

二维多相机全场数字图像相关变形测量方法

刘 聪¹ 戴云彤¹ 戴美玲¹ 刘晓鹏² 朱程鹏¹ 邵新星¹ 何小元¹

¹东南大学江苏省工程力学分析重点实验室, 江苏 南京 210096

²中国海洋大学信息科学与工程学院, 山东 青岛 266100

摘要 从理论上推导了数字图像相关(DIC)方法中应变精度的影响因素,指出应变计算精度会随着窗口尺寸的变小而下降。为了提高图像有效分辨率,针对细长平面试件提出了一种二维多相机全场 DIC 方法。该方法根据特征点检测及匹配算法定位特征点对的亚像素位置,通过 DIC 方法对特征点对进行高精度配准,利用发展的逐步优化单应矩阵方法求解图像变换关系,得到变形前后的无缝拼接图像。分别实施了纯平移和橡胶梁三点弯两组实验。在纯平移实验中,该方法计算得到的应变均值误差及均方根误差均在 $50 \mu\epsilon$ 以内,验证了该方法的有效性;采用橡胶梁三点弯实验对比该方法与三维多相机全场 DIC 方法,并基于实验结果对该方法的优点与缺点进行了分析。

关键词 测量; 二维数字图像相关; 多相机; 全场变形; 图像拼接

中图分类号 O348.1 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201636.1212002

Deformation Measurement by Two-Dimensional Multi-Camera Full-Field Digital Image Correlation

Liu Cong¹ Dai Yuntong¹ Dai Meiling¹ Liu Xiaopeng² Zhu Chengpeng¹

Shao Xinxing¹ He Xiaoyuan¹

¹Jiangsu Key Laboratory of Engineering Mechanics, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China

²College of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao, Shandong 266100, China

Abstract The factors impacting strain precision in the digital image correlation (DIC) method is derived theoretically. It is pointed out that the precision of strain calculation will decrease as the calculation window gets small. In order to improve the effective image resolution, a novel perspective to two-dimensional multi-camera full-field DIC method is proposed for slender specimen. The sub-pixel position of matching feature point pairs is found based on feature point detection and matching algorithm. The matching feature point pairs are registered with high precision using the DIC method. Finally, a gradually optimized homography solution method is developed to solve the image transformation to get the seamless stitched images before and after deformation. Two sets of experiments including pure translation and three-point bending of rubber beam are conducted. In the pure translation experiments, the mean error and root-mean-square error of calculated strain are within $50 \mu\epsilon$, which verifies the validity of this method. Two-dimensional and three-dimensional multi-camera DIC methods are compared through the three-point bending experiments. Based on the results, merits and demerits of the proposed method are discussed.

Key words measurement; two-dimensional digital image correlation; multi-camera; full-field deformation; image stitching

OCIS codes 120.4290; 100.2000; 120.4640

收稿日期: 2016-04-25; 收到修改稿日期: 2016-05-19

基金项目: 国家自然科学基金(11272089, 11327201, 11532005, 11602056)、国家科技支撑计划(2014BAK11B04)、普通高校研究生科研创新计划(KYLX_0091)、东南大学优秀博士学位论文培育基金(YBJJ1509)、中央高校基本科研业务费专项资金

作者简介: 刘 聪(1988—),男,博士研究生,主要从事光测实验力学与图像处理方面的研究。

E-mail: 230129592@seu.edu.cn

导师简介: 何小元(1956—),男,博士,教授,主要从事工程结构变形监测,微电子器件力学行为研究,工业在线检测等方面的研究。E-mail: mmhxy@seu.edu.cn(通信联系人)

1 引 言

数字图像相关(DIC)方法^[1-2]以其无损、非接触、高精度全场测量等优点广泛应用于材料测试^[3]和结构变形测量^[4-5]中,主要通过相机记录变形前后物体表面图像,匹配追踪图像上的对应点来进行位移和应变测量。按照测试过程中所用相机个数的不同可分为二维数字图像相关(2D-DIC)方法和三维数字图像相关(3D-DIC)方法。很多情况下,被测物体为细长形(如土木工程中的梁、柱等),若只考虑图像宽度方向尺寸,则高度方向的有效分辨率降低;而若只考虑图像高度方向尺寸,则宽度方向尺寸会超出相机的视场范围,不能有效地进行全场测量。Chen等^[6]提出一种三维多相机DIC方法,但这种方法有以下局限性:1)任意相邻相机之间一般至少需要标定三次^[7],标定过程较为繁琐且标定精度要求较高;2)相邻相机之间至少要有一半的重叠区域,需要相机数量较多;3)标定过程将多个相机统一到一个世界坐标系下,标定完成后若相机之间的相对位置发生变动,则计算结果会出现折痕。

