

一种新的摄像机一维标定方法

吕耀文¹ 刘 维² 徐熙平¹ 安 喆¹

¹长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022

²吉林大学地球探测科学与技术学院, 吉林 长春 130033

摘要 针对摄像机一维(1D)标定的问题,将世界坐标系建立在 1D 标定物上,提出新的数学模型,给出了一种新的标定方法。一般地,假设 1D 标定物与世界坐标系的 X 轴重合,定义了 1D 标定点与其对应投影图像点之间的 1D 单应矩阵。从单幅视图出发,推导了 1D 摄像机标定的基本约束方程。根据基本约束方程采用线性最小二乘估计摄像机的初值,并以标定点的反投影误差最小为目标函数进行非线性优化得到最终的标定结果。通过仿真实验和真实实验证明了该算法的正确性和可行性。实验结果表明,与传统的方法相比,所提出的方法线性初值估计精度高,且对于固定点不可见的情况,无需估计固定点的图像投影坐标。

关键词 机器视觉; 摄像机标定; 一维标定物; 一维单应矩阵

中图分类号 TP391 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.1215005

A Novel Camera One-Dimensional Calibration Method

Lü Yaowen¹ Liu Wei² Xu Xiping¹ An Zhe¹

¹*School of Optoelectronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China*

²*College of Geoporation Science and Technology, Jilin University, Changchun, Jilin 130033, China*

Abstract Aiming at camera calibration with one dimensional (1D) objects, a new mathematical model of a novel method for camera calibration is proposed, in which the world coordinate system is established with the 1D object. Generally, assuming that the 1D calibration object is located along the X -axis of the world coordinate system and the 1D homography matrix between 1D calibration object and its image plane is defined. The basic constraint for 1D camera calibration from a single image is derived. The closed-form solution is estimated by linear least-square method based on the basic constraint equations and the final calibration results are obtained by minimizing the projection error of the points. Simulation results with real experiment show that the proposed method is valid and feasible. The experimental results indicate that compared with traditional method, the proposed novel method has the characteristic of higher closed-form solution precision and the image coordinates of the fixed point are not needed to be estimated when the fixed point is invisible.

Key words machine vision; camera calibration; one dimensional calibration object; one dimensional homography matrix

OCIS codes 150.0155; 150.1488; 080.1753; 150.6910

1 引 言

摄像机标定即确定三维(3D)景物与图像之间的几何映射关系,是 3D 重建^[1]、目标定位^[2]、摄像机位姿测量^[3]、机器人导航^[4]等诸多应用领域的基础技术。依据使用标定物的维度可以将摄像机标定分为 3D 标定^[1]、二维(2D)标定^[5]、一维(1D)标定^[6]和零维(0D)标定^[7]。1D 标定最早由 Zhang^[6]提出,由于大尺寸的 1D 标定物制作简单且无自身遮挡等优点受到了国内外学者的广泛关注。

受文献[6]的启发,很多学者从不同的角度对 1D 标定方法进行了更加深入的研究和实验。

收稿日期: 2016-05-20; **收到修改稿日期:** 2016-08-01

基金项目: 国家自然科学基金(2016M590255,YYWX_E12102791-201304)、吉林省科技发展计划(20160520018JH)

作者简介: 吕耀文(1987—),男,博士,讲师,硕士生导师,主要从事计算机视觉与机器学习方面的研究。

E-mail: lvyawen2005@163.com

Hammarstedt 等^[8-9]分别从消隐点和平面虚拟矩形两个方面给出了文献 [6] 标定理论的几何意义。为了提高 1D 标定的标定精度, Franca 等^[10]提出了一种图像点归一化线性算法, 能够显著地改善 1D 标定的初值估计精度。Shi 等^[11]利用相似不变性估计 1D 标定物上的两端标记点的相对深度值, 并以相对深度值构建加权线性算法, 使标定精度有了进一步的提高。在文献[11]的基础上, 史坤峰等^[12]对绝对二次曲线像(IAC)的方程组进行加权, 在保留计算精度的前提下, 简化了算法的计算量。Qi 等^[13]将 1D 标定物的运动约束由固定点旋转扩展到抛物线运动。Franca 等^[14-15]则从射影几何出发, 采用分层重构理论, 利用 1D 标定物的约束将多个摄像机之间的关系由射影重构提升为欧式重构, 并完成多摄像机的内外参数标定。对于单摄像机的 1D 标定, 在推导 IAC 约束方程时, 以上文献^[8-13]都延续了文献[6]的数学模型, 即将世界坐标系建立在摄像机坐标系下。He 等^[16-17]则根据 1D 标定物运动前后位于同一平面这一约束, 采用两幅 1D 图像构建了 2D 平面单应矩阵, 将 2D 标定和 1D 标定联系起来。

不同于以上方法, 本文从 1D 标定物的单幅视图出发, 假设世界坐标系的 X 轴与标定物重合, 定义一种全新的 1D 单应矩阵。并以此为基础, 推导了关于 IAC 的线性约束方程, 给出了一种新的摄像机 1D 标定方法。和现有方法比较, 本文方法在固定点不可见的情况下, 无需固定点的图像坐标。另外, 对于多于三个标记点的情况, 本文方法对单幅视图仅给出一个约束方程且对约束向量的计算是直接求解, 提高了标定结果的稳健性和标定精度。

