

相干合成中的随机并行梯度下降算法性能研究

李兴珂 何云涛

北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100191

摘要 随机并行梯度下降算法(SPGD)是一种基于直接性能指标优化的相位控制方法,在自适应光学中有较好的适用性。该算法主要包含增益系数和随机扰动幅度两个可变参数,其取值对算法收敛性有很大的影响。对双边 SPGD 算法实现收敛时参数的取值要求进行研究,结合算法原理分析了算法参数的取值范围,并通过大量仿真实验找出所有使双边 SPGD 算法收敛的增益系数和随机扰动幅度值;得到随机扰动幅度的取值下限,理论和仿真分析了下限存在的原因及取值;在相干合成中存在相位噪声,研究了不同相位校正器参数的情况下可使算法收敛的参数的取值范围。

关键词 自适应光学; 随机并行梯度下降算法; 相位控制; 梯度估计; 相干合成

中图分类号 O437 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.1201001

Performance of Stochastic Parallel Gradient Descent Algorithm in Coherent Combination

Li Xingke He Yuntao

School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China

Abstract Stochastic parallel gradient descent algorithm (SPGD), a phase control method based on directly optimizing performance index, has good applicability in adaptive optics. The algorithm involves two variable parameters: gain coefficient and random perturbation amplitude, whose values have great influence on the convergence of the algorithm. The requirements of the parameter values for the convergence of SPGD algorithm are discussed, and the value range of parameters are analyzed by combining with the principle of the algorithm. Furthermore, a large number of simulations are conducted to analyze all the gain coefficients and the amplitude of random disturbance, which can ensure the convergency of bilateral SPGD. Meanwhile, the lower limit of the random disturbance amplitude is obtained, and the reason for its existence and the lower limit value are also analyzed theoretically and experimentally. With the existence of phase noise in coherent combination, the range of parameters for the algorithm to be convergent is analyzed with different phase corrector parameters.

Key words adaptive optics; stochastic parallel gradient descent algorithm; phase control; gradient estimation; coherent combination

OCIS codes 010.1080; 070.2025; 120.4820; 120.5050; 120.5060

1 引言

现如今,光纤阵列技术在高功率激光合成、激光相控阵以及光学上变频综合孔径成像等领域的应用越来越广泛,而光在光纤中传输时会产生非线性效应且易受到外界干扰,从而使传输光的部分特性改变,引入相位噪声。在实际的相干合成系统中,相位噪声使光纤阵列各单元光束之间的相位差随时间随机抖动,严重破坏系统工作性能,因而必须对相位噪声进行校正^[1-6]。

目前,常见的自适应光学系统相位控制方法可分为被动相位控制方法和主动相位控制方法。其中被动

收稿日期: 2016-06-15; 收到修改稿日期: 2016-07-21

基金项目: 上海航天创新基金(SAST2015090)、国家自然科学基金(11673079)

作者简介: 李兴珂(1993—),女,硕士研究生,主要从事相位控制方面的研究。E-mail: xkli123@126.com

导师简介: 何云涛(1982—),男,博士,讲师,硕士生导师,主要从事微波光子学方面的研究。

E-mail: yuntaohe@buaa.edu.cn

相位控制方法结构简单、易实现,但是较主动相位控制方法而言对环境较为敏感,易受外界干扰^[7]。主动相位控制方法主要有外差法^[8-9]、多抖动法^[10-11]和优化算法^[12-13]。外差法能够准确、高速地进行相位噪声检测和补偿,但随着合成路数的增加,系统变得较为复杂;多抖动法系统结构简单,但是随着合成路数的增加,系统信噪比下降,且最大抖动频率很高,易受硬件系统性能的限制;优化算法是对系统直接性能指标进行优化的自适应光学控制技术,无需利用波前传感信息进行相位重构,该方法把相位控制过程转换为寻找性能指标最优值的过程,使系统复杂度大大降低,适用于大多数自适应光学系统^[14-15]。目前,公开的文献中用于相干合成的优化算法主要有遗传算法、爬山法、模拟退火算法^[16]及随机并行梯度下降(SPGD)算法等^[17-18]。其中遗传算法中有大量参数需要调整,实现起来较为复杂;爬山法和模拟退火算法是非梯度下降算法,收敛速度较慢。相比而言,SPGD算法收敛速度较快、易于实现,在算法参数和评价函数选择合理的情况下可以保证收敛,具有较好的适用性。