为解决上述问题,本文提出了一种二维多相机全场数字图像相关方法,可针对细长平面试件进行变形测量且无需复杂的标定及计算过程。该方法基于改进的图像拼接方法。一般的图像拼接方法^[8]主要应用于计算机视觉领域,包括图像配准和图像融合两个步骤,由于配准的精度有限,拼接后的图像很难直接应用到测量中。首先通过公式推导应变精度与计算窗口的关系,为保证图像有效分辨率使用多相机方法进行测量;再结合图像拼接和数字图像相关方法保证图像点匹配的稳健性和精确性,利用特征点匹配方法如快速稳健性特征(SURF)点检测^[9],找到匹配特征点的位置,通过数字图像相关方法对特征点对进行高精度匹配;最后基于Levenberg-Marquardt(L-M)优化方法^[10]发展一种逐步迭代的图像变换矩阵求解方法,对图像进行线性加权融合即可得到包含整个视场的图像。分析变形前后的整个视场图像即可得到全场变形。

2 数字图像相关原理

数字图像相关要定义两幅图像子区的相似度函数,假设图像子区的变形模式即形函数^[11],寻找两幅图像中的对应点。其中相似度函数被称为相关函数^[12],一般采用抗干扰性较好的归一化最小平方距离相关函数表示:

$$C_{\text{ZNSSD}} = \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M \left[\frac{f(x,y) - f_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x,y) - f_m]^2}} - \frac{g(x',y') - g_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x',y') - g_m]^2}} \right]^2, \quad (1)$$

式中 M 为图像子区半宽; $f(x,y)$ 和 $g(x',y')$ 分别为参考图像和变形图像的子区灰度值; f_m 和 g_m 分别为参考图像和变形图像子区灰度平均值,

$$f_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M f(x,y), \quad g_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M g(x',y'). \quad (2)$$

一般采用一阶形函数将参考图像子区映射到变形图像子区,即参考图像子区和变形图像子区的任意一点 (x,y) 和 (x',y') 之间的关系为

$$\begin{cases} x' = x + u + u_x(x - x_c) + u_y(y - y_c) \\ y' = y + v + v_x(x - x_c) + v_y(y - y_c) \end{cases}, \quad (3)$$

式中 u,v 为图像子区中心在 x 和 y 方向的位移; u_x, u_y 及 v_x, v_y 分别为图像子区位移 u 和 v 在 x,y 方向的位移梯度; (x_c, y_c) 为图像子区中心的像素坐标。采用正向牛顿-拉弗森迭代或者反向高斯-牛顿迭代方法^[13]计算相关函数的极小值[(1)式],即可求出图像子区中心点的位移 u, v 。

3 图像拼接原理

SURF点检测以其稳健性高、计算速度快等优点广泛应用于特征点匹配过程中,主要分为特征点检测和特征点描述两个步骤。特征点检测首先要计算不同尺度下的图像黑塞矩阵,将矩阵行列式定义为响应值,再将每一点的响应值与该点周围8个及该点上下两层尺度各9个共26个响应值进行比较,若为极大值则该点为该尺度下的特征点,通过三维二次函数拟合得到特征点的亚像素位置;SURF算法主要采用积分图像及盒

状滤波器来提高运算效率。特征点描述通过计算特征点周围的 Harr 小波响应来分配特征点方向及 64 维特征数据。

得到两幅图像特征点位置之后,可以根据最近邻距离比次近邻距离的方法^[14]对特征点进行粗匹配。粗匹配过程中一般使用 k 维(K-D)树^[15]及最优节点优先(BBF)算法^[16]来提高搜索效率,再使用随机抽样一致性(RANSAC)方法对特征点进行提纯。