2 背景知识

2.1 针孔投影模型

在摄像机的针孔投影模型中, 空间中一点 M 与其在摄像机图像平面上的投影 m 满足如下投影方程, 即

$$s\tilde{m} = \mathbf{K} [\mathbf{R}, t] \tilde{\mathbf{M}}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_u & \gamma & u_o \\ 0 & f_v & v_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中 s 为尺度因子(等于点 M 的投影深度); $\tilde{m} = [u, v, 1]^T$ 为投影点 m 的齐次图像坐标; $\tilde{\mathbf{M}} = [x, y, z, 1]^T$ 为点 M 在世界坐标系下的 3D 齐次坐标; \mathbf{R}, t 为世界坐标系向摄像机坐标系转换的旋转矩阵和平移向量; \mathbf{K} 为摄像的内参数矩阵, 包含水平和垂直方向的等效焦距 f_u 和 f_v , 图像的主点坐标 (u_o, v_o) 和倾斜因子 γ 。求解矩阵 \mathbf{K} 的这 5 个参数, 即为摄像机标定。

2.2 文献[6]方法

如图 1 所示, 空间中的 1D 标定物包含 j 个长度关系精确已知的共线标记点, 依次记为 $\{M_1, M_2, \dots, M_j\}$, 这些标记点在图像中对应投影点为 $\{m_1, m_2, \dots, m_j\}$ 。对于三点 M_1, M_2, M_j , 可得到如下关于摄像机内参数的约束方程^[6], 即

$$z_1^2 (\tilde{m}_1 + \beta \tilde{m}_j)^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} (\tilde{m}_1 + \beta \tilde{m}_j) = L_{1j}^2, \quad \beta = \frac{L_{2j} (\tilde{m}_1 \times \tilde{m}_j) \cdot (\tilde{m}_2 \times \tilde{m}_j)}{L_{12} (\tilde{m}_2 \times \tilde{m}_j) \cdot (\tilde{m}_2 \times \tilde{m}_j)}, \quad (2)$$

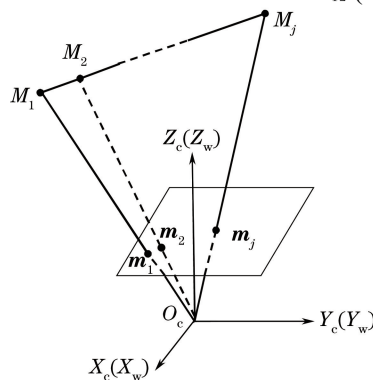


图 1 1D 标定物的几何投影

Fig. 1 Geometry projective of 1D object

式中 z_1 为点 M_1 在摄像机坐标系下的 Z 坐标, $\bar{m}_k (k=1, 2, j)$ 为点 M_k 的投影点 m_k 的齐次图像坐标, L_{ij} 表示点 M_i 到 M_j 的距离; 符号“ \times ”和“ \cdot ”分别表示向量的叉乘和点乘; β 为 1D 标定物上两个端点 M_1 和 M_j 投影深度比的估计值。约束方程(2)式中包含 6 个未知参数(z_1 和矩阵中的 5 个元素)。因此, 通过绕固定点 M_1 最少旋转 6 次就可以线性求解 $\mathbf{K}^{-T}\mathbf{K}^{-1}$ (IAC), 进而通过 Cholesky 分解得到矩阵 \mathbf{K} 的值, 完成摄像机标定。

2.3 归一化与多于三个标记点

文献[10]指出如果直接将 1D 标记点的齐次图像坐标用于对 IAC 的线性求解, 将会使 IAC 系数矩阵的列向量在数值上相差 4 个数量级, 导致系数矩阵条件数很大, 进而引起 IAC 线性估计结果的误差很大。为了解决这个问题, 文献[10]引入了图像坐标归一化方法。首先, 对每一个投影图像点 m , 做投影变换 \mathbf{T} , 即 $\bar{m}' = \mathbf{T}\bar{m}$, 使得原始数据的重心是新坐标系的原点且变换后的新数据点集位于半径为 $\sqrt{2}$ 的球内。然后, 由变换后的新数据点集求解摄像机的内参数矩阵得到 \mathbf{K}' 。最后, 去归一化得到原始的内参数矩阵 $\mathbf{K} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{K}'$ 。关于变换矩阵 \mathbf{T} 的确定可以参考文献[7]。

对于多于三个标记点的处理, 文献[10]固定 1D 标定物的两个端点, 任意选择一个中间的标记点, 组成三个共线标记点。如果标记点的数量为 J , 那么将会产生 $J-2$ 个不同的共线三点组合, 结合(2)式可以得到关于 IAC 的 $J-2$ 个线性约束方程。这种方法直观易懂, 但是由于投影几何的交比不变性, 这 $J-2$ 个约束方程并不独立, 也就是说, 1D 标定物的单幅视图仅能给出一个关于 IAC 的独立约束方程^[6]。因此, 该方法对 IAC 产生了过约束, 当 1D 标定物上的标记点增多时, IAC 的线性估计精度并没有提高。

文献[11]从相对投影深度 β 的几何意义出发, 认为 $J-2$ 个共线三点组合是对同一变量 β 的求解, 因此, 采用线性最小二乘法给出 β 值的计算公式, 表达式为

$$\beta = \frac{\sum_{k=2}^{J-1} L_{1k} L_{kj} (\bar{m}_1 \times \bar{m}_k) \cdot (\bar{m}_k \times \bar{m}_j)}{\sum_{k=2}^{J-1} L_{1k}^2 (\bar{m}_k \times \bar{m}_j) \cdot (\bar{m}_k \times \bar{m}_j)}, \quad (3)$$

该方法给出了一种利用 1D 标定物上的所有标记点估计投影深度比 β 的方法, 当 $J=3$ 时, 该方法与三点法等效。当 $J>3$ 时, 由于数据的冗余性, β 的估计精度得到了提高。因此, 内参数的标定精度相比文献[10]有了进一步的提高。