目前,国内外对于 SPGD 算法及其硬件系统已有大量的研究,主要用于高功率激光合成、大气湍流条件下的相位控制以及光学成像等方面^[19-23]。公开的文献在 SPGD 算法参数选取方面的研究较少,只是定性描述参数存在的范围,在实际应用中常根据前人经验对参数取值,没有具体的选取准则^[24]。

本文以两路相干合成系统为模型来研究 SPGD 算法的参数特性。分析了 SPGD 算法的梯度估计误差,并指出了为了减小梯度估计误差的影响,算法的参数存在一定的范围;针对相干合成中的相位噪声,深入分析了双边 SPGD 算法系统参数之间的关系和规律,并分析不同相位校正器参数对算法参数取值范围的影响;总结出使 SPGD 算法收敛的参数选取准则。

2 SPGD 算法的原理分析

2.1 SPGD 算法原理分析

在 SPGD 算法中,选用直接性能指标作为评价函数,评价函数 J 与控制相位 φ 的关系是:评价函数沿着控制相位时变梯度的反方向变化^[25]。对于两路相干合成系统,评价函数 J 与控制相位 φ 满足

$$\tau \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} = -\delta_{\varphi} J, \quad (1)$$

式中 τ 为时间常数, $\varphi(t)$ 为控制相位, $\delta_{\varphi} J$ 为评价函数的变化量。在动态过程中,由于 $\delta_{\varphi} J$ 无法计算,评价函数 J 与控制相位 φ 的关系未知,而在自适应光学中,可以通过测量评价函数 J 来获取 $\delta_{\varphi} J$ 。在实际应用中各路控制相位与相应控制电压的关系为

$$\varphi(t) = k u(t), \quad (2)$$

式中 $u(t)$ 为作用到相位校正器的控制电压, k 为相位控制器参数,表示控制相位与控制电压的比值,其取值由波前校正器决定。所以评价函数与控制电压的关系可进一步表示为

$$\tau \frac{du(t)}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial u}, \quad (3)$$

式中 γ 为常数小量。由(3)式可以得到评价函数对时间的导数

$$\frac{dJ(t)}{dt} = \frac{\partial J(u)}{\partial u} \frac{du}{dt} = -\gamma \left(\frac{\partial J}{\partial u} \right)^2 \tau^{-1}. \quad (4)$$

由(4)式可知 γ 的正负会影响评价函数的单调性,当 γ 取正值时,评价函数 J 随时间单调递减,趋向于极小值;当 γ 取负值时,评价函数 J 随时间单调递增,趋向于极大值。在闭环自适应光学系统中,相位控制电压离散化之后可写为

$$u^{n+1} = u^n - \gamma \frac{\partial J}{\partial u}. \quad (5)$$

由于实际系统中 J 的函数形式不可知,无法得到梯度函数,因此需要对梯度进行估计^[26-29]。

2.2 SPGD 算法梯度估计分析

SPGD 算法中采用光圈标记技术^[28]来进行梯度估计,即连续施加微小扰动信号到相位控制端,并测量评价函数的变化量,进而实现对梯度的估计。对 δJ 进行泰勒级数展开得到

$$\delta J = \frac{\partial J}{\partial u} \delta u + \varphi_2, \quad (6)$$

式中 φ_2 可表示为

$$\varphi_2 = \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 J}{\partial u^2} (\delta u)^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 J}{\partial u^3} (\delta u)^3 + o[(\delta u)^3], \quad (7)$$

式中 $o[(\delta u)^3]$ 表示三阶无穷小量,进而单边 SPGD 算法下的梯度估计表示为

$$\frac{\partial J}{\partial u} = \frac{\delta J}{\delta u} - \frac{\varphi_2}{\delta u}, \quad (8)$$

式中 δu 为微小扰动,在单边 SPGD 算法中用 $\delta J/\delta u$ 来估计真实梯度 $\partial J/\partial u$,梯度估计误差为 $-\varphi_2/\delta u$ 。而双边 SPGD 算法顺序施加扰动 $\pm \delta u$ 时,梯度估计过程为

$$\delta J_+ = J_+ - J = \frac{\partial J}{\partial u} (\delta u) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 J}{\partial u^2} (\delta u)^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 J}{\partial u^3} (\delta u)^3 + o[(\delta u)^3], \quad (9)$$

$$\delta J_- = J_- - J = \frac{\partial J}{\partial u} (-\delta u) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 J}{\partial u^2} (-\delta u)^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 J}{\partial u^3} (-\delta u)^3 + o[(-\delta u)^3], \quad (10)$$

$$J_+ - J_- = \delta J_+ - \delta J_- = 2 \left[\frac{\partial J}{\partial u} (\delta u) + \varphi_3 \right], \quad (11)$$

