

# 离焦像差在非稳腔中的演化及腔内补偿

杜燕贻 王小军

北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100094

**摘要** 在几何光学近似下,研究了非稳腔中的离焦像差的演化,解析地给出了正支共焦非稳腔中离焦像差的线性修正公式。结合氧碘化学激光器的模拟结果表明:光腔的放大率越小,像差演化的影响越明显;变形镜直接放在凹面镜处的补偿效果最好。对比直接补偿,考虑像差演化的补偿可以使光束质量的 $\beta$ 值平均降低35%。

**关键词** 激光光学; 离焦像差; 变形镜; 非稳腔; 氧碘化学激光器

中图分类号 TN248; O437

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201636.0214002

## Evolution and Intra-Cavity Compensation of Defocus Aberration in Unstable Resonator

Du Yanyi Wang Xiaojun

*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100094, China*

**Abstract** The evolution of defocus aberration in unstable resonator is studied in geometric optical approximation. Linear correction in a positive branch cavity is obtained analytically. The simulation results from oxygen iodine chemical laser show that the smaller the magnification of the resonator is, the greater the influence of aberration evolution becomes. Deformable mirror located at concave mirror can obtain the best compensation effect. The value of  $\beta$  can be reduced by 35% on average with considered aberration sensitivity compensation compared to the direct compensation.

**Key words** laser optics; defocus aberration; deformable mirror; unstable resonator; oxygen iodine chemical laser

**OCIS codes** 140.3410; 140.4780; 220.1000

### 1 引言

在非稳定腔内使用腔内自适应光学(AO)补偿的理论研究始于20世纪80年代<sup>[1-2]</sup>。对于高功率大口径增益介质的固体激光器,高功率加载的增益介质所产生的严重光学畸变会导致10倍波长以上的波前畸变。这样的波前畸变远超过了变形镜致动器的最大行程,直接进行腔外补偿难以达到要求。随后,经过二十多年的努力,美国劳伦斯·利弗莫尔国家实验室(LLNL)将腔内AO系统应用于10 kW热容激光器中<sup>[3]</sup>,成功地将光束质量控制在工作5s时的小于3倍衍射极限。

在谐振腔内,光束多次振荡并放大,由于增益介质、光学元件热效应等导致的固有像差也会被放大。因此,光腔振荡得到的稳定激光输出的波前像差和腔中由于增益介质、镜面等产生的固有像差是不重合的。直接将变形镜面形共轭于波前传感器的探测结果不能完全校正腔内的固有像差,Oughstun在文献[1]中对固有像差的放大程度给出了解析分析。腔内AO补偿研究内容主要是通过探测输出激光束的波前像差来驱动腔内AO系统。即解决由波前探测器(WFS)探测到的光的波前像差求解出变形镜理论面形的算法。在小像差近似下,该算法与腔的几何参数以及变形镜的位置有关,还与探测光的光程设计相关。文献[4]在针对固体激光器内介质的畸变现象,考虑内腔像差对光线的几何光学路径的改变后,解析地求出了正支共焦非稳定腔中像差敏感度的第一阶非线性修正。

收稿日期: 2015-07-31; 收到修改稿日期: 2015-09-19

基金项目: 国家863计划(2014-2023)

作者简介: 杜燕贻(1965—),女,硕士,研究员,主要从事激光物理等方面的研究。E-mail: du\_yanyi@iapcm.ac.cn

对于高功率气体激光器,如化学氧碘激光器(COIL)等,其腔内总像差相比某些固体激光器要小<sup>[5]</sup>,因此,内腔补偿还少有人尝试。但是在高功率的输出条件下,从实验得到的输出光斑相位的分解研究表明<sup>[6]</sup>,热畸变导致的轴对称镜面离焦效应还是比其他扰动至少大一个量级,说明在这类激光器中离焦仍是主要的扰动因素。为此,本文将Oughstun的线性修正理论应用到COIL中,针对镜面和介质,分析了考虑离焦像差线性演化过程的腔内补偿,具体给出了镜面离焦补偿计算,结果表明该方案可以实现更好的补偿效果。