3 1D 标定的单视图几何

如图 2 所示, 一般地, 令 1D 标定物位于世界坐标系的 X 轴上, 且世界坐标系原点与点 M_1 重合。此时, 对于 1D 标定物上的任一标记点, 都有 $y=z=0$ 。则由(1)式可得

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} r_1 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中 r_1, r_2, r_3 是旋转矩阵 \mathbf{R} 的三个列向量。为避免符号混乱, 这里仍然使用 $\bar{\mathbf{M}}$ 表示 1D 标记点的齐次坐标, 只是此时 $\bar{\mathbf{M}} = [x, 1]^T$, 显然 x 为该标记点到世界坐标系原点 M_1 的有向距离。因此, 在此模型下, 标记点 M 与其投影图像点 m 有如下关系式成立, 为

$$s\bar{m} = \mathbf{H}\bar{\mathbf{M}}, \quad \text{with } \mathbf{H} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} r_1 & t \end{bmatrix}, \quad (5)$$

矩阵 \mathbf{H} 维度为 3×2 , 包含 6 个元素。为了与广泛熟知的 2D 平面单应矩阵区分, 本文称 \mathbf{H} 为 1D 单应矩阵, 因为矩阵 \mathbf{H} 在相差一个尺度因子的条件下, (5)式始终成立, 所以 \mathbf{H} 有 5 个自由度, 而一对点对应, 由(5)式可以提供关于 \mathbf{H} 的两个线性约束, 最少三对点对应就可以确定 1D 单应矩阵 \mathbf{H} 。

如果给定 1D 标定物的单幅视图, 那么根据以上分析, 可以采用线性归一化算法求解 1D 单应矩阵 \mathbf{H} 。同时有如下结论成立。

结论 1: 如果将 1D 单应矩阵 \mathbf{H} 的最后一个元素设定为 1, 那么尺度因子 s 是世界坐标系到摄像机坐标

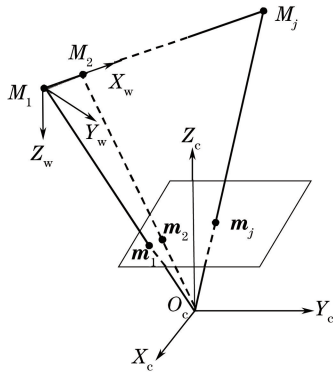


图 2 1D 标定物的 1D 单应矩阵

Fig. 2 1D homography matrix for 1D object

系平移矢量 t 的最后一个元素。

证明: 设

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & h_4 \\ h_2 & h_5 \\ h_3 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix}, \mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}, \quad (6)$$

将(6)式代入(5)式得

$$s \underbrace{\begin{bmatrix} h_1 & h_4 \\ h_2 & h_5 \\ h_3 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} = \underbrace{\begin{bmatrix} f_u & \gamma & u_o \\ 0 & f_v & v_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} \underbrace{\begin{bmatrix} r_1 & t_x \\ r_2 & t_y \\ r_3 & t_z \end{bmatrix}}_{[\mathbf{r}_1 \ \mathbf{t}]} = \begin{bmatrix} \times & \times \\ \times & \times \\ \times & t_z \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中“ \times ”表示不关心的可能任意数值。由(7)式可得

$$s = t_z, \quad (8)$$

即结论 1 成立, 证毕。

设 $\mathbf{h}_1 = [h_1 \ h_2 \ h_3]^T, \mathbf{h}_2 = [h_4 \ h_5 \ 1]^T$, 将(8)式代入(7)式有

$$t_z [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2] = \mathbf{K} [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{t}], \quad (9)$$

又根据旋转矩阵的性质, \mathbf{r}_1 为单位向量, 因此,

$$t_z^2 \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 = 1. \quad (10)$$

(10)式为 1D 标定的单视图对 IAC 的约束方程, 也是本文提出的摄像机 1D 标定方法的基本约束方程。(10)式包含 6 个未知量(\mathbf{K} 中的 5 个未知参数和 t_z), 给定 1D 标定的 N 幅视图, 将有 N 个约束方程, $(5+N)$ 个未知参数, 因此, 还是无法标定摄像机的内参数。但是如果未知量 t_z 和 \mathbf{K} 一样, 在 N 幅视图中都是固定的, 那么给定至少 6 幅视图就可以标定摄像机。

为了在 N 幅视图中固定参数 t_z , 下面给出参数 t_z 的几何意义。由(6)式可知, t_z 是矢量 \mathbf{t} 的最后一个元素, 而 \mathbf{t} 是世界坐标系到摄像机坐标系的平移矢量, 在几何上表示世界坐标系的原点在摄像机坐标系下的 3D 坐标, 即图 2 中点 M_1 在摄像机坐标系下的 3D 坐标。所以, 如果固定点 M_1 , 那么 t_z 就为固定值。因此, 可以由 $N(N \geq 6)$ 幅绕固定点 M_1 旋转的 1D 标定物视图完成摄像机的标定任务。该运动模式与文献[6]的运动模式相同。

