

基于 Wassermann-Wolf 方程的离轴三反光学系统设计

徐奉刚^{1,2} 黄 玮¹ 徐明飞¹

¹中国科学院长春光学精密机械与物理研究所应用光学国家重点实验室, 吉林 长春 130033

²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 为了克服传统三反射系统设计中初始结构求解复杂、使用非球面时收敛缓慢的问题, 提出了基于 Wassermann-Wolf 微分方程的离轴三反光学系统设计方法。根据反射定律和正弦条件, 推导了一组用于求解同轴三反初始结构的 Wassermann-Wolf 微分方程。通过多项式拟合 Wassermann-Wolf 曲面, 获得了像质良好的同轴三反初始结构。实现了长焦距(1200 mm)、大视场($18^\circ \times 4^\circ$)、大相对孔径(F 数为 4)的离轴三反光学系统设计。系统各个视场的调制传递函数在 50 lp/mm 处均大于 0.5。结果表明, Wassermann-Wolf 微分方程设计方法简单有效、收敛快, 可以为三反射光学系统提供很好的设计起点。此外, 系统的主镜为二次曲面, 次镜和三镜为非球面, 3 个反射镜均无偏心和倾斜, 有效降低了制造成本和装调难度。

关键词 光学设计; 离轴三反; Wassermann-Wolf 方程; 矩形视场

中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.1222002

Design of Off-Axis Three-Mirror Optical System Based on Wassermann-Wolf Equations

Xu Fenggang^{1,2} Huang Wei¹ Xu Mingfei¹

¹ State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China

² University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract To solve the problems in conventional design of three-mirror system such as complicated initial structure solution and slow convergence when using aspheric surfaces, a design for off-axis three-mirror optical system based on Wassermann-Wolf differential equations is proposed. According to the law of reflection and sine condition, the Wassermann-Wolf differential equations for solving coaxial three-mirror initial structure are derived. The coaxial three-mirror initial structure with good image quality is obtained by fitting Wassermann-Wolf surfaces with polynomial. An off-axis three-mirror optical system is achieved with long effective focal length (1200 mm), wide field of view($18^\circ \times 4^\circ$), and large relative aperture (F number is 4). The modulation transfer function is over 0.5 at 50 lp/mm in every field of the system. Result of the design indicates that this method based on Wassermann-Wolf differential equations is simple, effective, fast in convergence, and it provides a good starting point for the design of three-mirror optical system. Besides, the primary mirror is of conic surface, and both the second and tertiary mirrors are aspheric. The three reflectors are neither eccentric nor tilted, so the fabrication cost as well as the alignment difficulty are effectively reduced.

Key words optical design; off-axis three-mirror; Wassermann-Wolf equations; rectangular field

OCIS codes 220.2740; 080.4035; 220.1250

1 引 言

目前,长焦距、大视场、大相对孔径、小型化和轻量化的光学系统已经成为空间光学发展的必然趋势。相比于折射式和折反式光学系统,反射式光学系统具有无色差、光路可折叠、易于轻量化、可实现大口径以及对

收稿日期: 2016-07-05; **收到修改稿日期:** 2016-08-03

作者简介: 徐奉刚(1989—),男,博士研究生,主要从事光学系统设计方面的研究。E-mail: fenggangxu@163.com

导师简介: 黄 玮(1965—),男,研究员,博士生导师,主要从事光学系统设计方面的研究。

E-mail: huangw@ciomp.ac.cn(通信联系人)

温度和气压变化不敏感等优势^[1-3]。其中,三反射系统具有足够的设计自由度,能够很好地校正和平衡系统的像差,其结构紧凑,像质良好。三反射系统分为同轴三反系统和离轴三反系统两种结构。离轴三反系统是在同轴三反系统的基础上经过离轴得到的,相比于同轴三反系统,离轴三反系统不存在中心遮拦,能量利用率高。因此,离轴三反系统在空间光学系统中得到了广泛应用^[4-5]。