## 2 离焦像差在腔内的演化

如图1所示,假设 $\varphi_{in}$ 表示腔内固有像差面的诱导像差, $z_i(i=0,2,\dots,m)$ 为像差面距输出镜的距离,其中 $z_0, z_m$ 代表两个镜面上的离焦像差位置,其余代表腔内增益介质模块的离焦像差位置。 $x$ 为垂直于光轴的平面坐标,在轴对称条件下,考虑每个平面上沿着某个确定方向 $x$ (坐标原点取在光轴上),只针对波像差中的二阶离焦像差 $\alpha^{in}(z_i)$ , $\varphi_{in}$ 一般性地可以使用多项式展开<sup>[4]</sup>:

$$\varphi_{in}(x, z_i) = \alpha^{in}(z_i)x^2. \quad (1)$$

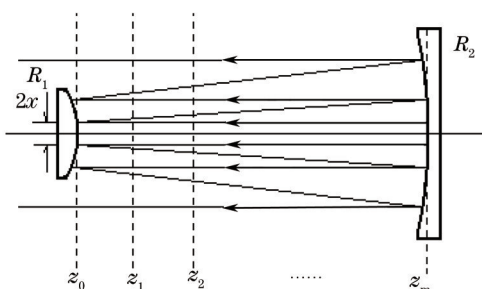


图1 光线在正支共焦非稳定腔中的几何路径

Fig.1 Ray traces in the confocal unstable cavity in positive branch

同理,假设 $\phi_{out}$ 表示输出激光场(腔模)的波前像差,则有:

$$\phi_{out}(x) = \alpha^{out}x^2. \quad (2)$$

通常的像差敏感性研究中微扰方法基本假定是:像差不改变光场的横向模式,即光线在一个有像差的腔内传输,其几何路径并不发生改变,即对于气体激光器,几何光学方法仍然能够用来逐级的求出 $\alpha^{in}$ 对微扰方法的修正。这样输出光场像差就完全由各像差面上的同阶像差决定<sup>[4]</sup>,有:

$$\alpha^{out} = \sum_{i=1}^m \bar{\nu}(z_i) \alpha^{in}(z_i), \quad (3)$$

式中因子 $\bar{\nu}$ 刻画了腔内像差的演化程度,该因子的值越大表明腔对像差越敏感。

考虑 $x' \rightarrow 0$ 处一条与光轴平行的光线入射在耦合输出镜上,设经过 $p$ 次振荡后,该光线从左至右通过第 $k$ 个像差面的变换矩阵的第一个对角元素为 $\beta_{pk}^L$ ,而从右至左通过第 $k$ 个像差面的变换矩阵的第一个对角元素为 $\beta_{pk}^R$ ,那么这条光线经过 $N$ 次振荡后总共获得的附加相移为:

$$\varphi_{out} = \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{k=1}^m \alpha^{in}(z_k) \left[ (\beta_{pk}^L)^2 + (\beta_{pk}^R)^2 \right] x'^2. \quad (4)$$

因此,如果要求得 $x$ 处出射的一条光线在腔内所获得的总附加相移,只需令

$$x = \lim_{N \rightarrow \infty} \beta_N^R x', \quad (5)$$

其中 $x'$ 为垂直于光轴的平面坐标上的任一点位置, $N$ 为振荡次数。

下面先求完成腔内一次往返振荡的矩阵。引入一些基本变换矩阵:

$$\begin{aligned} P_i &= \begin{pmatrix} 1 & z_i - z_{i-1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, m \\ R_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{M-1}{ML} & 1 \end{pmatrix}, \quad R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{M-1}{L} & 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

这里 $P_i$ 描述光线在两个像差面之间的传播( $z_0=0, z_m=L$ ), $R_1$ 和 $R_2$ 分别描述反馈镜和耦合输出镜对光线的

反射,  $L$  和  $M$  分别为腔长和放大率。这样描述一条光线被图 1 中的输出镜反射后, 再从左至右穿过第  $k$  个像差面后的矩阵为

$$T_k^L = \prod_{i=k}^0 (P_i) R_2, \quad (7)$$

同理, 这条光线再被图 1 中的凹镜反射后, 完成腔内一次往返振荡的矩阵为

$$Q = P_1 \prod_{i=0}^m (P_{i+1}) R_1 P_{m+1} \prod_{j=m}^0 (P_j) R_2 = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & L(1+1/M) \\ 0 & 1/M \end{bmatrix}, \quad (8)$$