在 2D 标定中, 标定摄像机的 5 个内参数, 需要最少 2D 标定物的三幅视图。将结论 1 推广到 2D 标定中, 得到如下结论。

结论 2: 如果让 2D 标定物绕固定点运动, 那么只需两幅视图就可以标定摄像机的 5 个内参数。

证明: 如图 3 所示, 由两个 1D 正交物体组成的 2D 标定物^[18], 一般地, 假设 2D 标定物平面位于世界坐标系的 $z=0$ 平面, 且世界坐标系的原点与固定点重合。那么给定 2D 标定物的一幅视图, 可以采用线性归一化算法求解 3×3 的 2D 单应矩阵 $\mathbf{H}^{[5,19]}$ 。令 \mathbf{H} 的最后一个元素为 1, 且 $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \mathbf{h}_3]$, 则有

$$s \underbrace{\begin{bmatrix} h_1 & h_4 & h_7 \\ h_2 & h_5 & h_8 \\ h_3 & h_6 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} = \underbrace{\begin{bmatrix} f_u & \gamma & u_o \\ 0 & f_v & v_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} \underbrace{\begin{bmatrix} r_1 & r_4 & t_x \\ r_2 & r_5 & t_y \\ r_3 & r_6 & t_z \end{bmatrix}}_{[\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{t}]} = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & t_z \end{bmatrix}, \quad (11)$$

由(11)式可得缩放因子 $s=t_z$, 那么有

$$t_z [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \mathbf{h}_3] = \mathbf{K} [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{t}]. \quad (12)$$

根据旋转矩阵的性质, $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 为单位矩阵且正交, 则有

$$\begin{cases} t_z^2 \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 = 1 \\ t_z^2 \mathbf{h}_2^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 = 1, \\ \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0 \end{cases} \quad (13)$$

因此, 给定 2D 标定物的单幅视图, 可以得到关于 t_z 和 5 个内参数的三个约束方程, 因此, 只需两幅视图, 就可以标定摄像机的内参数, 证毕。

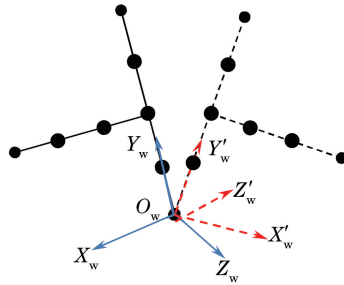


图 3 绕固定点旋转的 2D 标定物体
Fig. 3 2D object rotating with a fixed point

4 本文 1D 标定方法

4.1 初值估计

令

$$\mathbf{B} = z_c^2 \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

则有

$$\mathbf{h}_i^T \mathbf{B} \mathbf{h}_i = [h_1^2 \ 2h_1h_2 \ h_2^2 \ 2h_1h_3 \ 2h_2h_3 \ h_3^2] \mathbf{b}, \quad (15)$$

式中 $\mathbf{b} = [B_{11} \ B_{12} \ B_{22} \ B_{13} \ B_{23} \ B_{33}]^T$ 。因此, 由一个给定的 1D 单应矩阵, 1D 标定的基本约束方程(10)式可以表示为

$$\mathbf{v}^T \mathbf{b} = 1, \quad (16)$$

式中向量 $\mathbf{v} = [h_1^2 \ 2h_1h_2 \ h_2^2 \ 2h_1h_3 \ 2h_2h_3 \ h_3^2]^T$ 。考虑给定 1D 标定物不同姿态的 n 幅视图, 则有

$$\mathbf{V} \mathbf{b} = \mathbf{L}, \quad (17)$$

式中 $\mathbf{L} = [1 \ \dots \ 1]^T$, \mathbf{V} 是以不同向量 \mathbf{v}^T 为行向量组成的 $n \times 6$ 维矩阵。如果 $n \geq 6$, 则(17)式的线性最小二乘解为

$$\mathbf{b} = (\mathbf{V}^T \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^T \mathbf{L}, \quad (18)$$

若 \mathbf{b} 已知, 则采用 Cholesky 分解矩阵 \mathbf{B} 可以得到矩阵 \mathbf{K}^{-1}/t_z 。又因为内参数矩阵 \mathbf{K} 的最后一个元素为 1, 因此 \mathbf{K} 和 t_z 可以很容易地确定, 进而, 由(9)式估计第 i 幅视图的外参数为

$$\mathbf{r}_{i1} = t_z \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_{i1}, \quad t_i = t_z \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_{i2}. \quad (19)$$

理论上, \mathbf{r}_{i1} 是旋转矩阵的列向量, 为单位向量, 由于世界坐标系的原点 (M_1) 固定, 因此对于每一幅视图 t_i 应该为常向量。但是由于测量噪声的存在, 估计的 \mathbf{r}_{i1} 并不一定满足单位向量约束, t_i 也并不是常向量。

因此,进一步估计 \mathbf{r}_{i1} 和常向量 \mathbf{t} , 即

$$\mathbf{r}_{i1} = \frac{\mathbf{r}_{i1}}{\|\mathbf{r}_{i1}\|}, \quad \mathbf{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{t}_i. \quad (20)$$

4.2 非线性优化

线性最小二乘解缺乏明确的几何意义, 当有噪声存在时, 估计的结果并不是最优的。因此, 还需要采用非线性优化算法进一步优化估计结果。

给定 1D 标定物的 n 幅视图, 在 1D 标定物上有 m 个标记点。假设标记点的投影图像点被独立均匀的噪声所污染, 则参数的最大似然估计可以以所有标记点的图像投影误差最小为目标函数, 所有标记点的图像投影误差为

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|\mathbf{m}_{ij} - \hat{\mathbf{m}}_{ij}(\mathbf{K}, \mathbf{r}_{i1}, \mathbf{t}, \mathbf{M}_j)\|, \quad (21)$$