假设相机为小孔成像模型,则

$$s \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & f_s & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & t_x \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & t_y \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中 f_x, f_y, f_s, c_x, c_y 为相机内参, \mathbf{R} 与 \mathbf{t} 为相机与世界坐标系的旋转和平移矩阵, (x, y) 与 (X, Y, Z) 分别为图像坐标和世界坐标, s 为物点到光心的距离在光轴上的投影,假设物体平面 $Z=0$,则(4)式可以简化为

$$s_0 \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H}_0 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} f_x & f_s & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & t_x \\ R_{21} & R_{22} & t_y \\ R_{31} & R_{32} & t_z \end{bmatrix}. \quad (5)$$

另一相机拍摄时的图像坐标和世界坐标满足

$$s_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H}_1 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{s_0}{s_1} \mathbf{H}_1 \mathbf{H}_0^{-1} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

因此当拍摄多幅图像拍摄物体为平面时^[17],可以用单应矩阵 \mathbf{H} 来描述两幅图像之间对应点 (x_0, y_0) 和 (x_1, y_1) 之间的变换关系,根据至少 4 组匹配的特征点可求出(7)式的单应矩阵 \mathbf{H} ,然后利用所求得单应矩阵将图像变换至同一投影面(平面、柱面等)中,最后进行图像融合。

在图像融合中一般使用多分辨率样条融合方法^[18],该方法根据图像内容动态计算融合宽度,在图像频率较高处,融合宽度窄,可以呈现较好的视觉效果。但在数字图像相关计算中,由于图像内容为散斑,若仍然使用多分辨率样条融合方法,则会导致融合区域过小,拼接处有较大应变梯度。

4 改进的图像拼接方法

匹配得到两幅图像上的对应点 (x_1, y_1) 和 (x_0, y_0) ,但这对特征点的匹配精度受 SURF 亚像素定位算法的限制,很难计算得到非常精确的单应变换矩阵[(7)式]。因此需要一种精度更高的图像点匹配方法,数字图像相关方法正是这样一种高精度的匹配方案。由于数字图像相关的计算点一般为整像素,故将第一幅图像的特征点 (x_0, y_0) 取整为 (x, y) ;形函数中位移梯度初值可设置为 0,位移初值 u_0 和 v_0 分别设为

$$\begin{cases} u_0 = x_1 - x_0 \\ v_0 = y_1 - y_0 \end{cases}, \quad (8)$$

采用数字图像相关方法求解两幅图像上的每一组匹配点 (x, y) 和 (x', y') ,分别代入(7)式中的 (x_0, y_0) 和 (x_1, y_1) ,多组匹配的对应点使用最小二乘法得到 \mathbf{H} 矩阵初值,利用 L-M 迭代算法求出最优解。

一般只能对图像进行两两配准,而最终需要将图像变换至同一投影面上,但如果直接进行矩阵连乘求解的话会将误差放大。因此,在文献[19]的基础之上,提出了一种逐步优化的单应矩阵求解方法,主要是为了防止单步同时优化所有图像的单应矩阵时陷入局部极小值,该方法主要过程如下。

已知任意两幅图像之间的粗配准关系表示为 \mathbf{H}_{ij} ,最终需要求解每幅图像到投影平面的单应变换矩阵 \mathbf{H}_k , ($k = 1, 2, \dots, n$,其中 n 为图像数)。从第二幅图像开始共需迭代 $n - 1$ 次,第 k 次所建立的迭代误差函数为

$$\sum_{\substack{i=1, \dots, k-1 \\ j=2, \dots, k}}^k d^2(\mathbf{H}_i X_i, \mathbf{H}_j X_j), \quad (9)$$

式中 X_i 表示第 i 幅图像的齐次坐标, X_j 表示第 j 幅图像的齐次坐标, d 为欧氏距离。

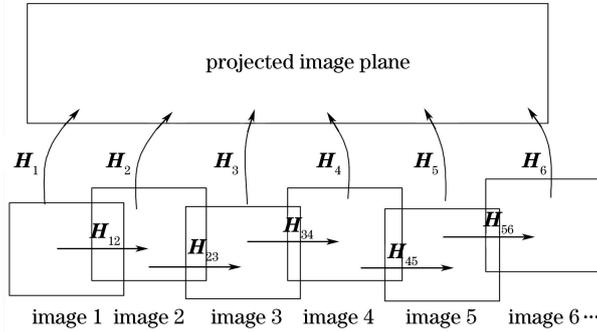


图 1 任意一幅图像与投影图像的单应变换关系

Fig. 1 Homographic transform relationship between an arbitrary image and projected image

