

# 环形腔光折变振荡器时空混沌的反馈控制

陈潇潇<sup>1, 2</sup> 冯秀琴<sup>1</sup> 姚治海<sup>1</sup> 田作林<sup>1</sup> 王 驰<sup>1</sup>

<sup>1</sup>长春理工大学理学院, 吉林 长春 130022

<sup>2</sup>吉林师范大学物理学院, 吉林 四平 136000

**摘要** 利用反馈技术实现了环形腔光折变振荡器的时空混沌控制。数值计算结果表明,定值反馈和变量反馈技术均可实现时空混沌控制。在振荡器系统参数确定的条件下,利用定值反馈实现了对时空混沌的控制,同时系统存在反馈系数的最小值和反馈光强度的最大值。反馈技术不仅可以实现一维的时空混沌控制,还可以实现二维的控制,而且两者控制结果相似。

**关键词** 非线性光学; 光折变光学; 混沌控制; 反馈; 光折变振荡器; 时空混沌

**中图分类号** O437.1 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201636.1119001

## Feedback Control of Spatiotemporal Chaos in Photorefractive Ring Oscillator

Chen Xiaoxiao<sup>1, 2</sup> Feng Xiuqin<sup>1</sup> Yao Zhihai<sup>1</sup> Tian Zuolin<sup>1</sup> Wang Chi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>School of Physics, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China

<sup>2</sup>College of Physics, Jilin Normal University, Siping, Jilin 136000, China

**Abstract** With the feedback technique, the spatiotemporal chaos is controlled in the photorefractive ring oscillator. Numerical simulation results show that the fixed value feedback and variable feedback technologies both can realize the control of spatiotemporal chaos. When the photorefractive ring oscillator system parameters are confirmed, the control of spatiotemporal chaos is realized based on the fixed value feedback. In addition, the system has the minimum feedback coefficient and the maximum feedback light intensity to realize spatiotemporal chaos control. So the reasonable feedback coefficient and feedback light intensity must be chosen in order to control the spatiotemporal chaos. The feedback technology can not only be used to realize the one-dimensional spatiotemporal chaos control, but also the two-dimensional control, and simultaneously the two control results are similar.

**Key words** nonlinear optics; photorefractive optics; chaos control; feedback; photorefractive oscillator; spatiotemporal chaos

**OCIS codes** 190.5330; 190.1450; 190.3100; 190.4410

## 1 引 言

环形腔光折变振荡器是以光折变晶体为增益介质,通过两波相互作用,在一定条件下使其中一束光获得增益。光折变振荡器与激光器有极强的相似性,都具有丰富的时空动力学行为和非线性特征。自1982年White等<sup>[1]</sup>以BaTiO<sub>3</sub>晶体作为增益介质实现了光折变振荡器以来,研究人员对光折变振荡器的时空动力学行为和非线性行为进行了大量的理论和实验研究,例如:多模振荡<sup>[2]</sup>,频率合作锁定<sup>[3]</sup>,时空混沌<sup>[4]</sup>,横模巡游<sup>[5]</sup>,空间对称破缺<sup>[6]</sup>,三维时空脉冲<sup>[7-8]</sup>,光学湍流<sup>[9]</sup>,光学斑图<sup>[10]</sup>等。环形腔光折变振荡器的混沌动力学有阵发和倍周期两种混沌诱发机制<sup>[11-12]</sup>,环形腔光折变振荡器中的混沌控制研究也取得了一些成果<sup>[13-14]</sup>。在保密通信系统中,混沌同步有着重要的应用价值,研究者们进行了大量的研究,例如:激光器中的

收稿日期: 2016-05-28; 收到修改稿日期: 2016-08-10

基金项目: 吉林省自然科学基金(20101510)、吉林省教育厅“十二五”科学技术研究项目(2014487)

作者简介: 陈潇潇(1981—),女,博士研究生,讲师,主要从事非线性光学混沌方面的研究。E-mail: chenxx@cust.edu.cn

导师简介: 冯秀琴(1965—),女,博士,教授,博士生导师,主要从事非线性光学混沌方面的研究。

E-mail: fengxq@cust.edu.cn(通信联系人)

