixiong, Chen Ziyang. Propagation of vortex beams in a turbulent atmosphere[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(s2): 82-86. 王 涛, 蒲继雄, 陈子阳, 涡旋光束在湍流大气中的传输特性[J]. 光学学报, 2008, 28(s2): 82-86.
- 11 G Gbur, R K Tyson. Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation[J]. J Opt Soc Am A, 2008, 25(1): 225-230.
- 12 X L Ge, B Y Wang, C S Guo. Evolution of phase singularities of vortex beams propagating in atmospheric turbulence[J]. J Opt Soc Am A, 2015, 32(5): 837-842.
- 13 S Orlov, K Regelskis, V Smilgevičius, et al.. Propagation of Bessel beams carrying optical vortices[J]. Opt Commun, 2002, 209(1-3): 155-165.
- 14 Y Zhang, C Tao. Wavefront dislocations of Gaussian beams nesting optical vortices in a turbulent atmosphere[J]. Chin Opt Lett, 2004, 2(10): 559-561.
- 15 Y Zhang, M Tang, C Tao. Partially coherent vortex beams propagation in a turbulent atmosphere[J]. Chin Opt Lett, 2005, 3(10): 559-561.
- 16 G Gibson, J Courtial, M Padgett, *et al.*. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum[J]. Opt Express, 2004, 12(22): 5448-5456.
- 17 K Zhu, G Zhou, X Li, *et al.*. Propagation of Bessel-Gaussian beams with optical vortices in turbulent atmosphere[J]. Opt Express, 2008, 16(26): 21315-21320.
- 18 C Ding, L Pan, B Lu. Phase singularities and spectral changes of spectrally partially coherent higher-order Bessel-Gauss pulsed beams [J]. J Opt Soc Am A, 2009, 26(12): 2654-2661.
- 19 V P Lukin, P A Konyaev, V A Sennikov. Beam spreading of vortex beams propagating in turbulent atmosphere[J]. Appl Opt, 2012, 51

(10): C84-C87.

- 20 I P Lukin. Formation of a ring dislocation of a coherence of a vortex optical beam in turbulent atmosphere[C]. SPIE, 2013, 9066: 90660Q.
- 21 Y Gu. Statistics of optical vortex wander on propagation through atmospheric turbulence[J]. J Opt Soc Am A, 2013, 30(4): 708-716.
- 22 Q Cui, M Li, Z Yu. Influence of topological charge on random wandering of optical vortex propagating through turbulent atmosphere[J]. Opt Commun, 2014, 329(20): 10-14.
- 23 I P Lukin. Mean intensity of vortex Bessel beams propagating in turbulent atmosphere[J]. Appl Opt, 2014, 53(15): 3287-3293.
- 24 Li Fang, Tang Hua, Jiang Yuesong, et al.. Spiral spectrum of Laguerre-Gaussian beams propagating in turbulent atmosphere[J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(1): 014204.

黎 芳, 唐 华, 江月松, 等. 拉盖尔-高斯光束在湍流大气中的螺旋谱特性[J]. 物理学报, 2011, 60(1): 014204.

25 Li Fang. Propagation characteristics of optical vortices beam in intermediate fluctuation turbulent atmosphere[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(7): 070101.

黎 芳. 涡旋光束在中强度湍流大气中的传输特性[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(7): 070101.

26 Wang Haiyan, Chen Chuanlin, Du Jialei, *et al.*. Propagation of Bessel-Gaussian beams with optical vortices in turbulent atmosphere[J]. Acta Photonica Sinica, 2013, 42(5): 505-510.

王海燕,陈川琳,杜家磊,等.贝塞尔高斯涡旋光束在大气湍流中的传输特性[J].光子学报,2013,42(5):505-510.

- 27 F Wang, Y Cai, H T Eyyuboğlu, *et al.*. Average intensity and spreading of partially coherent standard and elegant Laguerre-Gaussian beams in turbulent atmosphere[J]. Progress in Electromagnetics Research, 2010, 103(1): 33-56.
- 28 Y Xu, Y Li, X Zhao. Intensity and effective beam width of partially coherent Laguerre-Gaussian beams through a turbulent atmosphere [J]. J Opt Soc Am A, 2015, 32(9): 1623-1630.
- 29 Ke Xizheng, Han Meimiao, Wang Mingjun. Spreading and wander of partially coherent beam propagating along a horizontal-path in the atmospheric turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1106003.
- 柯熙政, 韩美苗, 王明军. 部分相干光在大气湍流中水平传输路径上的展宽与漂移[J]. 光学学报, 2014, 34(11): 1106003.
- 30 J Li, A Yang, B Lü. Comparative study of the beam-width spreading of paratially coherent Hermite-sinh-Gaussian beams in atmospheric turbulence[J]. J Opt Soc Am A, 2008, 25(11): 2670-2679.
- 31 Yang Ailin, Li Jinhong, Lü Baida. A comparative study of the beam-width spreading and angular spread in atmospheric turbulence[J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(4): 2451-2460.

杨爱林,李晋红,吕百达.大气湍流中光束束宽扩展和角扩展的比较研究[J].物理学报,2009,58(4):2451-2460.

32 Wang Yingjian. Study on the laser propagation in the atmosphere and its phase compensation[D]. Hefei: Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 1996.

王英俭.激光大气传输及其位相补偿的若干问题探讨[D].合肥:中国科学院安徽光学精密机械研究所,1996.

- 33 R L Phillips, L C Andrews. Spot size and divergence for Laguerre Gaussian beams of any order[J]. Appl Opt, 1983, 22(5): 643-644.
- 34 D L Knepp. Multiple phase-screen calculation of the temporal behavior of stochastic waves[C]. IEEE, 1983, 71(6): 722-737.
- 35 W A Coles, J P Filice, R G Frehlich, et al.. Simulation of wave propagation in three-dimensional random media[J]. Appl Opt, 1995, 34 (12): 2089-2101.
- 36 R Frehlich. Simulation of laser propagation in a turbulent atmosphere[J]. Appl Opt, 2000, 39(3): 393-397.

栏目编辑: 史 敏