重叠的图像精确配准之后,可以使用线性融合方法对重叠图像进行拼接,对应原始图像亚像素位置灰度使用双三次样条插值方法来保证较高的插值精度。

5 应变精度与应变窗口大小、位移方差的关系

得到每块图像子区中心点即计算点的位移之后,一般采用局部最小二乘拟合^[20]来计算应变,文献[21]推导了位移均值(准确度)、方差(精确度)与插值、噪声、子区大小等因素的关系,本文在已有位移均值方差的基础之上,推导应变精度的影响因素。

为了公式的简洁性,仅考虑一个方向即只有 x 方向的位移,在应变窗口内假设为均匀应变。对于每个应变计算窗口,其中任意一个计算点 (x, y) 的位移精确值及计算值分别为

$$\begin{cases} u(x, y) = a_0 + a_1 x \\ u_e(x, y) = a'_0 + a'_1 x \end{cases} \quad (10)$$

式中 a_0, a_1 和 a'_0, a'_1 分别为点位移精确值及计算值的拟合系数。(10)式中的两式相减得 $\Delta u(x, y) = \Delta a_0 + \Delta a_1 x$, 其中 $\Delta u = u - u_e, \Delta a_0 = a_0 - a'_0, \Delta a_1 = a_1 - a'_1$ 。误差函数为 $\gamma(x, y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N [\Delta a_0 + \Delta a_1 x - \Delta u(x, y)]^2$, 其中 N 为应变计算窗口中计算点数,当误差函数取极小值时,对应 Δa_0 及 Δa_1 的一阶偏导为 0, 即

$$\begin{cases} \Delta a_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N 1 + \Delta a_1 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Delta u = 0 \\ \Delta a_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x + \Delta a_1 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x^2 - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Delta u x = 0 \end{cases} \quad (11)$$

应变窗口一般关于应变计算点中心对称, $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x = 0$, 得到 x 方向应变 E_{xx} 误差 Δa_1 的表达式为

$$\Delta a_1 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Delta u x}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x^2} \quad (12)$$

根据文献[13]所述,若只考虑相机噪声的影响, Δu 的均值和方差分别为 0 和固定值 σ^2 , 应变的均值 $E(\Delta a_1)$ 和方差 $V(\Delta a_1)$ 为

$$E(\Delta a_1) = 0, \quad V(\Delta a_1) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x^2} \quad (13)$$

从(13)式可以看出,在位移计算精确度不变(一般为 $0.01\sim 0.02$ pixel)的情况下,应变计算窗口增大可以提高应变分辨率。若图像的有效分辨率降低,则应变精度也随应变窗口的减小而下降。

6 实验系统及方法

实验装置如图2(a)所示,使用6台Point Grey工业相机,型号为GRAS-50S5M-C,分辨率为 $2448\text{ pixel}\times 2048\text{ pixel}$,帧频为 15 frame/s ;镜头全部采用Kowa低畸变 25 mm 定焦镜头。如图3所示,相机2、4、5组成二维多相机数字图像相关系统,其光轴与试件平面接近垂直;相机1和2、相机3和4、相机5和6分别组成一套三维数字图像相关系统,并且相邻的两套系统之间要有一定的重叠区域,整体为一套三维多相机数字图像相关系统。同步触发装置控制6台相机同步采集试件表面图像。为了验证该方法的准确性,设计两组实验。一组玻璃板纯平移实验,验证该方法的应变测试精度,采用Zolix电动平移台对平面玻璃板试件(上面贴有模拟生成的二值化散斑图像)平移9次,每次平移的距离为 0.0125 mm ,计算纯平移实验的应变精度,平移方向与图像拼接的方向相同。另一组采用橡胶梁三点弯实验,加载方向与图像拼接方向垂直,橡胶梁试件及尺寸如图2(b)所示,其表面人工喷制随机散斑。在进行数字图像相关计算中子区模板大小选择 25 pixel ,计算点之间的距离为 17 pixel ,应变窗口为 11×11 个计算点。