由此得到, 入射在耦合输出镜上  $x'$  处与光轴平行的光线经过  $p$  次振荡后分别从左、右两个方向入射在第  $k$  个像差面的位置将由下式决定:

$$\begin{pmatrix} x_{pk}^L \\ \theta_{pk}^L \end{pmatrix} = T_{pk}^L Q^p \begin{pmatrix} x' \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_{pk}^R \\ \theta_{pk}^R \end{pmatrix} = (T_{pk}^L)^{-1} Q^{p+1} \begin{pmatrix} x' \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

联立(4)式, 得到变换矩阵的第一个对角元素:

$$\beta_{pk}^R = M^{p+1}, \quad \beta_{pk}^L = M^p \left( 1 + \frac{M-1}{L} z_k \right). \quad (10)$$

因此, 一个腔长  $L$ , 放大率  $M$  的正支共焦非稳定腔在输出光束的波阵面上总的离焦像差, 在考虑像差的演化后, 就得到下面的线性修正关系式:

$$\phi_{\text{out}}(x) = \sum_{k=0}^m \alpha^{\text{in}}(z_k) \frac{x^2}{M^2-1} \left[ M^2 + \left( 1 + \frac{z_k}{L}(M-1) \right)^2 \right]. \quad (11)$$

由(11)式可得出一个重要结论: 在某个像差面上适当地选取  $\alpha^{\text{in}}$ , 则可以抵消光通过其他像差面带来的累积像差。这是在腔内进行主动光学补偿的理论基础, 对其他高阶项补偿亦是如此。

根据上述理论, 如果在距输出镜  $z$  的位置放置变形镜, 考虑到输出光斑一般为圆形, 对于(2)式探测到的输出激光场波前用极坐标表示有

$$\phi_{\text{out}}(r, \theta) = \sum_2 c_2(\theta) r^2, \quad (12)$$

式中  $(r, \theta)$  为离焦像差面上的极坐标。则对应的变形镜理论变形量的计算算法是<sup>[4]</sup>

$$\phi_{\text{DM}}(r, \theta) = - \sum_2 \left[ M^2 + \left( 1 + \frac{z}{L}(M-1) \right)^2 \right]^{-1} (M^2-1) c_2(\theta) r^2. \quad (13)$$

### 3 计算模型

若假设谐振腔中有若干个增益介质模块, 这里假设为 4 块, 位置分别在  $L/7, 2L/7, 3L/7, 4L/7$  ( $L$  为总腔长), 且认为每个模块的扰动相同。加上两个镜面的离焦扰动, 由(3)、(11)式可以得到

$$\alpha^{\text{out}} = \alpha_{r2}^{\text{in}} \frac{2M^2}{M^2-1} + \alpha_{r1}^{\text{in}} \frac{M^2+1}{M^2-1} + \alpha_m^{\text{in}} \frac{250M^2+88M+54}{49(M^2-1)}, \quad (14)$$

其中前两项代表镜面, 第三项代表增益介质。需要说明的是, 按照 Oughstun 的理论, 在前面的公式中, 所有的扰动都是在腔内, 因此传输是两次穿过, 但增加的镜面上扰动对应的离焦量实际上是一次传输, 因此需要将公式中的焦距做等效处理, 计算模型中将透镜分为两个, 根据双透镜等效透镜公式完成变换。

这里作为例子, 只给出 COIL 中考虑镜面畸变离焦项补偿的模拟计算, 考虑介质扰动的计算完全类似。从凸镜被反射后开始, 凹、凸镜面前各有一热畸变扰动  $\alpha_i^{\text{in}}$ , 分别位于 0 和  $L$  处, 注意到  $\alpha_i^{\text{in}} = 1/2f_i$  ( $i=1,2$ ),  $f$  为等效焦距, 这时输出光场总像差为

$$\phi^{\text{out}} = - \frac{x^2}{f_{i2}} \frac{M^2}{M^2-1} - \frac{x^2}{f_{i1}} \frac{M^2+1}{2(M^2-1)}. \quad (15)$$

考虑补偿, 变形镜位置可以有两种情况: 1) 变形镜放在凹镜处, 即认为变形镜与凹镜重合; 2) 变形镜放在腔内一固定位置, 见图 2。模拟中忽略了变形镜在腔内放置时的角度。相应实验上, 在不影响出光的前提下, 让变形镜的放置角度成尽可能小的锐角。