式中 $\hat{\mathbf{m}}_{ij}(\mathbf{K}, \mathbf{r}_{i1}, \mathbf{t}, \mathbf{M}_j)$ 为采用(4)式计算得到的第 i 幅视图中 1D 标记点 \mathbf{M}_j 的投影图像点坐标。单位向量 \mathbf{r}_{i1} 可以采用两个参数的球坐标表示, 这两个参数分别为水平夹角 θ_i 和垂直夹角 φ_i , 它们共同定义了 1D 标定物在摄像机坐标系下的方向。 \mathbf{r}_{i1} 与参数 θ_i 和 φ_i 的关系为

$$\mathbf{r}_{i1} = [\sin \theta_i \cos \varphi_i \quad \sin \theta_i \sin \varphi_i \quad \cos \theta_i]^\top. \quad (22)$$

(21)式即最小化公式, 是一个非线性优化问题, 可以采用 Levenberg-Marquardt 迭代优化算法^[10,12]求解。该迭代算法需要一个初始值, 由 4.1 节给出。综上所述, 本文标定算法流程如图 4 所示。

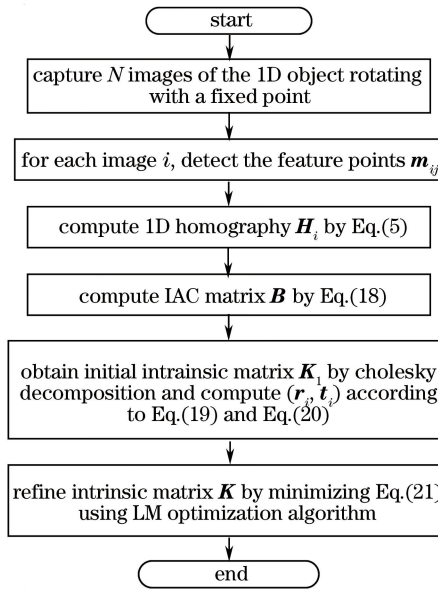


图 4 本文算法流程图

Fig. 4 Flow chart of the proposed method

5 仿真与实验

5.1 合成数据仿真

仿真时设置摄像机的内参数为

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1500 & 0 & 1000 \\ 0 & 1500 & 1000 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

镜头畸变参数为 0, 摄像机分辨率为 2000 pixel × 2000 pixel, 1D 标定物的长度为 90 cm, 在 1D 标定物上分布着用于标定的等距标记点, 固定旋转点即世界坐标系的原点在摄像机坐标系下的 3D 坐标 $\mathbf{t} = [0 \quad 50 \quad 200]^\top$ 。1D 标定物方向矢量的球坐标参数 θ_i 和 φ_i 分别从均匀分布 $(0, 2\pi)$ 和 $(\pi, 2\pi)$ 中随机

产生。仿真过程中,在投影图像点上添加的噪声是均值为 0、方差为 δ 的高斯噪声,以标定结果与设定真值的相对误差作为标定精度的评价标准,但主点(u_o, v_o)相对误差的计算采用 f_u ,以使评价标准具有明确的几何意义^[6,10,20]。

合成数据用来评估本文方法的标定精度。从 3 个方面分析本文算法的标定精度:噪声水平,标定图像的数量,1D 标定物上的标记点数量。另外,对固定点不可见的情况也进行了仿真分析,并与文献[11]方法进行了比较。

1) 噪声水平对标定精度的影响

实验中三个等距标记点分布在 1D 标定物上,标定图像的数量为 50。高斯噪声添加到投影图像上,方差 δ 从 0 到 2 以 0.1 pixel 的步长变化。对于每一个固定的 δ 值,标定结果为 250 次独立实验的平均结果,标定结果如图 5 所示,其中图 5(a)和(b)分别为本文算法的线性估计结果和非线性优化结果,图 5(c)和(d)分别为参考文献[11]中算法的线性估计结果和非线性优化结果。

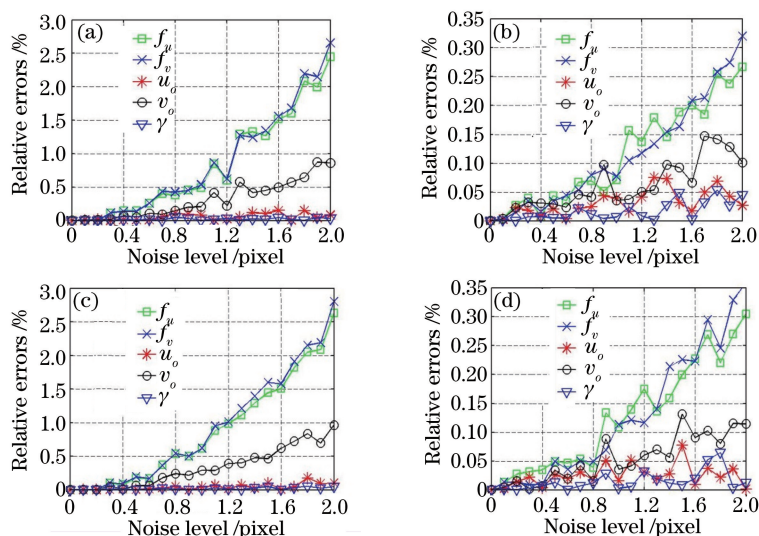


图 5 噪声水平对标定精度的影响

Fig. 5 Performance with respect to the noise level on calibration accuracy

如图 5(a)和(b)所示,本文标定方法的相对误差与噪声之间呈线性变化关系,但是 f_u 和 f_v 的误差比其他参数增长的更快。另外,非线性优化算法可以显著地提高标定精度。当噪声水平为 0.4 pixel 时,相对误差小于 0.05%。与图 5(c)和(d)比较可知,本文算法与文献[11]算法具有基本一致的线性和非线性优化标定精度。