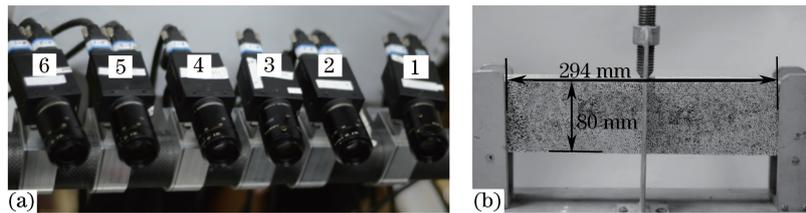


图2 (a) 相机装置;(b) 橡胶梁试件

Fig. 2 (a) Camera setup; (b) rubber beam specimen

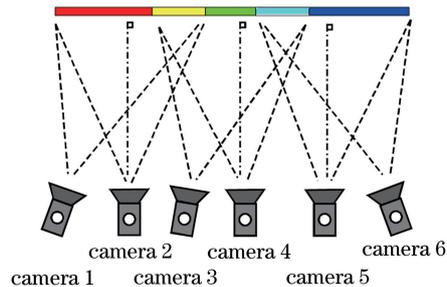


图3 相机观测区域示意图

Fig. 3 Diagram of the camera observation areas

二维多相机数字图像相关系统采集到的图像和使用改进的图像拼接方法合成的图像分别如图4和图5所示。



图4 (a) 相机2图像;(b) 相机4图像;(c) 相机5图像

Fig. 4 (a) An image from camera 2; (b) an image from camera 4; (c) an image from camera 5



图 5 拼接图像

Fig. 5 Mosaic image

镜头畸变会严重影响图像的拼接精度,所以在拼接过程中需要对匹配的特征点坐标进行相应的去畸变。具体的畸变标定步骤可以采用相机标定^[7]或散斑平移方法^[22]。为了减少图像插值造成的误差,对原始图像的去畸变及单应变换只需进行一次插值操作即可。

7 结果分析和讨论

理论上若试件发生纯平移其应变结果为零。在实际实验中,受到数字图像相关方法的测量精度、拼接误差等影响,通过数字图像相关计算出来的应变结果一般不为零,可以通过第一组实验的应变结果来衡量二维[图 6(a)]与三维[图 6(b)]多相机全场数字图像相关方法的精度,利用图 6(a)、(c)、(d)来比较本文方法与其他图像拼接方法的图像拼接精度。

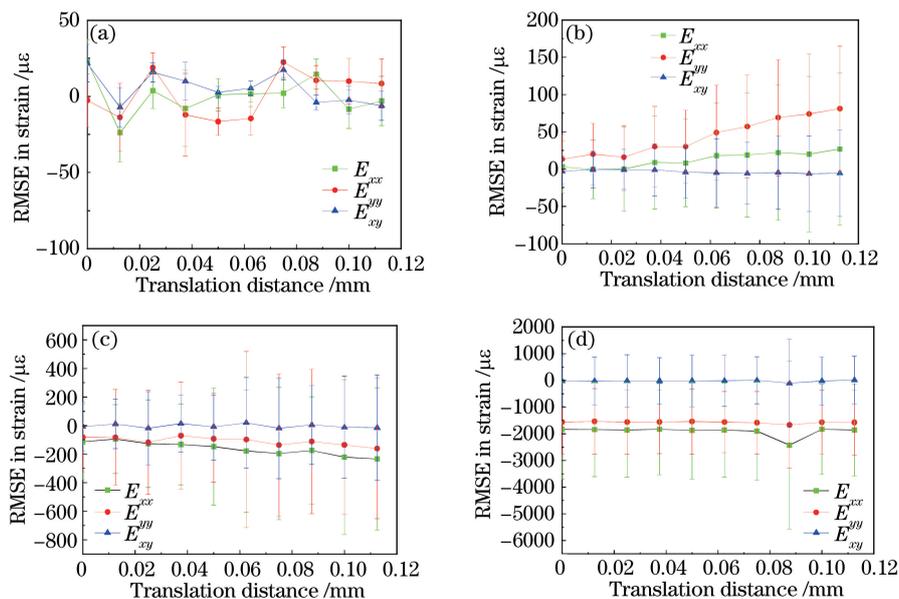


图 6 应变均方根误差与平移距离的关系。(a)二维多相机 DIC 方法;(b)三维多相机 DIC 方法;
(c)常规二维图像拼接方法;(d)开源软件 Hugin 图像拼接方法