式中 φ_3 为

$$\varphi_3 = \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 J}{\partial u^3} (\delta u)^3 + o[(\delta u)^3]。 \quad (12)$$

双边 SPGD 梯度估计表示为

$$\frac{\partial J}{\partial u} = \frac{J_+ - J_-}{2\delta u} - \frac{\varphi_3}{\delta u}。 \quad (13)$$

双边 SPGD 算法由 $(J_+ - J_-)/(2\delta u)$ 估计真实梯度 $\partial J/\partial u$,误差项为 $-\varphi_3/\delta u$,是微小扰动 δu 的二阶无穷小 $o[(\delta u)^2]$ 。由上述分析可得双边 SPGD 算法的梯度估计误差远小于单边 SPGD 算法的梯度估计,且更接近真实值。

控制相位电压更新如(5)式所示,梯度增益为 $-\gamma$,为了减少梯度估计误差带来的影响,准确估计梯度, $|\gamma|$ 的取值有一定的范围。 $|\gamma|$ 值太大,则会因梯度估计误差影响较大而难以找到最优值, $|\gamma|$ 值太小会导致算法收敛缓慢^[25,29]。

SPGD 算法并行处理时要求 δu 为服从伯努利分布的随机扰动,存在微小扰动 δu 为 0 的情况,这时 $(J_+ - J_-)/(2\delta u)$ 梯度估计会出现严重错误,采用 δJ 与 δu 的乘积进行梯度估计可以避免这种情况,梯度估计表示为

$$\frac{\partial J}{\partial u} = \frac{(J_+ - J_-) \delta u}{2 (\delta u)^2} - \frac{\varphi_3 \delta u}{(\delta u)^2}。 \quad (14)$$

(14)式所示的梯度估计结果与(13)式的估计完全一样,梯度估计误差也与(13)式的保持一致^[30]。从数理统计角度上讲, $(J_+ - J_-) \delta u / [2 (\delta u)^2]$ 以 $o[(\delta u)^2]$ 的精确度向 $\partial J/\partial u$ 逼近。令 $h = -\gamma / [2 (\delta u)^2]$, 则(5)式可以表示为

$$u^{n+1} = u^n + h \delta J \delta u, \quad (15)$$

式中 h 为增益系数, δu 为随机扰动。SPGD 算法根据(15)式更新控制相位,具体实现过程如图 1 所示。

3 增益系数和随机扰动对算法的影响

增益系数 h 和随机扰动幅度 a 的取值均对 SPGD 算法的收敛性有很大影响,而两个参数互相限制,难以从理论上推导出各个参数的取值要求,因而采用仿真的形式来研究参数的取值范围。经分析,(15)式中的参数 h 和 δu 存在合理的范围,且该范围与相位校正器参数有一定的关系。为了研究能够使双边 SPGD 算法收敛的参数取值范围,设计了仿真实验,以同一激光分束而来的两路光束相干合成为模型,两束光干涉后的轴上光强为评价函数,用 SPGD 算法实时校正其中一路光束来寻找评价函数的最优值,进而实现相位控制。