混沌控制与同步<sup>[15-18]</sup>, 光学双稳态中的混沌控制<sup>[19-20]</sup>, 光学参量振荡器中的混沌控制<sup>[21-22]</sup>, 混沌激光应用研究<sup>[23-24]</sup>等。本文在已有的环形腔光折变振荡器的混沌动力学研究基础上, 利用反馈法研究了环形腔光折变振荡器的时空混沌控制。

## 2 光折变振荡器系统的时空动力学模型

环形腔光折变振荡器的原理图如图 1 所示, 环形腔由三块反射镜组成, 以光折变晶体作为增益介质, 腔长为  $L$ , 晶体长度为  $l$ , 两束光的波矢分别为  $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ , 二者之间的夹角为  $2\theta$  ( $\theta$  为弧度值),  $Z$  轴在角的平分线上, 对应系统的动力学行为可由以下迭代方程表示<sup>[12,25]</sup>

$$I_{n+1} = \frac{I_n(I_n + 1)}{I_n + \exp(-\gamma l)} \exp(-\alpha l) R \rho(\varphi_n), \quad (1)$$

$$\rho(\varphi_n) = \frac{1}{1 + F \sin^2\left(\frac{\delta + \varphi_n}{2}\right)}, \quad (2)$$

$$\varphi_n = -\frac{\beta}{\gamma} \ln\left[\frac{I_n + 1}{I_n + \exp(-\gamma l)}\right], \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{2\pi n_1}{\lambda \cos \theta} \sin \phi, \quad \beta = \frac{\pi n_1}{\lambda \cos \theta} \cos \phi, \quad (4)$$

$$n_1 = \frac{2}{(1 + \Omega^2 \tau^2)^{\frac{1}{2}}} \xi, \quad (5)$$

$$\phi = \phi_0 + \arctan(\Omega \tau), \quad (6)$$

式中  $I_n$  为信号光强度;  $\alpha$  为光折变晶体的吸收系数;  $R$  为反射率;  $\rho(\varphi_n)$  为调谐损耗;  $\varphi_n$  为附加相位;  $F$  为腔的非涅耳系数;  $\delta$  为腔损耗;  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$  为两束光的频率差;  $\tau$  为晶体的响应时间;  $\xi$  为光折变饱和和常数;  $\lambda$  为激光波长;  $\phi$  为相对相移;  $\phi_0$  为光折变晶体的常数相移, 在不加外电场的晶体中  $\phi_0 = \pm \frac{\pi}{2}$ , 符号由光轴方向决定。当系统参数分别为  $\delta = 0.8, l = 0.005 \text{ m}, \alpha = 52, R = 0.92, \theta = 0.02, \lambda = 632.8 \text{ nm}, \xi = 0.00008, \Omega \tau = 0.515$  时, 系统经过倍周期分岔进入混沌状态。当  $\Omega \tau$  的值增加到 1.565 时, 系统经过倍周期倒分岔从混沌状态转化为周期态<sup>[12-13]</sup>。

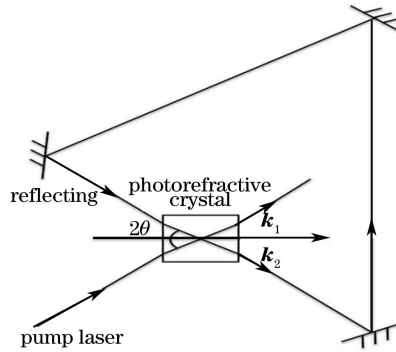


图 1 环形腔光折变振荡器原理图

Fig. 1 Schematic diagram of photorefractive ring oscillator

由于空间衍射效应, 环形腔中光折变增益介质和光场相互作用存在空间不稳定性, 描述此类非线性光学系统的动力学方程为<sup>[26]</sup>

$$\frac{\partial E}{\partial t} = N(E) + iD \nabla^2 E, \quad (7)$$

式中  $N(E)$  为光场与光折变晶体相互作用的非线性函数,  $E$  为电场强度,  $D$  为空间衍射耦合系数。光子流密度参量  $I = \frac{1}{\hbar \omega} \frac{c}{8\pi} E^2 = \frac{1}{\hbar \omega} \frac{c}{8\pi} E E^*$ , 其中  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ,  $h$  为普朗克常数,  $c$  为光速,  $\omega$  光波频率。在缓变振幅条件