众所周知,Levenberg-Marquardt 是一种局部优化算法。因此,线性估计对于避免非线性迭代陷入局部最优值具有重要的作用。不仅具有较好的初始线性估计值,同时还可以降低迭代次数,进而减少计算时间。另外,从文献[10]和[11]的结果看,不同算法的非线性优化结果具有相同的标定精度。因此,在下面的仿真实验中,仅仅评估算法的线性优化结果。

2) 图像数量对标定精度的影响

实验中,1D 标定物上等距标记点的数量为 3,噪声的方差 $\delta=0.5$ pixel。所用标定图像的数量 n 从 6 变化到 80。对于每一个图像数,标定结果为 250 次独立实验的平均结果,标定结果如图 6 所示,其中图 6(a)和(b)分别为利用本文方法和文献[11]方法所得到的图像数量对标定精度的影响。由图 6 可知,当图像数量从 6 变化到 8 时,标定误差迅速下降。当图像数量大于 18 时,标定误差基本稳定在 0.2%。这表明在实际的 1D 标定实验中,图像的数量应该大于 18。

3) 标记点数量对标定精度的影响

对于本次实验,选择的图像数量为 50,噪声方差为 0.5 pixel。1D 标定物上的等距标记点数量为 3 到 16。对于每一个标记点数,标定结果为 250 次独立实验的平均结果,标定结果如图 7 所示,其中图 7(a)和(b)依次为利用本文方法和文献[11]方法所得到的标定点数量对标定精度的影响。

从仿真结果看到,随着标记点数量的增加,本文方法的相对误差基本呈线性下降趋势[图 7(a)],而文献

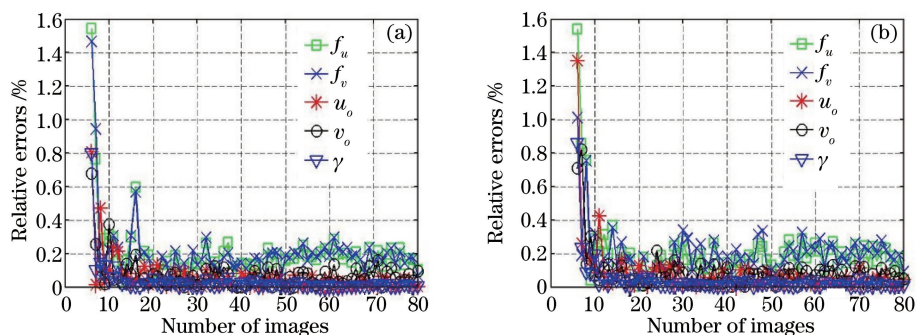


图 6 图像数量对标定精度的影响。(a) 本文方法；(b) 文献[11]方法

Fig. 6 Influence of number of images on calibration accuracy. (a) Proposed method; (b) Ref. [11] method

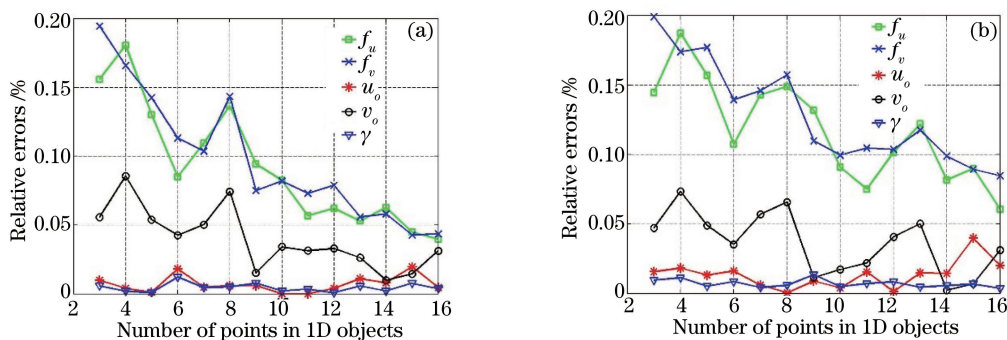


图 7 标定点数量对标定精度的影响。(a) 本文方法；(b) 文献[11]方法

Fig. 7 Influence of number of points on calibration accuracy. (a) Proposed method; (b) Ref. [11] method

[11]的相对误差先线性下降(标记点数量从3变化到10)而后基本稳定在0.1%左右,其主要原因是由(2)式可知,文献[11]对IAC产生约束的是向量 $\bar{m}_1 + \beta \bar{m}_j$ 。当标定点数由3增加到10时,相对深度 β 的估计精度由于观测数据的冗余性而得到了提高。但是,当标记点数量大于10时,主要误差为投影图像点 m_1 和 m_j 的提取误差,而 m_1 和 m_j 的提取误差和标记点数量无关。本文方法是对IAC约束向量的直接估计,IAC约束向量的估计精度随着标记点数量的增多而提高。综上所述,对于多于3个标记点的情况,相比文献[11]中方法,本文方法具有更高的标定精度。

4) 固定点不可见情况

实验中,1D标定物的长度重设为120 cm,相邻共线等距点的长度设定为40 cm,固定点的位置由 $[0 \ 30 \ 200]^T$ 移动到 $[0 \ 150 \ 200]^T$,参数 θ_i 和 φ_i 变为从均匀分布 $(0.2\pi, 0.7\pi)$ 和 $(1.3\pi, 1.7\pi)$ 中随机产生,参与标定的图像数为30,1D标定物上有三个标记点在摄像机的视场内,某次生成的30幅1D标定物图像的叠加如图8(a)所示。图像点的高斯噪声以步长0.1 pixel从0变化到2 pixel。标定结果为250次独立实验的平均结果,标定结果如图8(b)和(c)所示。由图8可知,两种方法的相对误差都与噪声的大小成线