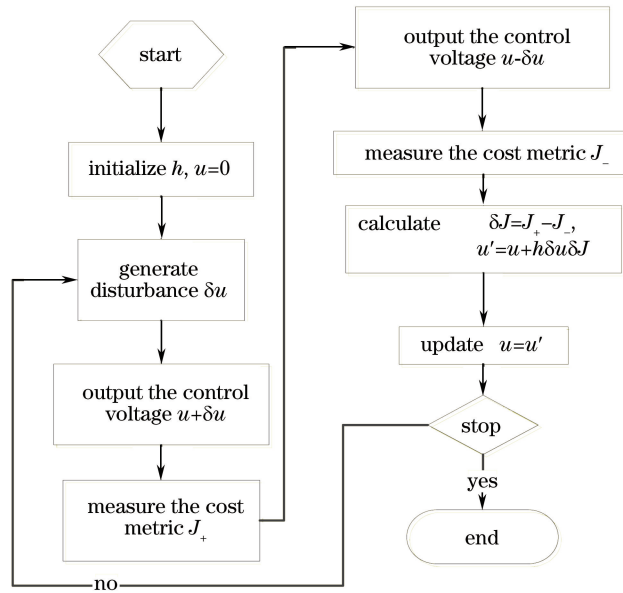


图 1 SPGD 算法流程图

Fig. 1 Flowchart of SPGD algorithm

SPGD 算法用于多通道并行校正时,随机扰动 δu 的取值服从均值为 0、方差固定的伯努利分布^[31-32],随机扰动幅度表示该分布的标准差。由理论分析可知,不同伯努利分布的绝对均值不同,这导致算法收敛性不同。通过大量仿真实验得到服从均值为 0、方差固定的伯努利分布的随机扰动与值为绝对均值的固定扰动对 SPGD 算法的收敛效果影响一致。因而在仿真中选用固定扰动代替随机扰动来研究算法参数的取值范围,降低对仿真次数的要求。

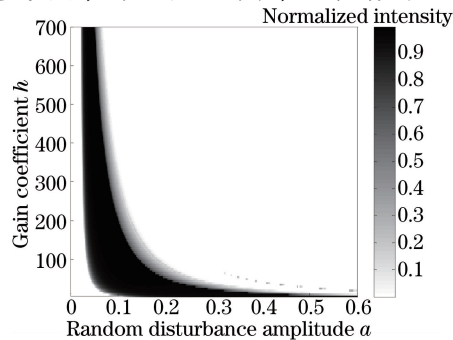
以均值为 0、方差为 a^2 的高斯分布为例进行模拟,其绝对均值为 $2a/\sqrt{2\pi}$,选用固定幅度 $2a/\sqrt{2\pi}$ 的扰动来研究随机扰动幅值对 SPGD 算法收敛效果的影响,其中变量 a 表示随机扰动幅度,是文中研究的参数之一。

此外,为了明确增益系数和随机扰动幅度对算法的影响,在仿真过程中衡量算法收敛的依据为:算法迭代一定步数之后,当评价函数的最小值达到最优值的 90% 时认为其收敛。其中一定步数之后是指迭代 500 步之后,评价函数已经进入收敛区。该收敛条件精度较高,相对比较严格,因而得到的参数范围准确度较好。

3.1 固定噪声频率增益系数和随机扰动幅值范围分析

为了便于研究算法参数对算法收敛性的影响,首先分析相位噪声为单一频率情况下增益系数 h 和随机扰动幅值 a 的取值范围。不失一般性,对评价函数做归一化处理。

设定迭代频率为 $f_{\text{iter}}=25$ kHz,相位噪声频率为 $f_{\text{noise}}=100$ Hz,相位校正器参数为 $k=1$,在该条件下对 h 和 a 大量取值,找出所有能达到收敛要求的 h 和 a 的取值,得到如图 2 所示的结果,其中深色区间为满足

图 2 $f_{\text{iter}}=25$ kHz, $f_{\text{noise}}=100$ Hz 时 h 和 a 的取值范围Fig. 2 Ranges of a and h for $f_{\text{iter}}=25$ kHz, $f_{\text{noise}}=100$ Hz

收敛要求的 h 和 a 的取值,可以看出取值区间由两条曲线围成。

由第 2.2 节中 h 与 γ 的关系以及 γ 一定的取值范围可知, $h \times a^2$ 的取值有一定的范围,因此可用曲线 $h \times a^2 = c$ 的形式拟合图形中 h 和 a 取值范围的边界,其中 c 为常数。

对 50 次实验结果取平均,并对 h 和 a 的取值范围的上限进行拟合,得到图 3(a) 所示的结果,根据拟合结果可以判定 h 和 a 的取值范围的上限为 $h \times a^2 = c_{\max}$,其中 $c_{\max} = 1.0908$ 。对不同的迭代频率和不同收敛要求进行多次实验,发现 h 和 a 的取值范围的上限均满足 $h \times a^2 = c_{\max}$,其中 c_{\max} 的取值在 1.09 附近波动。

同理,用 $h \times a^2 = c$ 的函数形式对 h 和 a 的取值范围的下限进行拟合,得到如图 3(b) 所示的曲线 $h \times a^2 = c_{\min}$,其中 $c_{\min} = 0.2596$ 。经过多次实验得到在不同的迭代频率和不同收敛要求下 c_{\min} 在 0.26 附近波动。