下,得到如下方程

$$\frac{\partial I}{\partial t} = F(I) + D(\nabla^2 I - CI_z), \quad (8)$$

式中  $F(I)$  是描述光场的非线性函数,  $C$  为常数,  $I_z$  代表光束的本底噪声。在环形腔中,  $I_z$  均匀地分布在光束横截面上, 令  $I_z = 0$ , 则(8)式与化学反应扩散方程在形式上相同, 将该方程离散化后, 得到环形腔中光强的耦合映像格子模型, 由于一般情况下光折变晶体为薄片状, 因此考虑二维情况时有

$$I_{n+1}(i, j) = (1 - D)f[I_n(i, j)] + \frac{D}{4}\{f[I_n(i-1, j)] + f[I_n(i+1, j)] + f[I_n(i, j-1)] + f[I_n(i, j+1)]\}, i, j = 1, 2, \dots, \quad (9)$$

式中  $n$  表示时间步数,  $L$  为格点坐标,  $D$  为格点间的耦合系数,  $f[I_n(i, j)]$  为局域动力学函数。  $j=0$  相当于只考虑一维空间的时空动力学。  $I_n(i, j)$  为光折变振荡器信号光强度, 将其作为状态变量, 取周期边界条件为  $I_n(0, 0) = I_n(0, L+1) = I_n(L+1, 0) = I_n(L+1, L+1)$ 。当系统参数为  $\delta = 0.8, \phi_0 = \frac{\pi}{2}, l = 0.005 \text{ m}, \alpha = 52, R = 0.92, \theta = 0.02, \lambda = 632.8 \text{ nm}, \xi = 0.00008, \Omega\tau = 1.25, D = 0.2$  时, 一维空间系统各个格点输出光强度如图 2(a)所示, 可以看到系统输出处于时空混沌状态。图 2(b)是每个格点  $(i, j)$  的光强度二维时空斑图。

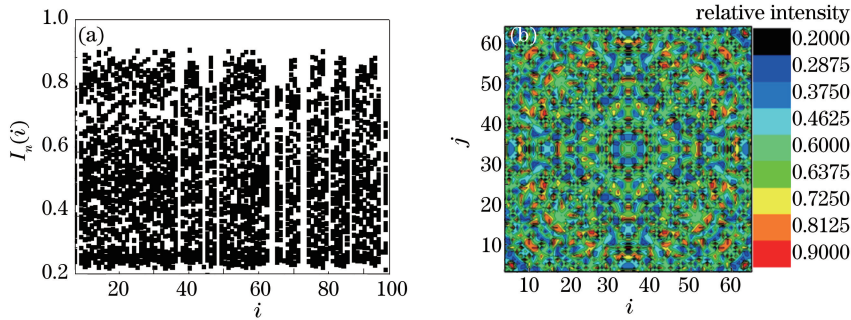


图 2 环形腔光折变振荡器时空混沌演化 ( $\Omega\tau = 1.25, D = 0.2$ )。 (a) 一维空间振幅变化图; (b) 二维时空斑图

Fig. 2 Evolution of spatiotemporal chaos in photorefractive ring oscillator ( $\Omega\tau = 1.25, D = 0.2$ ).

(a) Variation of one-dimensional amplitude; (b) two-dimensional spatiotemporal pattern

### 3 定值反馈控制环形腔光折变振荡器的混沌

定值反馈控制一般以系统的固有态为控制目标, 控制方程为

$$I_{n+1} = \frac{I_n(I_n + 1)}{I_n + \exp(-\gamma l)} \exp(-\alpha l) R\rho(\phi_n) + k(I_n - I_0), \quad (10)$$

式中  $k$  为反馈系数,  $I_0$  为反馈光强度。当系统参数  $\delta = 0.8, l = 0.005 \text{ m}, \alpha = 52, R = 0.92, \theta = 0.02, \lambda = 632.8 \text{ nm}, \xi = 0.00008, \Omega\tau = 1.25$  时, 数值计算结果表明, 能否实现混沌控制由反馈系数决定, 如果反馈系数小于 0.025, 无论反馈光强度多大, 都不能实现混沌控制。图 3(a) 为反馈光强度  $I_0 = 0.1$  时, 系统输出光强度  $I$  随反馈系数  $k$  的变化分岔图。从图中可见, 随着反馈系数的增加, 系统经过周期倒分岔逐渐从混沌状态进入周期状态, 当反馈系数增加到 0.285 时, 系统控制到稳定的周期 1。图 3(b) 为反馈系数  $k = 0.04$  时的系统输出光强度  $I$  随反馈光强度  $I_0$  的变化分岔图。当反馈光强度  $I_0 < 0.29$  时, 系统控制到周期 2; 当反馈光强度满足  $0.29 < I_0 < 0.39$  时, 系统控制到周期 4; 当反馈光强度满足  $0.39 < I_0 < 0.42$  时, 系统控制到周期 8。反馈光强度继续增加, 系统又回到混沌状态。