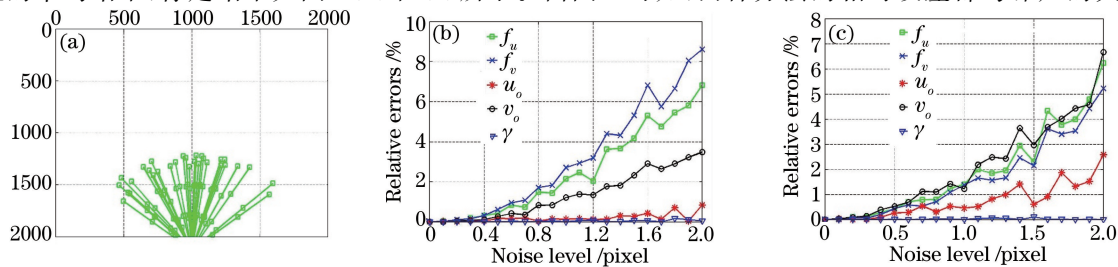


图 8 (a) 1D 标定物 30 幅投影图像的叠加;固定点不可见时,(b) 本文方法与

(c) 文献[11]的方法噪声水平对标定精度的影响

Fig. 8 (a) Superposition of 30 observations of the 1D objects; performance with respect to the noise level on calibration accuracy using (b) proposed method and (c) Ref. [11] method when the fixed point is invisible

性关系。但文献[11]的方法略优于本文方法。也就是说,对于固定点不可见的情况,固定点图像坐标的估计有利于提高标定精度。

5.2 真实实验

实验中摄像机的分辨率为 $720 \text{ pixel} \times 576 \text{ pixel}$, 像元尺寸为 $5.5 \mu\text{m} \times 5.5 \mu\text{m}$, 镜头焦距约为 6 mm 。将 6 个乒乓球通过一根细线串在一起, 细线的一段固定在一个钉子上。用游标卡尺测量乒乓球中心与钉子之间的距离为 $[9.7 \ 23.42 \ 37.14 \ 50.86 \ 64.58 \ 78.3]^T \text{ cm}$ 。拉直细线, 绕钉子做随机运动, 在运动的过程中, 采集 50 幅标定图像。对每一幅图像采用 Hough 圆变换估计 6 个乒乓球中心的图像坐标。其中一幅图像如图 9 所示, 6 个标记点在 50 幅图像中的投影图像点也叠加在图 9 中。

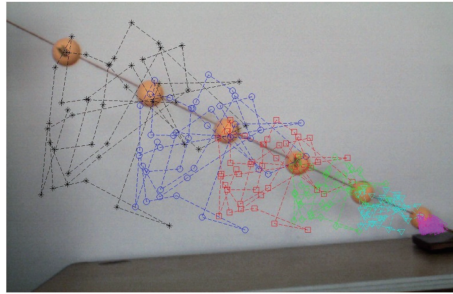


图 9 叠加 6 个标记点图像坐标的 1D 标定物示例

Fig. 9 Example of the 1D objects used for camera calibration with six tracked points

为了验证本文方法的标定精度, 运用 Matlab 标定工具箱^[21]采用 2D 棋盘方法对摄像机的内参数进行了标定, 该标定结果被认为是摄像机内参数的真值。为了便于对比, 文献[11]的方法也被应用于实验中, 最终的实验结果如表 1 所示。从实验数据可以看到, 本文方法和文献[11]方法具有相同非线性优化结果, 这是因为这两种方法都是以图像点的投影误差最小为优化目标函数。但是, 本文方法的结果整体优于文献[11]方法, 实际实验结果和仿真结果一致。

表 1 真实实验图像的标定结果

Table 1 Calibration results with real experimental images

Method		f_u	f_v	γ	u_o	v_o
Groundtruth		1383.3	1382.9	$2.35(89.90^\circ)$	351.44	206.31
	Closed-form	1420.2	1427.3	$-0.57(90.02^\circ)$	413.65	181.74
Proposed	Error	2.67%	3.21%	$0.21\%(0.12^\circ)$	4.50%	1.78%
method	Nonlinear	1376.6	1377.5	$4.38(89.82^\circ)$	339.39	211.86
	Error	0.48%	0.39%	$0.15\%(0.08^\circ)$	0.87%	0.40%
	Closed-form	1437.9	1430.8	$-1.89(90.08^\circ)$	409.16	246.82
Ref.[11]	Error	3.95%	3.46%	$0.31\%(0.18^\circ)$	4.17%	2.93%
method	Nonlinear	1376.6	1377.5	$4.38(89.82^\circ)$	339.39	211.86
	Error	0.48%	0.39%	$0.15\%(0.08^\circ)$	0.87%	0.40%

6 结 论

针对摄像机 1D 标定问题, 建立了新的数学模型, 给出一种新的摄像机 1D 标定方法, 该方法只要在一幅图像中至少观测到三个标记点, 就可以给出关于 IAC 约束方程, 无需关心固定点是否在视场内且本文方法是直接估计 IAC 的约束向量。介绍了摄像机的小孔成像模型与相关的现有标定理论和方法。定义了 1D 标记点与其投影图像坐标之间的 1D 单应矩阵, 并证明了当将 1D 单应矩阵的最后一个元素设定为 1 时, 尺度因子 s 为平移矢量 t 的最后一个元素, 给出了 1D 标定物单幅视图关于 IAC 的基本约束方程, 并详细说明了具体的线性和非线性优化算法。同时将本文理论进一步推广到了 2D 标定中, 证明了如果限定 2D 标定的运动, 两幅视图就可以完成摄像机的标定。最后, 通过仿真实验和真实实验验证了该算法的正确性和可行性。实验结果表明, 当 1D 标定物多于三个标记点时, 本文方法对单幅视图仅给出一个约束方程且对 IAC 约束向