传统的离轴三反光学系统设计一般是利用初级像差理论求解二次曲面同轴三反光学系统^[1,3],以此同轴三反光学系统作为离轴三反光学系统的初始结构。首先对同轴三反光学系统进行离轴,得到无遮拦的离轴三反光学系统,然后用非球面逐步取代系统中的二次曲面。在优化非球面时,通常以二次曲面为优化起点,通过添加高次非球面项系数来增加优化变量,但优化得到的结果往往不是最优解。这主要是因为大多数光学设计软件采用的多参数优化方法是一种局部优化方法,其严重依赖于初始结构,且收敛缓慢,而非球面的变量比较多,很容易陷入局部最小值,如果选择的初始结构远离最优点,则往往得不到最优解。因此,研究者开始转向寻找非球面的直接设计方法,其中一种非常有效的方法是 Wassermann-Wolf(W-W)微分方程方法^[6-10]。1949年,Wasserman等^[6]根据等光程原理和正弦条件,提出了用于同时描述两个非球面的微分方程设计方法,这种方法可以用于求解对称光学系统中任意相邻的两个非球面,即 W-W 曲面。2002年,Knapp^[7]将 W-W 方程用于求解椭球面整流罩光学系统中固定校正元件的初始结构,并且改进了 W-W 方程,使之适用于非旋转对称光学系统。2007年,李东熙等^[8]将 W-W 方程用于求解共形光学系统中第一块透镜的初始结构。2010年,Cheng等^[9]将 W-W 方程用于求解棱镜式头盔显示器的初始结构。2012年王超等^[10]将 W-W 方程用于求解折反式整流罩光学系统中两反射镜的初始结构。上述研究成果显示,基于 W-W 微分方程的设计方法在折反式光学系统设计中具有成像优势。但是,未见采用 W-W 微分方程方法设计全反式光学系统的报道。

本文根据正弦条件建立了物像对应关系,应用反射定律推导了一组用于求解 W-W 曲面的微分方程,通过多项式拟合 W-W 曲面获得了像质良好的同轴三反初始结构,对此初始结构进行视场离轴,通过反复的优化迭代,实现了长焦距、大视场和大相对孔径的离轴三反光学系统设计。

2 设计原理

同轴三反 W-W 模型如图 1 所示,光线从左边平行入射,依次经过主镜(M1)、次镜(M2)和三镜(M3)的反射,最终到达像面。其中, s 为次镜的入射光线, s^* 为次镜的反射光线和三镜的入射光线, s' 为三镜的反射光线; U 为 s 的孔径角, h 为 s 在 Y 方向的高度; U' 为 s' 的孔径角, h' 为 s' 在 Y' 方向的高度; U^* 为 s^* 的孔径角; y 为 s 与 M2 交点的纵坐标; y' 为 s' 与 M3 交点的纵坐标; d_1 、 d_2 、 d_3 分别为主镜到次镜、次镜到三镜和三镜到像面的距离。 t 为物空间的参量,即光线在主镜上的入射高度, t' 为像空间的参量,即像方孔径角 U' 。

根据正弦条件建立物像对应关系,应用反射定律推导了一组用于求解同轴三反初始结构的 W-W 微分方程:

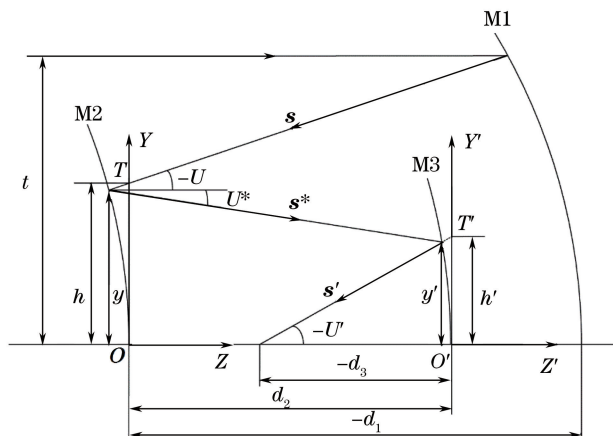


图 1 同轴三反 W-W 模型

Fig. 1 W-W model of coaxial three-mirror system

$$\frac{dz}{dt} = \left(\frac{D \cos U + D_z}{D \sin U + D_y} + \tan U \right)^{-1} \left(\frac{dh}{dt} - z \frac{d}{dt} \tan U \right), \quad (1)$$

$$\frac{dz'}{dt'} = \left(\frac{D \cos U' + D_z}{D \sin U' + D_y} + \tan U' \right)^{-1} \left(\frac{dh'}{dt'} - z' \frac{d}{dt'} \tan U' \right), \quad (2)$$

式中 $D_z = d_2 + z' - z$, $D_y = y - y'$, $D^2 = D_z^2 + D_y^2$, $y = h - z \tan U$, $y' = h' - z' \tan U'$ 。

此外,正弦条件为

$$t = f' \sin t', \quad (3)$$

式中 f' 为三反系统的焦距。

在物空间,从物点出发进行光线追迹,得

$$\begin{cases} U = 2 \arcsin \left(\frac{t}{r_1} \right) \\ h = -\tan U \left(d_1 - r_1 + \frac{t}{\sin U} \right) \end{cases}, \quad (4)$$