定值反馈控制环形腔光折变振荡器系统, 时空混沌动力学方程为

$$I_{n+1}(i, j) = (1 - D)f[I_n(i, j)] + \frac{D}{4}\{f[I_n(i-1, j)] + f[I_n(i+1, j)] + f[I_n(i, j-1)] + f[I_n(i, j+1)]\} + k[I_n(i, j) - I_0], \quad (11)$$

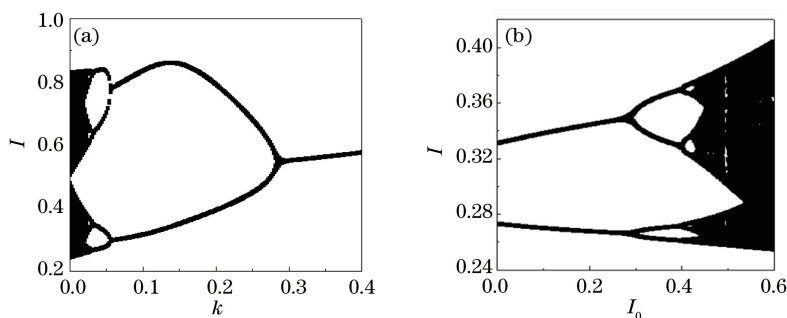


图 3 系统输出状态随反馈系数和反馈光强度变化分岔图。(a)  $I_0=0.1$  时输出光强度随反馈系数的变化;  
(b)  $k=0.04$  时输出光强度随反馈光强度的变化

Fig. 3 Bifurcation diagrams of variations of system output state with feedback coefficient and feedback optical intensity.

(a) Variation of output intensity with feedback coefficient when  $I_0=0.1$ ; (b) variance of output intensity with feedback optical intensity when  $k=0.04$

式中  $f[I_n(i, j)]$  为局域动力学函数,  $I_0$  为反馈到系统中每个空间格点的光强度,  $D$  为空间格点间的耦合强度。选取适当反馈系数, 即可将光折变环形振荡器系统的时空混沌控制成周期态。只考虑一维状态, 即  $j=0$ 。当系统参数  $\delta=0.8, \alpha=52, l=0.005 \text{ m}, R=0.92, \theta=0.02, \lambda=632.8 \text{ nm}, \xi=0.00008, \Omega\tau=1.25, D=0.2, I_0=0.1$  时, 定值反馈控制结果如图 4 所示。图 4(a)、(c)、(e) 为第 10 个格点的时间序列图, 初始条