量的计算是直接求解,线性标定精度优于现有的标定方法,为非线性迭代提供了更优的初始值,减少了迭代次数,提高了算法的稳健性。

本文方法并没有将镜头的畸变参数考虑在标定算法内,这个问题可以通过简单地在非线性优化目标函数(21)式中添加畸变参数,并令其初始值为0进行求解。另外,对于如何将该结论推广到更一般的1D标定运动如平面运动、抛物线运动等是一个需要进一步研究的问题。由于世界坐标系只限定了 x 轴和坐标原点,世界坐标系的定义并不像2D标定能唯一确定。因此,对于多个摄像机的外参数标定问题,并不如2D标定那样直观,这也是需要进一步解决的问题。

参 考 文 献

- 1 Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off the-shelf TV cameras and lenses[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323-344.
- 2 Lü Yaowen, Wang Jianli, Cao Jingtai, *et al.* Monocular measurement for point target with parabolic motion[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0615001.
吕耀文, 王建立, 曹景太, 等. 抛物线运动点目标的单目测量[J]. 光学学报, 2013, 33(6): 0615001.
- 3 Zhang Yueqiang, Su Ang, Liu Haibo, *et al.* Pose estimation based on multiple line hypothesis and iteratively reweighted least squares[J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(6): 1722-1731.
张跃强, 苏 昂, 刘海波, 等. 基于多直线对应和加权最小二乘的位姿估计[J]. 光学 精密工程, 2015, 23(6): 1722-1731.
- 4 Oh H, Won D, Huh S, *et al.* Indoor UAV control using multi-camera visual feedback[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2011, 61(1-4): 57-84.
- 5 Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2000, 22 (11): 1330-1334.
- 6 Zhang Z Y. Camera calibration with one-dimensional objects[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2004, 26(7): 892-899.
- 7 Hartley R I, Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision [M]. Second edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2004: 223-229, 104-109.
- 8 Hammarstedt P, Sturm P, Heyden A. Degenerate cases and closed-form solutions for camera calibration with one-dimensional objects[C]. Proceedings of the Tenth IEEE International Conference on Computer Vision, 2005, 1: 317-324.
- 9 Wu F C, Hu Z Y, Zhu H J. Camera calibration with moving one dimensional objects[J]. Pattern Recognition, 2005, 38 (5): 755-765.
- 10 França J A de, Stemmer M R, França M B de M, *et al.* Revisiting Zhang's 1D calibration algorithm[J]. Pattern Recognition, 2010, 43(3): 1180-1187.
- 11 Shi K, Dong Q, Wu F. Weighted similarity-invariant linear algorithm for camera calibration with rotating 1D objects[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(8): 3806-3812.
- 12 Shi Kunfeng, Wu Fuchao. Optimally weighted linear algorithm for camera calibration with 1D objects[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2014, 26(8): 1251-1257.
史坤峰, 吴福朝. 相机一维标定的最优加权线性算法[J]. 计算辅助设计与图形学学报, 2014, 26(8): 1251-1257.
- 13 Qi F, Li Q, Luo Y, *et al.* Constraints on general motions for camera calibration with one dimensional objects[J]. Pattern Recognition, 2007, 40(6): 1785-1792.
- 14 França J A de, Stemmer M R, França M B de M, *et al.* A new robust algorithmic for multi-camera calibration with a 1D object under general motions without prior knowledge of any camera intrinsic parameter[J]. Pattern Recognition, 2012, 45(10): 3636-3647.
- 15 Fu Zhongliang, Zhou Fan, Xie Yanfang, *et al.* One-dimensional multi-camera calibration based on fundamental matrix [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0615003.
付仲良, 周 凡, 谢艳芳, 等. 基于像对基础矩阵的多像一维标定方法[J]. 光学学报, 2013, 33(6): 0615003.
- 16 He X, Zhang H, Hur N, *et al.* Complete camera calibration using line-shape objects[C]. Tencon 2006 Hong Kong IEEE Region 10 Conference, 2006: 1-4.
- 17 Wang Bo, Sun Fengmei. 1D camera calibration revisited[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2014, 26(3): 452-456.
王 波, 孙凤梅. 再论一维摄像机标定[J]. 计算辅助设计与图形学学报, 2014, 26(3): 452-456.

- 18 Xue Junpeng, Su Xianyu. Camera calibration with single image based on two orthogonal one-dimensional objects[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(1): 0115001.
薛俊鹏, 苏显渝. 基于两个正交一维物体的单幅图像相机标定[J]. 光学学报, 2012, 32(1): 0115001.
- 19 Hong Yang, Sun Xiuxia, Cai Ming, *et al.* An intrinsic parameters self-calibration technique based on infinite homography between orthogonal vanishing points[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(12): 1208001.
洪 洋, 孙秀霞, 蔡 鸣, 等. 基于正交消隐点无穷单应的摄像机内参数自标定方法[J]. 中国激光, 2015, 42(12): 1208001.
- 20 Triggs B. Auto calibration from planar scenes[C]. Proceedings of European Conference on Computer Vision, 1998, 1406: 89-105.
- 21 Bouguet J Y. Camera calibration toolbox for Matlab[EB/OL]. (2015-10-14)[2016-05-20]. http://vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/index.html.