计算模拟假设: WFS 不是连续采样, 采样速度足够快, 在此期间(一个控制延迟内)热和应力的变化可忽

略, AO的采样间隔和DM的控制延迟相等。温度场和光场变化的时间特性为缓变量和瞬变量的关系。

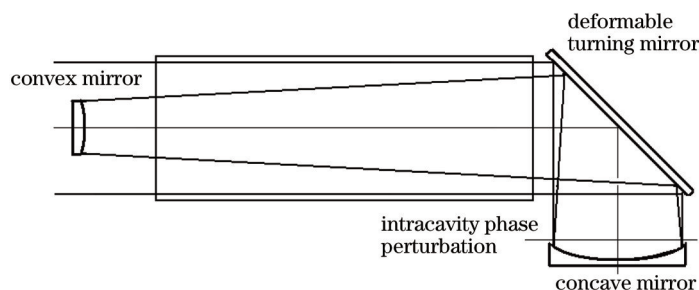


图2 变形镜在腔内凹镜附近位置示意图

Fig.2 Sketch map of the deformable mirror near the concave mirror

若补偿直接在凹镜上,有:

$$\alpha^{out} = -\frac{1}{f_{i2}} \frac{M^2}{M^2-1} - \frac{1}{f_{i1}} \frac{M^2+1}{2(M^2-1)} - \frac{1}{f'} \frac{M^2}{M^2-1}$$

$$a_2 = \frac{M^2}{M^2-1} \quad a_1 = \frac{M^2+1}{2(M^2-1)} \quad a' = a_2$$
(16)

其中第三项是补偿项,有:

$$\frac{L}{f'} = -\frac{L}{f_{i2}} - \frac{a_1 L}{a_2 f_{i1}}$$
(17)

若变形镜不与凹镜重合,考虑变形镜放置在接近凹镜的 $6L/7$ 以及接近凸镜的 $L/7$ 两种情况,同理得到补偿项的表达式为

$$\frac{L}{f'} = -\frac{a_2 L}{a' f_{i2}} - \frac{a_1 L}{a' f_{i1}}$$
(18)

其中 $a_1, a_2$ 同上, $a'$ 的表达式为

$$a' = \frac{85M^2 + 12M + 1}{98(M^2 - 1)}, \quad \text{at } 6L/7$$

$$a' = \frac{50M^2 + 12M + 36}{98(M^2 - 1)}, \quad \text{at } L/7$$
(19)

#### 4 镜面离焦补偿模拟结果

图3给出了两个镜子的离焦线性项系数随放大率的变化。放大率越小,离焦线性项系数越大,像差演化的影响越明显;说明小放大率下,实际扰动与腔内固有扰动的差别大。图4给出不同放大率下,光斑横截面不同位置的像差变化。同样表明小放大率影响更大,且光斑从中心到边缘,像差逐渐增大。图5给出了大镜的离焦焦距对输出像差的影响,扰动分别取光斑横截面的边缘和1/2处。表明引起离焦相差的焦距 $f_x$ 越小,对光束的扰动越大;同样,离光轴越远,扰动越大。

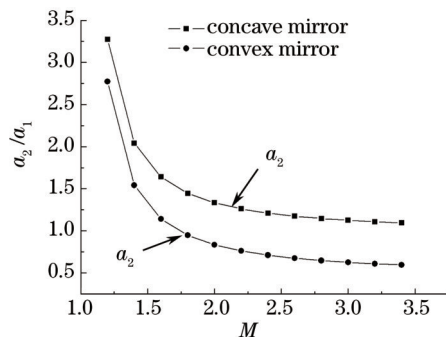


图3 离焦线性项系数随放大率的变化

Fig.3 Line coefficients of the defocus versus the magnifications

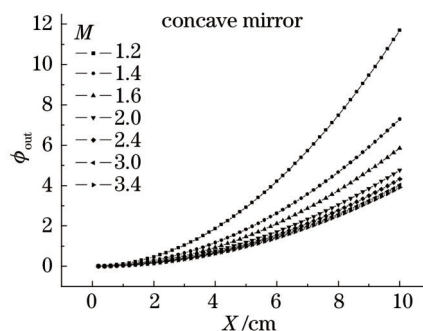


图4 不同放大率M下,光斑横截面不同位置的像差变化

Fig.4 Aberrations versus the positions of beam transverse section with different M