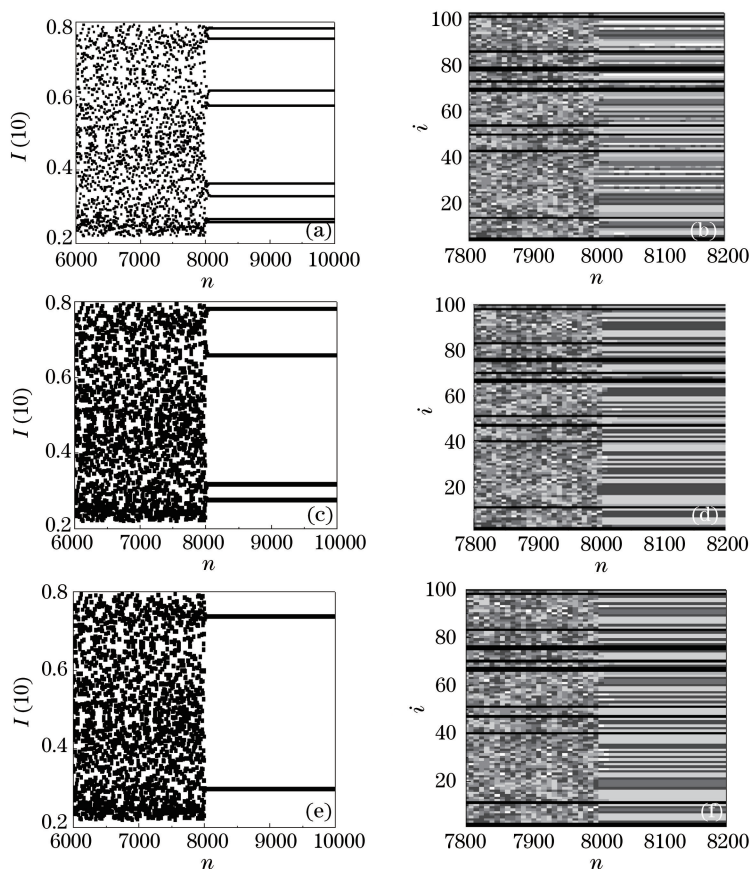


图 4 定值反馈控制环形腔光折变振荡器的时空混沌结果。(a)  $k=0.05$ , 第 10 个格点的时间序列; (b)  $k=0.05$ , 时空演化; (c)  $k=0.08$ , 第 10 个格点的时间序列; (d)  $k=0.08$ , 时空演化; (e)  $k=0.1$ , 第 10 个格点的时间序列; (f)  $k=0.1$ , 时空演化

Fig. 4 Feedback control of spatiotemporal chaos in photorefractive ring oscillator when feedback intensity is confirmed.

(a)  $k=0.05$ , time sequence of the 10th grid point; (b)  $k=0.05$ , spatiotemporal evolution; (c)  $k=0.08$ , time sequence of the 10th grid point; (d)  $k=0.08$ , spatiotemporal evolution; (e)  $k=0.1$ , time sequence of the 10th grid point; (f)  $k=0.1$ , spatiotemporal evolution

件  $I_0(i)$  为  $0 \sim 1$  之间的随机数, 边界条件为  $I_n(0) = I_n(L+1) = 0$ , 系统空间划分为 100 个格点。从图 4(a)、(c)、(e) 可见, 当反馈系数为  $k = 0.05$  时, 系统被控制到空间均匀的周期 8 行波解; 当反馈系数为  $k = 0.08$  时, 系统被控制到空间均匀的周期 4 行波解; 当反馈系数为  $k = 0.1$  时, 系统被控制到空间均匀的周期 2 行波解; 当反馈系数增大到  $k = 0.12$  时, 控制过程出现负值而失效。图 4(b)、(d)、(f) 为对应的时空演化图, 从  $n = 8000$  开始控制, 随着反馈系数的增加, 控制后各个格点的光强度出现不同的时空周期。

在相同参数条件下, 当反馈系数满足  $0.05 < k < 0.4$  时, 二维空间所有格点均控制成周期态 4 或周期态 2, 由于反馈系数不同, 每个格点的光强度也不同。图 5(a)~(c) 分别为  $k = 0.05, 0.1, 0.3$  时系统的时空斑图。当反馈系数  $k \geq 0.4$  时, 空间所有格点均控制成周期态 1, 如图 5(d) 所示, 可以看见, 如果忽略边缘效应, 空间所有格点输出光强度均等。