式中 r_1 为主镜半径。在像空间,有

$$\begin{cases} U' = t' \\ h' = d_3 \tan U' \end{cases} \quad (5)$$

在三反系统初始结构设计中,为了使系统结构紧凑,并有合适的伸出量,令 $d_1 = d_2 < d_3$;根据系统对遮拦比的要求,设定合理的主镜半径 r_1 。间距 $d_i (i=1,2,3)$ 和主镜半径 r_1 确定以后,在物空间,从物点出发进行光线追迹,可以得到 U, h 关于参量 t 的关系式,进而可以求出 $\frac{d \tan U}{dt}$ 、 $\frac{dh}{dt}$;在像空间,从像点出发进行反向光线追迹,可以得到 U', h' 关于参量 t' 的关系式,进而可以求出 $\frac{d \tan U'}{dt'}$ 、 $\frac{dh'}{dt'}$;根据正弦条件建立物空间的参量 t 和像空间的参量 t' 的对应关系,由此便可导出 W-W 微分方程组。通过数值分析方法求解微分方程组,得到两组面形数据点;选择合适的非球面表面类型,通过拟合程序对面形数据点进行曲线拟合。利用 Code V 光学设计软件对拟合得到的 W-W 曲面进行仿真,经过简单优化,即可以得到符合要求的同轴三反初始结构。为了避免中心遮拦,获得良好的成像质量,需要对同轴三反初始结构进行离轴处理。一般而言,光阑位于主镜时,便于孔径离轴,有利于获得大相对孔径;光阑位于次镜时,便于视场离轴,有利于获得大视场。整个系统的设计流程如图 2 所示。

3 设计实例与性能分析

基于前文所述方法,在同轴三反初始结构的基础上设计了一个主镜为二次曲面、次镜和三镜为偶次非球面的长焦距、大视场和大相对孔径的离轴三反光学系统。整个系统仅有视场离轴,三个反射镜均无偏心 and 倾斜。该系统的主要技术指标如表 1 所示。

表 1 离轴三反光学系统的技术指标

Table 1 Specifications of off-axis three-mirror optical system

Parameter	Specification
Effective focal length	1200 mm
Entrance pupil diameter	300 mm
Field of view	$18^\circ \times 4^\circ$
F number	4
Wavelength	486.1~656.3 nm
MTF (all fields)	$>0.5@50 \text{ lp/mm}$

按照图 2 所示的设计流程,为了使系统结构紧凑并且遮拦比小,设 $d_1 = -d_2 = -1000 \text{ mm}$ 、 $d_3 = -1200 \text{ mm}$,主镜半径为 $r_1 = -4200 \text{ mm}$ 。

根据(1)~(5)式,通过 Matlab 软件的符号计算编程,用龙格-库塔方法求解 W-W 微分方程组,得到次镜和三镜的面形数据点如表 2 所示。

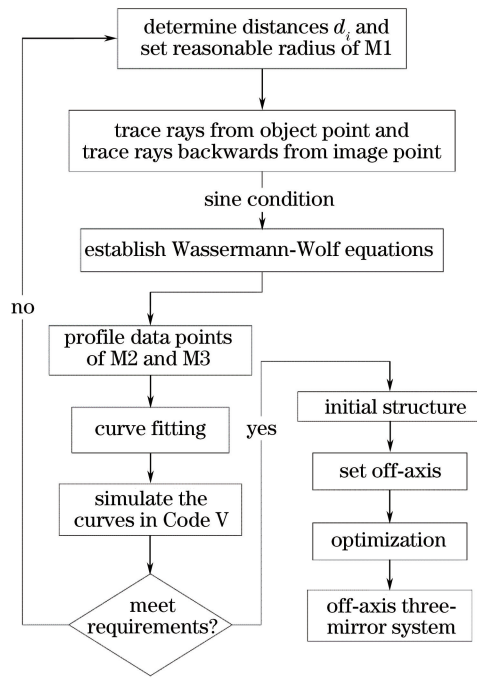


图 2 离轴三反系统设计流程图

Fig. 2 Design flow chart of off-axis three-mirror system

表 2 次镜和三镜的面形数据点

Table 2 Profile data points of M2 and M3

t	z_1	y_1	z_2	y_2
3.75	-0.00175	1.96428	-0.00460	3.75000
7.50	-0.00702	3.92855	-0.01841	7.50003
11.25	-0.01578	5.89279	-0.04143	11.25010
15	-0.02806	7.85699	-0.07366	15.00025
18.75	-0.04385	9.82114	-0.11510	18.75049
...