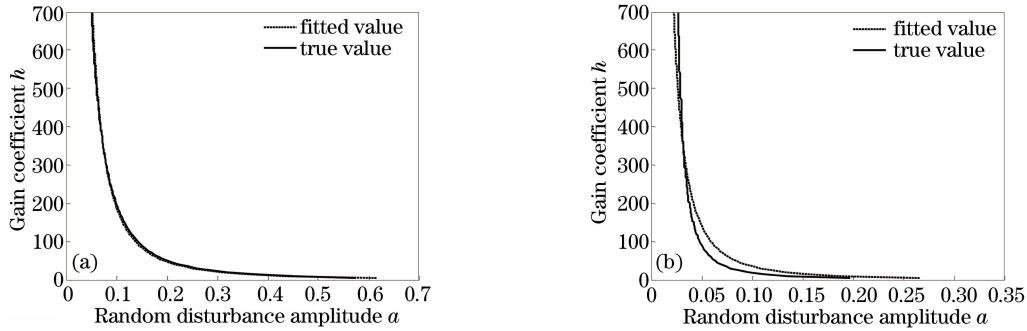


图 3 $f_{\text{iter}} = 25$ kHz 时, h 和 a 取值范围(a)上限和(b)下限拟合曲线

Fig. 3 Fitting curves for (a) upper limit and (b) lower limit of h and a ranges at $f_{\text{iter}} = 25$ kHz

改变收敛要求研究 c_{\max} 和 c_{\min} 的取值,得到的结果如表 1 所示。可以看出在不同的收敛要求下 c_{\max} 与 c_{\min} 的值会有微小波动, c_{\max} 和 c_{\min} 的差值可以用来表示 h 和 a 取值范围的大小,由表 1 可以看出收敛要求越高, h 和 a 的取值范围越小。

表 1 c_{\max} 、 c_{\min} 值随收敛要求的变化

Table 1 Values of c_{\max} and c_{\min} for different convergence requirements

Parameter	Value						
Requirement / %	90	85	80	75	70	65	60
c_{\max}	1.0901	1.0980	1.1053	1.1158	1.1327	1.1569	1.1921
c_{\min}	0.2596	0.2310	0.2153	0.2070	0.2032	0.1976	0.1942

3.2 随机扰动幅度下限分析

结合 SPGD 算法原理分析算法收敛的随机扰动幅度 a 的取值存在下限的原因。一次迭代过程中的两次采样对应的相位差不同,反向扰动较正向扰动相位差变化了 n ,所以有 $J_+ = J(u + a)$,而 $J_- = J(u - a + n)$,所以在估计梯度为

$$\frac{\partial J}{\partial u} \approx \frac{J(u + a) - J(u - a + n)}{2a - n} = \frac{J(u + a) - J(u - a + n)}{2\left(a - \frac{n}{2}\right)}. \quad (16)$$

但是由于实际系统中 n 可被忽略,因此梯度的估计值可写为

$$\frac{\partial J}{\partial u} \approx \frac{J_+ - J_-}{2a}. \quad (17)$$

当 $2a - n < 0$ 时,上述忽略 n 的操作会使估计梯度与真实梯度反向。为了保证 n 的存在不会造成梯度估计符号反向,必有 $a - n/2 > 0$,即满足 $a > n_{\max}/2$,而 n_{\max} 的值与采样率(即迭代频率)有关。如果不满足 $a > n_{\max}/2$,则梯度估计为反向而无法收敛到最优值。对于噪声频率 f_{noise} 和采样频率 f_s ($f_s = 50$ kHz),由采样造成的最大相位波动表示为

$$n_{\max} = 2\pi \sin\left(2\pi \frac{f_{\text{noise}}}{f_s} / 2\right) = 2\pi \sin\left(\frac{\pi \times f_{\text{noise}}}{f_s}\right), \quad (18)$$

则 a 的取值下限可进一步表示为 $a > n_{\max}/2 = \pi \sin(\pi f_{\text{noise}}/f_s)$ 。随机扰动幅度存在下限的原因:一次迭代过程中的两次采样时刻对应的噪声相位略有差异,这个差异会随着采样率的提高而逐渐减小,但是这个小的差异会使算法进行梯度估计时出现错误,所以要求参数 a 有下限。由图 3 的真值曲线可以得到下限范围与上述推导一致。因此,在实际应用中随机扰动幅度 a 存在下限,且下限值与算法迭代频率和相位噪声频率有关。

3.3 实际相位噪声下增益系数和随机扰动幅值范围分析

仿真采用的相位噪声为频率范围为 $0 \sim 100$ Hz 的低频噪声信号,在迭代频率为 $f_{\text{iter}} = 25$ kHz,算法相位校正器参数 $k = 1$ 的条件下进行仿真,研究其增益系数和随机扰动幅值的取值范围,得到如图 4 所示的结果。