Fig. 6 RMSE in strain with respect to translation distance. (a) Two-dimensional multi-camera DIC method;
(b) three-dimensional multi-camera DIC method; (c) conventional two-dimensional image stitching method;
(d) open-source software Hugin image stitching method

图 6(a)为二维多相机全场数字图像相关方法的应变误差,表明应变的均值误差基本位于零附近,这与(13)式中应变误差的均值为 0 的结论比较符合;应变均方根误差(RMSE)全部位于 ± 50 微应变之间,且应变 E_{xy} 的 RMSE 普遍比 E_{xx} 和 E_{yy} 的 RMSE 要小,主要是因为 E_{xy} 为剪应变,而图像的拼接方向与 E_{xy} 的方向不同,故在第二组橡胶梁实验中只需比较应变 E_{xx} 和 E_{yy} 。图 6(b)为三维多相机全场数字图像相关方法,该方法首先需要根据标定结果进行三维重构,由于标定误差的存在,重构出的试件表面不再保持为一个平

面。随着平移距离的增大,多个相机重叠处的应变误差也变大,导致应变 RMSE 也增大,而二维多相机方法则不受该条件的限制。从平移结果中可以看出,二维多相机全场 DIC 方法的精度高于三维多相机全场 DIC 方法。图 6(c)、(d)分别为常规的二维图像拼接方法和谷歌开发的开源图像拼接软件 Hugin 得到的应变误差。从上述结果可以看出,使用常规的图像拼接方法之后进行数字图像相关应变分析得到的应变误差约为本文方法的 10 倍,主要是由于一般图像拼接方法使用特征点检测及匹配,其精度低于数字图像相关方法,图像变换矩阵误差太大不能直接用于测量领域;使用 Hugin 软件得到拼接图像然后进行应变分析得到的误差更大,这是因为 Hugin 在软件中默认增加了图像对比度调整的功能,会对原始图像进行非线性灰度调整。

将第二组实验中二维多相机系统获得的变形前后图像进行数字图像相关,分析得到全场位移 u 、 v 和全场应变 E_{xx} 、 E_{yy} ;并分别与三维多相机系统得到的全场位移和应变结果进行比较。结果如图 7 所示。