次镜、三镜的表面类型选为偶次非球面,其表达式为

$$z(x, y) = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2r^2}} + A_1r^4 + A_2r^6 + A_3r^8 + A_4r^{10} + A_5r^{12}, \quad (6)$$

式中 c 为非球面顶点曲率, k 为二次曲面常数, $r^2 = x^2 + y^2$, $A_i (i=1, 2, 3, 4, 5)$ 为非球面各高次项的系数。

通过拟合程序将表 2 中的数据用(6)式进行拟合,将拟合得到的 W-W 曲面导入到 Code V 软件中,经过简单优化(只约束焦距,迭代 5 次),得到次镜和三镜为非球面的同轴三反初始结构,该初始结构的布局如图 3 所示,其调制传递函数(MTF)如图 4 所示。

为了增大光学系统的视场,避免中心遮拦,将光阑置于次镜,并对次镜和三镜为非球面的同轴三反初始结构进行视场离轴,通过反复的迭代优化,最终得到弧矢方向视场为 $-9^\circ \sim 9^\circ$ 、子午方向视场为 $5^\circ \sim 9^\circ$ 的离轴三反光学系统,该系统的镜头参数如表 3 所示,其结构和调制传递函数曲线分别如图 5 和图 6 所示。从图 6 可以看到,各视场的调制传递函数在 50 lp/mm 处均大于 0.5,这表明该离轴三反光学系统结构紧凑,布局合理,成像质量良好。

表 3 离轴三反光学系统的镜头参数

Table 3 Lens parameters of off-axis three-mirror optical system

Surface	Surface type	Radius /mm	Thickness /mm
1	Conic	-5092.99	-1096.88
2 (stop)	Asphere	-1351.18	1300.00
3	Asphere	-1798.79	-1385.22