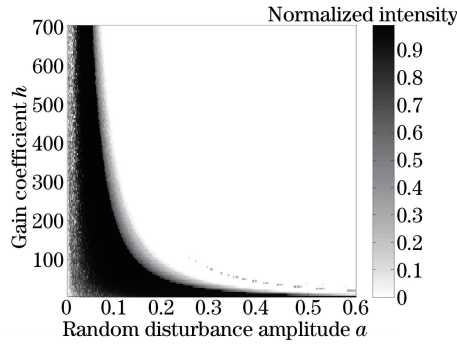


图 4 $f_{\text{iter}} = 25$ kHz, 相位噪声为 100 Hz 以内的低频噪声时 h 和 a 的取值范围

Fig. 4 Ranges of h and a for $f_{\text{iter}} = 25$ kHz and $f_{\text{noise}} \leq 100$ Hz

将图 4 与图 2 对比可以看出,在一定带宽的低频噪声下随机扰动幅值 a 的下限值明显减小。这是由于实际系统中相位噪声含有多种低频成分,连续两次采样之间的相位差变化较小,即 n_{\max} 值较小,因此 a 的下限值比单频噪声时小。

3.4 相位校正器参数对算法参数范围的影响分析

上述仿真过程中相位校正器参数设置为 1 时得到 $h \times a^2$ 的范围为 $0.26 \sim 1.09$ 。为了明确相位校正器参数 k 的取值对 $h \times a^2$ 范围的影响,在迭代频率为 $f_{\text{iter}} = 25$ kHz 时,针对不同相位校正器参数的情况进行分析,得到范围上限 c_{\max} 和下限 c_{\min} 随相位校正器参数 k 的变化曲线如图 5(a) 和图 5(b) 所示。

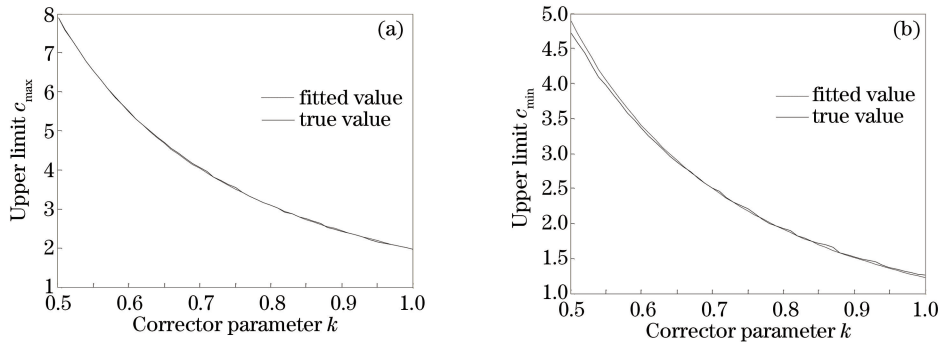


图 5 $f_{\text{iter}} = 25$ kHz 时 (a) 范围上限和 (b) 范围下限随相位校正器参数 k 的变化

Fig. 5 Variation curves of (a) upper limit and (b) lower limit with variation of k at $f_{\text{iter}} = 25$ kHz

对多次实验取平均并对曲线进行拟合得到 $c_{\max} \times k^2 \approx 1.09$, 即 $h \times a^2$ 的范围上限 c_{\max} 与 k^2 成反比。同理,对下限拟合得到 $c_{\min} \times k^2 \approx 0.26$ 。综上所述可知在实际系统中,SPGD 算法的参数取值范围满足

$$\frac{0.26}{k^2} \leq h \times a^2 \leq \frac{1.09}{k^2}. \quad (19)$$

上述结论为实际应用 SPGD 算法的参数选取提供了依据。1) 结合实际需要校正的噪声频率范围和系统迭代频率计算得到 n_{\max} 的取值,根据(18)式确定随机扰动幅度 a 的下限值;2) 依据(19)式,结合实际相位校正器参数 k ,得到评价函数归一化后的 $h \times a^2$ 的取值范围;3) 结合实际系统中评价函数值,计算得到非归一化条件下的 $h \times a^2$ 的取值范围。取上述 $h \times a^2$ 范围的交集,即可得到 SPGD 算法实际应用时增益系数和