根据非稳腔放大要求,放大率  $M > 1$ , 得到离焦焦距与腔长和放大率的关系式:

$$f_2 > \frac{2M+1}{M-1}L + \frac{2M+1}{4(M+1)}f_m. \quad (20)$$

图 6 的结果表明,放大率越小,对扰动大小的限制更严;相同放大率下,腔长越长,对扰动大小的限制越强。所考虑的装置放大率一般大于 2.4,从以上结果不难看到,这时的像差演化的影响相对较弱,这也是采用线性修正的主要依据。

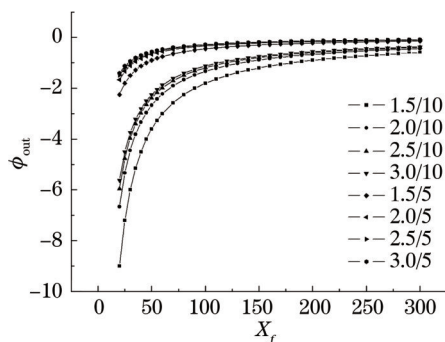


图 5 离焦焦距  $x_f$  对输出像差的影响

Fig.5 Output aberrations versus the defocus distance  $x_f$

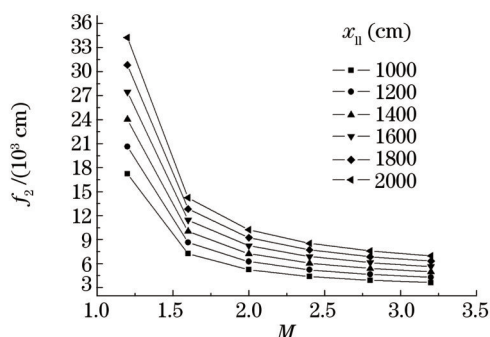


图 6 离焦焦距  $f_2$  与腔长  $x_l$  和放大率的关系

Fig.6 Defocus distance  $f_2$  versus the magnifications with different cavity length  $x_l$

依照上述理论,进行了数值求解。先由已知的离焦分布,利用 Zernike 多项式,根据(17)、(18)式,得到实际补偿的焦距,由此重构出实际补偿的像差。然后利用自行编制的基于快速傅里叶变换(FFT)方法和非稳腔球面波展宽坐标理论的三维光学负载传输模型进行计算。

考虑 COIL 的放大率较大,图 7 给出放大率分别为 3.0、2.7 和 2.4 下某一时刻含有镜面离焦扰动的远场光斑的补偿效果。图中从左到右依次为没有任何补偿、不考虑像差演化的直接补偿和考虑像差演化的补偿。可以看到,尽管直接补偿已经补偿了大部分离焦像差,但若要想得到接近衍射极限的远场光束,就需要考虑像差演化的影响。图 8 给出了不同放大率、不同时刻下两种补偿方法得到的  $\beta$  值,考虑像差演化后的补偿可以将  $\beta$  值平均降低 35%。从图中的未补偿的光斑的大小以及直接补偿后的效果对比,可以看到,小放大率时的影响更明显,这和前面的解析分析是吻合的。

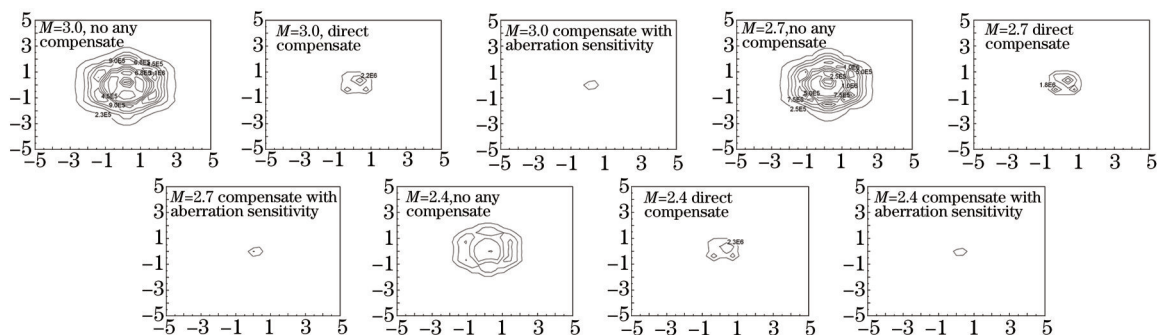


图 7 考虑腔内像差演化下镜面离焦量补偿与不考虑时的对比

Fig.7 Defocus compensation of the mirror with considered aberration evolvement compared to the direct compensation