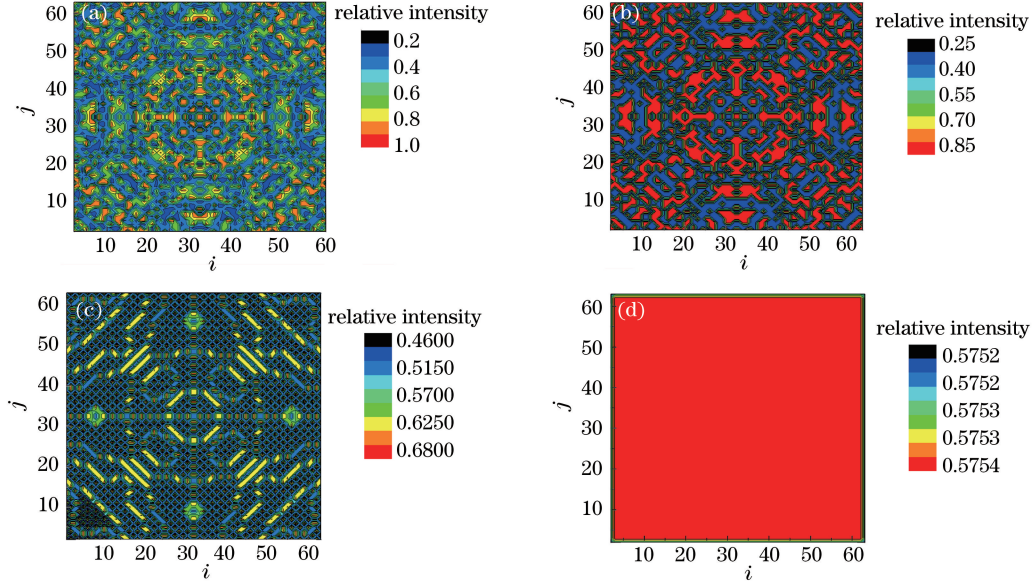


图 5 定值反馈控制环形腔光折变振荡器的二维时空混沌时空斑图。(a)  $k = 0.05$ ; (b)  $k = 0.1$ ; (c)  $k = 0.3$ ; (d)  $k = 0.4$

Fig. 5 Spatiotemporal patterns of feedback control of two-dimensional spatiotemporal chaos in photorefractive ring oscillator when feedback intensity is confirmed. (a)  $k = 0.05$ ; (b)  $k = 0.1$ ; (c)  $k = 0.3$ ; (d)  $k = 0.4$

#### 4 变量反馈控制环形腔光折变振荡器的时空混沌

变量反馈控制是将系统输出光强度反馈到原系统, 控制方程为

$$I_{n+1} = \frac{I_n(I_n + 1)}{I_n + \exp(-\gamma l)} \exp(-\alpha l) R \rho(\phi_n) + k(I_n - I_{n-1}) \quad (12)$$

选取适当反馈系数, 同样可将光折变环形振荡器系统的时空混沌控制成周期态。当系统参数为  $\delta = 0.8$ ,  $\alpha = 52$ ,  $l = 0.005$  m,  $R = 0.92$ ,  $\theta = 0.02$ ,  $\lambda = 632.8$  nm,  $\xi = 0.00008$ ,  $\Omega\tau = 1.25$  时, 变量反馈控制系统输出光强度随反馈系数的变化分岔图如图 6 所示, 可以看到, 随着反馈系数的增加, 系统经过倍周期倒分岔从混沌状

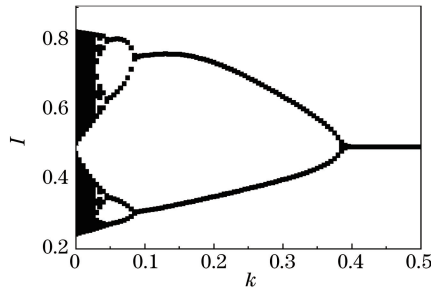


图 6 变量反馈控制系统输出光强度随反馈系数的变化分岔图

Fig. 6 Bifurcation diagram of variance of system output optical intensity with feedback coefficient when feedback intensity is variable

态逐渐转化为周期态 1。

变量反馈控制环形腔光折变振荡器系统的时空混沌的方程为

$$I_{n+1}(i, j) = (1 - D)f[I_n(i, j)] + \frac{D}{4}\{f[I_n(i - 1, j)] + f[I_n(i + 1, j)] + f[I_n(i, j - 1)] + f[I_n(i, j + 1)]\} + k[I_n(i, j) - I_{n-1}(i, j)]. \quad (13)$$

初始条件和边界条件与定值反馈控制相同,当空间格点间的耦合系数  $D = 0.2$  时,变量反馈控制时空混沌结果如图 7 所示。从  $n = 8000$  开始施加反馈控制,图 7(a)、(c)、(e)、(g)为第 10 个格点的时间序列图,可以看