随机扰动幅度的取值范围,从范围中选择居中的一组参数即可。

4 结 论

分析了双边 SPGD 算法梯度估计原理,根据梯度估计误差得出算法参数的选取要求,并仿真分析了算法参数的取值范围,得出双边 SPGD 算法中的增益系数 h 和随机扰动幅值 a 存在一定的制约关系,在单位相位校正器参数和合适迭代频率条件下, ha^2 的取值区间为 $[0.26, 1.09]$ 。从理论和仿真分析上得出随机扰动幅值 a 存在下限值,且下限值与噪声频率和迭代频率的比值有关。分析了相位校正器参数对增益系数 h 和随机扰动幅值 a 取值范围的影响,得到 ha^2 的取值上下限与相位校正器参数的平方成反比。上述结论对实际中算法参数的选取提供了依据,应用时要结合实际的相位校正器参数,选择相应范围内的增益系数和随机扰动幅度,并结合实际系统考虑随机扰动幅度的下限值,进而选择出合理的参数值。研究得到的 SPGD 算法参数范围对算法实际应用提供了参数选取依据,具有重要的意义。

参 考 文 献

- 1 Xiao Rui, Hou Jing, Jiang Zongfu. Experimental investigation of phase detection and compensation in coherent combining of fiber laser array[J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(1): 184-187.
肖 瑞, 侯 静, 姜宗福. 光纤激光器阵列相干合成中的位相探测与校正方法研究[J]. 物理学报, 2006, 55(1): 184-187.
- 2 Liang Yonghui, Wang Sanhong, Long Xuejun, *et al.* Experimental explorations of the laser beam cleanup system based on stochastic parallel gradient descent algorithm[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(4): 613-618.
梁永辉, 王三宏, 龙学军, 等. 随机并行梯度下降光束净化实验研究[J]. 光学学报, 2008, 28(4): 613-618.
- 3 Wang Sanhong, Liang Yonghui, Long Xuejun, *et al.* Multilevel wavefront correction technique based on stochastic parallel gradient descent algorithm[J]. Chinese J Lasers, 2009, 36(5): 1091-1096.
王三宏, 梁永辉, 龙学军, 等. 基于随机并行梯度下降算法的多级波前校正技术[J]. 中国激光, 2009, 36(5): 1091-1096.
- 4 Schuetz C A, Mirotznik M S, Shi S, *et al.* Applications of optical upconversion to sparse aperture millimeter-wave imaging[C]. SPIE, 2005, 5989: 59891C.
- 5 Schuetz C A, Mirotznik M S, Shia S, *et al.* Optical techniques for sparse-aperture millimeter-wave imaging[C]. SPIE, 2006, 6211: 62110G.
- 6 He Y, Huang H, Jiang Y, *et al.* Optical phase control for MMW sparse aperture upconversion imaging[J]. Chinese Optics Letters, 2014, 12(5): 051101.
- 7 Wang X L, Zhou P, Ma H, *et al.* Synchronization and coherent combining of two pulsed fiber ring lasers based on direct phase modulation[J]. Chinese Physics Letters, 2009, 26(5): 054211-054212.
- 8 Xiao Rui. Coherent combining technology of master oscillator power amplifier fiber arrays [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2007: 1-56.
肖 瑞. 主振荡功率放大器方案光纤激光相干合成技术[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2007: 1-56.
- 9 Goodno G D, McNaught S J, Rothenberg J E, *et al.* Active phase and polarization locking of a 1.4 kW fiber amplifier[J]. Optics Letters, 2010, 35(10): 1542-1544.
- 10 Liu L, Loizos D N, Vorontsov M A. Coherent combining of multiple beams with multi-dithering technique: 100 kHz closed-loop compensation demonstration[C]. SPIE, 2007, 6708: 67080D.
- 11 Shay T M, Benham V. A novel technique for phase locking optical fiber arrays[C]. SPIE, 2004, 5550: 313-319.
- 12 Zhou P, Wang X, Ma Y, *et al.* Stable coherent beam combination by active phasing a mutual injection-locked fiber laser array[J]. Optics Letters, 2010, 35(7): 950-952.
- 13 Vorontsov M A, Weyrauch T, Beresnev L A, *et al.* Adaptive array of phase-locked fiber collimators: Analysis and experimental demonstration[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2009, 15(2): 269-280.
- 14 Kinsky J E, Charles X Y, Murphy D V, *et al.* Beam control of a 2D polarization maintaining fiber optic phased array with high-fiber count[C]. SPIE, 2006, 6306: 63060G.
- 15 Liu Zejin, Zhou Pu, Hou Jing, *et al.* Research of coherent beam combining using actively phase-controlling[J]. Chinese J Lasers, 2009, 36(3): 518-524.
刘泽金, 周 朴, 侯 静, 等. 主动相位控制光纤激光相干合成的研究[J]. 中国激光, 2009, 36(3): 518-524.