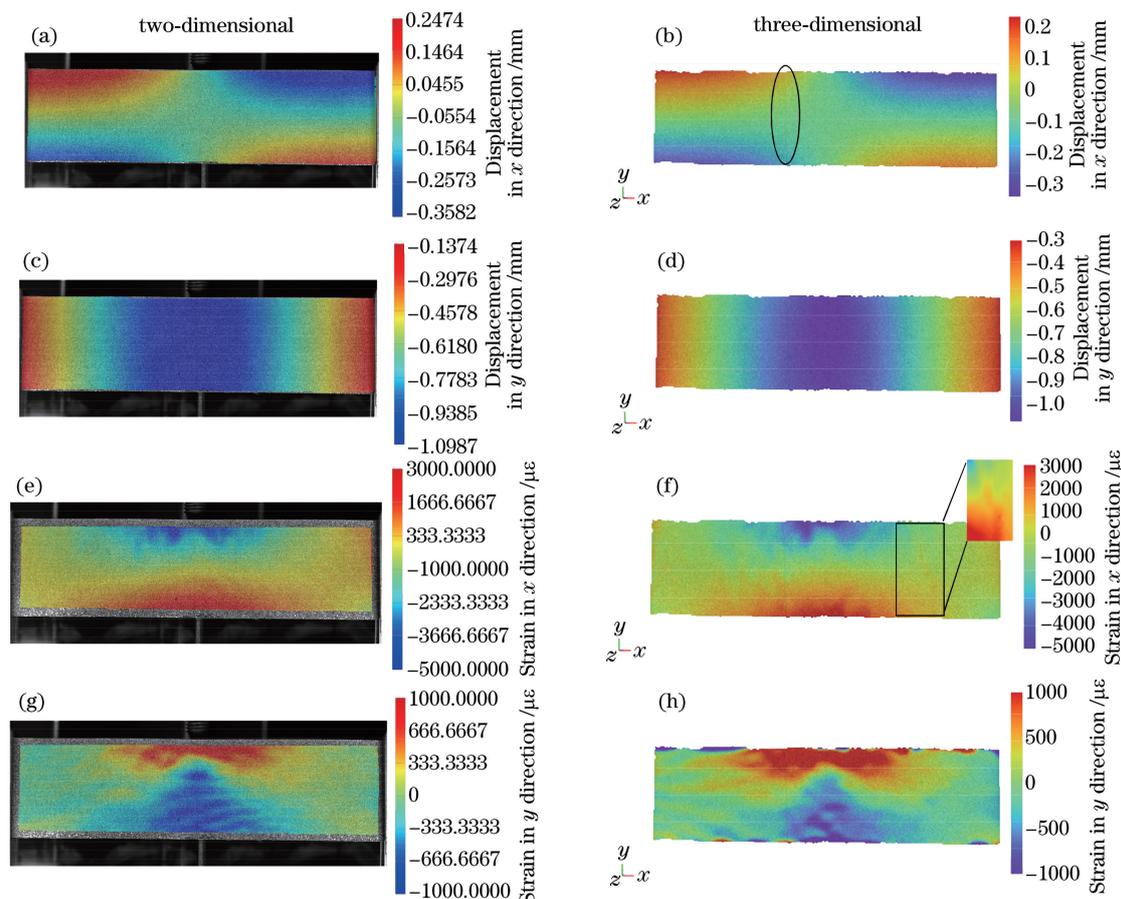


图 7 二维和三维多相机系统位移场及应变场结果比较

Fig. 7 Comparison between displacement field and strain field results of two-dimensional and three-dimensional multi-camera system

从图 7 可以看出,二维多相机数字图像相关方法计算得到的位移和应变场均没有图像拼接痕迹,二维和三维多相机系统的位移场和应变场趋势都比较吻合。两种方法中 x 方向位移场均呈蝶形分布,说明在拼接方向上依然可以达到较高的位移精度且没有拼接痕迹; y 方向位移场均从两端支座位置到加载位置逐渐增大;两者的位移误差很小,验证了该方法的位移精度。三维多相机方法在计算出三维数据之后直接显示在原始图像上,因此不同图像之间的曝光等差异会导致图 7(b)所示折痕。二维多相机系统 x 方向应变场在跨中位置的顶部和底部分别出现最小值和最大值,中性层位置应变基本为 0,跨中顶部由于受集中荷载作用,最小值的数值比最大值大。梁的宽高比约为 4,因此不能简化为细长梁模型进行讨论,但荷载及结构关于跨中对称,应变场也基本如此。三维多相机系统使用标定结果对数据进行拼接,当标定结束后若相机发生微小的运动,就会出现图 7(f)矩形区域所示的应变场折痕,这在文献[6]中亦有提及。但基于散斑的二维多相机数字图像相关系统由于采用试件表面散斑进行拼接,所以在测量过程中只要试件表面为平面,相机发生微小的

运动不会对测量结果造成很大的影响。

8 结 论

提出了一种全场非接触二维数字图像相关方法,采用改进的图像拼接方法提高了图像的有效分辨率。通过纯平移实验验证了该方法应变测量的精度和准确度,并通过橡胶梁三点弯实验,与三维多相机数字图像相关方法进行比较,验证了该方法在细长构件变形测量研究中的重要意义。该方法使用的相机数量为三维多相机系统的一半,减少了硬件成本,且不需要对相机之间的外部参数进行标定,因此在测量过程中,相机发生的微小运动对结果的影响不明显。该方法也存在二维数字图像相关方法的局限性,例如试件表面近似为一个平面,变形过程中发生的离面位移较小,同时受图像拼接的精度所限,分析拼接过程中的各种误差影响因素并提高图像的拼接精度、实现高精度的变形测量是今后研究的重点。