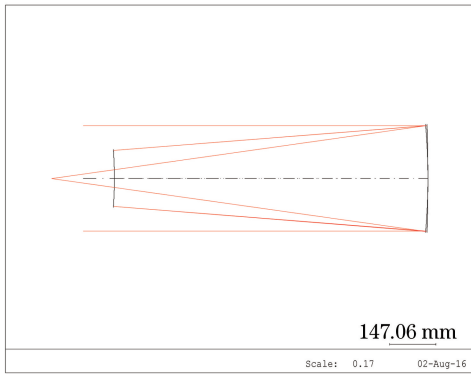


图 3 初始结构的布局

Fig. 3 Layout of initial structure

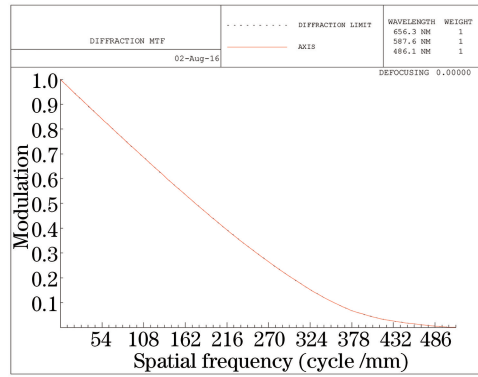


图 4 初始结构的调制传递函数

Fig. 4 MTF of initial structure

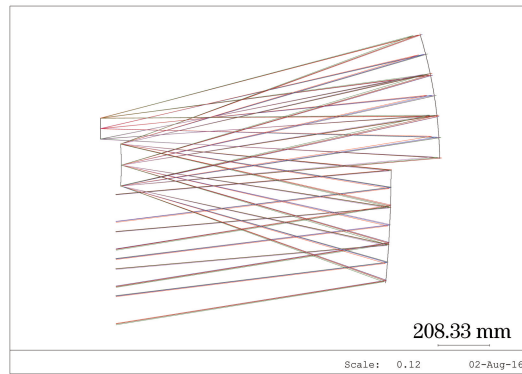


图 5 离轴三反光学系统结构图

Fig. 5 Layout of off-axis three-mirror optical system

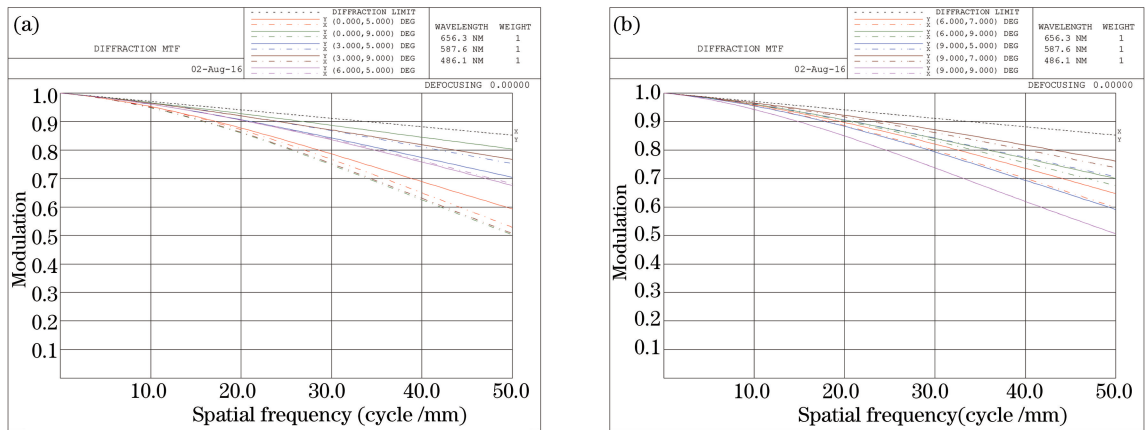


图 6 离轴三反光学系统的调制传递函数。(a)中心视场;(b)边缘视场

Fig. 6 MTF of off-axis three-mirror optical system. (a) Central fields; (b) edge fields

4 结 论

采用 W-W 微分方程方法设计了离轴三反光学系统,该方法克服了传统设计方法中存在的初始结构求解复杂、使用非球面时收敛缓慢的问题。考虑到制造成本和装调难度,系统中主镜选为二次曲面,次镜和三镜选为非球面,3 个反射镜不设偏心和倾斜。基于以上考虑,实现了长焦距(1200 mm)、大视场($18^{\circ} \times 4^{\circ}$)、大相对孔径(F 数为 4)的离轴三反光学系统设计。该系统各个视场的调制传递函数在 50 lp/mm 处均大于 0.5,成像质量良好。以上结果表明,W-W 微分方程设计方法简单有效、收敛快,在三反射光学系统设计中具有广泛的应用前景。

参 考 文 献

- 1 Cheng Hongtao. Design and research of the large astronomical coaxial three-mirror telescope system[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(5): 0522002.
程洪涛. 共轴大型天文三反望远物镜的设计研究[J]. 光学学报, 2013, 33(5): 0522002.
- 2 Chen Zhe, Zhang Xingxiang, Chen Changzheng, *et al.* A common aperture coaxial three-mirror optical system with high resolution[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(11): 1116002.
陈 哲, 张星祥, 陈长征, 等. 高分辨率共孔径同轴三反光学系统[J]. 中国激光, 2015, 42(11): 1116002.
- 3 Wei Xiaoxiao, Xu Feng, Yu Jianjun. Design of space coaxialfield-bias three-mirror optical system with high resolution[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(4): 0416002.
韦晓孝, 许 峰, 余建军. 高分辨率空间同轴偏视场三反光学系统设计[J]. 中国激光, 2012, 39(4): 0416002.
- 4 Zhang Keke, Ruan Ningjuan, Fu Danying. Analysis and consideration of development of overseas space off-axis TMA system camera[J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2008, 29(3): 63-70.
张科科, 阮宁娟, 傅丹鹰. 国外空间用三反离轴相机发展分析与思考[J]. 航天返回与遥感, 2008, 29(3): 63-70.
- 5 Wang Yunqi, Liu Weiqi, Zhang Daliang, *et al.* Design of off-axis three-mirror optical system with wide field of view based on transfer matrix[J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(4): 0418003.
王蕴琦, 刘伟奇, 张大亮, 等. 基于传递矩阵的宽视场离轴三反光学系统设计[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(4): 0418003.
- 6 Wassermann G D, Wolf E. On the theory of aplanatic aspheric systems[J]. Proceedings of the Physical Society B, 1949, 62(1): 2-8.
- 7 Knapp D J. Conformal optical design[D]. Tucson: The University of Arizona, 2002.
- 8 Li Dongxi, Lu Zhenwu, Sun Qiang, *et al.* A research of conformal optical system based on Wassermann-Wolf equations [J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(10): 5766-5771.
李东熙, 卢振武, 孙 强, 等. 基于 Wassermann-Wolf 方程的共形光学系统设计研究[J]. 物理学报, 2007, 56(10): 5766-5771.
- 9 Cheng D, Wang Y, Hua H. Free form optical system design with differential equations[C]. SPIE, 2010, 7849: 78490Q.
- 10 Wang Chao, Zhang Xin, Qu Hemeng, *et al.* Design of novel catadioptric elliptical dome optical system[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(8): 0822002.
王 超, 张 新, 曲贺盟, 等. 新型折反射式椭球形整流罩光学系统的设计[J]. 光学学报, 2012, 32(8): 0822002.