- 16 Li X, Ma Y, Zhou P, *et al.* Coherent beam combining with double stochastic approximation based on logic comparison algorithm[J]. Optics Express, 2009, 17(2): 385-394.
- 17 Mu Jie, Jing Feng, Wang Xiao, *et al.* Error control of piston and tilt based on SPGD in coherent beam combination[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(6): 0602002.
母 杰, 景 峰, 王 逍, 等. 相干合成中基于 SPGD 算法的平移误差和倾斜误差控制[J]. 中国激光, 2014, 41(6): 0602002.
- 18 Cheng Bo, Yang Jing, Li Xinyang, *et al.* Adaptive optics control technique based on orthogonal mode perturbation gradient descent algorithm[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(8): 0801004.
陈 波, 杨 靖, 李新阳, 等. 基于正交模式扰动梯度下降算法的自适应光学控制技术[J]. 光学学报, 2015, 35(8): 0801004.
- 19 Wang Xiaolin. Study on optimization algorithm based adaptive optics in laser phased array[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011: 3-20.
王小林. 激光相控阵中的优化式自适应光学研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011: 3-20.
- 20 Zhou Pu, Liu Zejin, Wang Xiaolin, *et al.* Theoretical and experimental investigation on coherent beam combining of fiber lasers using SPGD algorithm[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(8): 2232-2237.
周 朴, 刘泽金, 王小林, 等. 随机并行梯度下降算法用于光纤激光相干合成的理论与实验研究[J]. 光学学报, 2009, 29(8): 2232-2237.
- 21 Wang Xiaolin, Zhou Pu, Ma Yanxing, *et al.* Phase control of coherent fiber laser array using stochastic parallel gradient descent algorithm and its application[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(10): 2874-2878.
王小林, 周 朴, 马阎星, 等. SPGD 算法在光纤激光相干阵列光束控制中的应用[J]. 光学学报, 2010, 30(10): 2874-2878.
- 22 Fan Ling, Qiao Chunhong, Feng Xiaoxing, *et al.* Elementary study turbulence effects resulted from laser propagation in the atmosphere based on the stochastic parallel gradient descent algorithm[J]. Journal of Atmospheric and Environmental Optics, 2009, 4(3): 183-189.
范 玲, 乔春红, 冯晓星, 等. 基于 SPGD 算法的激光大气传输湍流效应校正的初步研究[J]. 大气与环境光学学报, 2009, 4(3): 183-189.
- 23 Chen Bo, Li Xinyang, Jiang Wenhan. Optimization of stochastic parallel gradient descent algorithm for adaptive optics in atmospheric turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(4): 959-964.
陈 波, 李新阳, 姜文汉. 大气湍流自适应光学随机并行梯度下降算法的优化[J], 中国激光, 2010, 37(4): 959-964.
- 24 Peng Hao. Research of the stochastic parallel gradient descent algorithm for wavefront control technique[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008: 19-35.
彭 浩. 随机并行梯度下降波前控制算法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008: 19-35.
- 25 Vorontsov M A, Carhart G W, Cohen M, *et al.* Adaptive optics based on analog parallel stochastic optimization: Analysis and experimental demonstration[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2000, 17(8): 1440-1453.
- 26 Fu Q, Pott J U, Shen F, *et al.* Stochastic parallel gradient descent optimization based on decoupling of the software and hardware[J]. Optics Communications, 2014, 310: 138-149.
- 27 Vorontsov M A, Carhart G W. Adaptive wavefront control with asynchronous stochastic parallel gradient descent clusters [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2006, 23(10): 2613-2622.
- 28 Vorontsov M A, Sivokon V P. Stochastic parallel gradient descent technique for high resolution wave-front phase-distortion correction[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1998, 15(10): 2745-2758.
- 29 Vorontsov M A. Decoupled stochastic parallel gradient descent optimization for adaptive optics: Integrated approach for wave-front sensor information fusion[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2002, 19(2): 356-368.
- 30 Liu Lei. Research on laser beam shaping technique based on stochastic parallel gradient descent algorithm [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2013: 13-34.
刘 磊. 基于随机并行梯度下降算法的激光束整形技术研究[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2013: 13-34.
- 31 Spall J C. Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37(3): 332-341.
- 32 Dembo A, Kailath T. Model-free distributed learning[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1990, 1(1): 58-70.