参 考 文 献

- 1 Pan B, Qian K, Xie H, *et al.* Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: A review[J]. *Measurement Science and Technology*, 2009, 20(6): 062001.
- 2 Sutton M A, Orteu J J, Schreier H. *Image correlation for shape, motion and deformation measurements: Basic concepts, theory and applications*[M]. New York: Springer Science & Business Media, 2009.
- 3 Dai Yuntong, Chen Zhenning, Zhu Feipeng, *et al.* Measurement of Lüders band in small size low carbon steel specimen by 3D digital image correlation method[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, 47(1): 119-126.
戴云彤, 陈振宁, 朱飞鹏, 等. 小尺寸低碳钢试件吕德斯效应的三维数字图像相关测量[J]. *力学学报*, 2015, 47(1): 119-126.
- 4 Liu Cong, Chen Zhenning, He Xiaoyuan. Application of 3D-DIC in experimental study on mechanical properties of civil structures[J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2014, 44(2): 339-344.
刘 聪, 陈振宁, 何小元. 3D-DIC 在土木结构力学性能试验研究中的应用[J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2014, 44(2): 339-344.
- 5 Shao Xinxing, Dai Yuntong, He Xiaoyuan, *et al.* Real-time digital image correlation for quasi-static test in civil engineering[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(10): 1012003.
邵新星, 戴云彤, 何小元, 等. 实时数字图像相关用于土木准静态实验测量[J]. *光学学报*, 2015, 35(10): 1012003.
- 6 Chen F, Chen X, Xie X, *et al.* Full-field 3D measurement using multi-camera digital image correlation system[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2013, 51(9): 1044-1052.
- 7 Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- 8 Szeliski R. Image alignment and stitching: A tutorial[J]. *Foundations and Trends® in Computer Graphics and Vision*, 2006, 2(1): 1-104.
- 9 Bay H, Ess A, Tuytelaars T, *et al.* Speeded-up robust features (SURF) [J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2008, 110(3): 346-359.
- 10 Nocedal J, Wright S. *Numerical optimization*[M]. New York: Springer Science & Business Media, 2006.
- 11 Schreier H W, Sutton M A. Systematic errors in digital image correlation due to undermatched subset shape functions[J]. *Experimental Mechanics*, 2002, 42(3): 303-310.
- 12 Pan B, Xie H, Wang Z. Equivalence of digital image correlation criteria for pattern matching[J]. *Applied Optics*, 2010, 49(28): 5501-5509.
- 13 Shao X, Dai X, He X. Noise robustness and parallel computation of the inverse compositional Gauss-Newton algorithm in digital image correlation[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2015, 71: 9-19.
- 14 Lowe D G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2004, 60(2): 91-110.
- 15 Bentley J L. Multidimensional binary search trees used for associative searching[J]. *Communications of the ACM*, 1975, 18(9): 509-517.
- 16 Beis J S, Lowe D G. Shape indexing using approximate nearest-neighbour search in high-dimensional spaces[C]. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1997: 1000-1006.
- 17 Shao Xinxing, Chen Zhenning, Dai Xiangjun, *et al.* High-accuracy two-dimensional full field strain measurement method

- using camera array[J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2015, 45(5): 483-490.
- 邵新星, 陈振宁, 代祥俊, 等. 相机阵列测量二维应变场的高精度分析方法[J]. *中国科学: 技术科学*, 2015, 45(5): 483-490.
- 18 Burt P J, Adelson E H. A multiresolution spline with application to image mosaics[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 1983, 2(4): 217-236.
- 19 Davis J. Mosaics of scenes with moving objects[C]. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1998: 354-360.
- 20 Pan Bing, Xie Huimin. Full-field strain measurement based on least-square fitting of local displacement for digital image correlation method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, 27(11): 1980-1986.
- 潘 兵, 谢惠民. 数字图像相关中基于位移场局部最小二乘拟合的全场应变测量[J]. *光学学报*, 2007, 27(11): 1980-1986.
- 21 Wang Y Q, Sutton M A, Bruck H A, *et al.* Quantitative error assessment in pattern matching: Effects of intensity pattern noise, interpolation, strain and image contrast on motion measurements[J]. *Strain*, 2009, 45(2): 160-178.
- 22 Yoneyama S, Kikuta H, Kitagawa A, *et al.* Lens distortion correction for digital image correlation by measuring rigid body displacement[J]. *Optical Engineering*, 2006, 45(2): 023602.