图 9 给出了在腔内补偿和在凹镜上补偿效果的对比,可以得到:对于离焦像差,若采用腔内补偿,变形镜放置在近凹镜处好于放在近凸镜处,这主要是由于非稳腔的输出模式决定的;对于离焦像差,直接用凹镜位置代替变形镜补偿效果最好,这是由于用变形镜替代凹镜理论上可以完全补偿凹镜的离焦扰动。

## 5 结 论

光腔振荡得到的稳定激光输出的波前像差和腔中由于增益介质、镜面等产生的固有像差是不重合的。直接将变形镜面形共轭于波前传感器的探测结果不能完全校正腔内的固有像差。腔对不同阶数的像差的



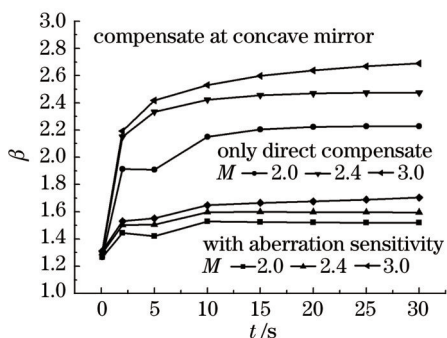


图 8 不同放大率、不同时刻下两种补偿方法得到的远场 $\beta$ 值

Fig.8  $\beta$  value of far-field in different magnifications and times with two compensation methods

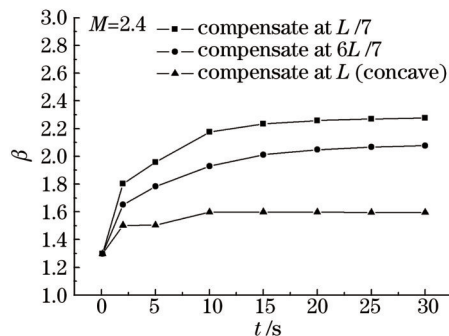


图 9 变形镜分别在不同位置时补偿效果的对比

Fig.9 Contrast of the compensation effects with different locations for the deformable mirror

放大能力是不同的。

考虑谐振腔内离焦像差的演化过程,完成腔内 AO 补偿的理论分析和模拟计算,得到由 WFS 探测到的光的波前像差求解出变形镜理论面形的线性修正算法。实现了对镜面热畸变的主要因素离焦量的补偿。

考虑了变形镜直接放在凹镜处以及变形镜放在腔内的两种情况。补偿效果与腔放大率有关:放大率越小,补偿效果越好,说明对小放大率影响更大。对比直接补偿,考虑像差敏感性的补偿可以将 $\beta$ 值平均降低 35%。变形镜直接放在凹镜处的补偿效果比放在腔内好。

### 参 考 文 献

- 1 K E Oughstun. Intracavity adaptive optic compensation of phase aberrations I: Analysis[J]. J Opt Soc Am, 1981, 71(7): 862-872.
- 2 K E Oughstun. Intracavity adaptive optic compensation of phase aberrations II: Passive cavity study for a small Neq resonator[J]. J Opt Soc Am, 1981, 71(10): 1180-1192.
- 3 K N Lafortune, R L Hurd, E M Johansson, *et al.*. Intracavity adaptive correction of a high-average-power, solid-state,heat-capacity laser [C]. SPIE, 2004: 5333.
- 4 Wang Xiaojun. Non-linear corrections to aberration sensitivity of unstable-cavity geometries[J]. Optics Express, 2008, 16(26): 21223-21232.
- 5 Wang Xiaojun, Zhang Feizhou. Numerical simulation on intracavity adpative optic system in hear capacity laser[J]. Chinses J Lasers, 2010, 37(S1): 86-93.
- 王小军, 张飞舟. 热容激光器内腔主动光学系统的数值模拟[J]. 中国激光, 2010, 37(S1): 86-93.
- 6 Du Yanyi, An Jianzhu, Shu Xiaojian. Parameters design of silicon reflector in long-time thermal dstortion[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2011, 23(5): 1187-1192.
- 杜燕贻, 安建祝, 束小建. 长时热变形下硅反射镜的参量选择[J]. 强激光与粒子束, 2011, 23(5): 1187-1192.

栏目编辑: 韩 峰