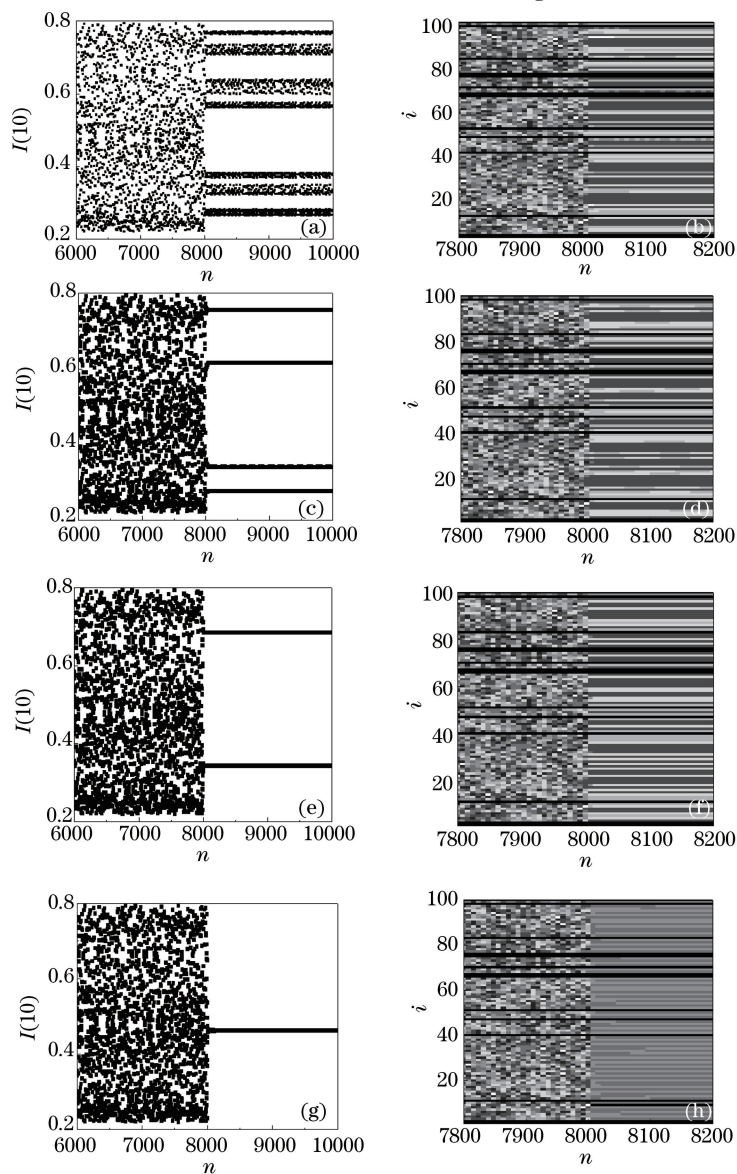


图 7 变量反馈控制环形腔光折变振荡器的时空混沌结果。(a)  $k = 0.08465$ , 第 10 个格点的时间序列; (b)  $k = 0.08465$ , 时空演化; (c)  $k = 0.1$ , 第 10 个格点的时间序列; (d)  $k = 0.1$ , 时空演化; (e)  $k = 0.2$ , 第 10 个格点的时间序列; (f)  $k = 0.2$ , 时空演化; (g)  $k = 0.42$ , 第 10 个格点的时间序列; (h)  $k = 0.42$ , 时空演化

Fig. 7 Feedback control of spatiotemporal chaos in photorefractive ring oscillator when feedback intensity is variable.

(a)  $k = 0.08465$ , time sequence of the 10th grid point; (b)  $k = 0.08465$ , spatiotemporal evolution; (c)  $k = 0.1$ , time sequence of the 10th grid point; (d)  $k = 0.1$ , spatiotemporal evolution; (e)  $k = 0.2$ , time sequence of the 10th grid point; (f)  $k = 0.2$ , spatiotemporal evolution; (g)  $k = 0.42$ , time sequence of the 10th grid point; (h)  $k = 0.42$ , spatiotemporal evolution

见,当反馈系数为  $k=0.08465$  时,系统被控制到准周期解;当反馈系数为  $k=0.1$  时,系统被控制到空间均匀的周期 4 行波解;当反馈系数为  $k=0.2$  时,系统被控制到空间均匀的周期 2 行波解;当反馈系数增大到  $k=0.42$  时,系统被控制到空间均匀的周期 1 行波解。图 7(b)、(d)、(f)、(h) 为对应的时空演化图,可以看见不同的反馈系数对应不同的时空周期。

在相同参数条件下,当反馈系数  $k \geq 0.08$  时,二维空间所有格点均被控制成周期态 4 或周期态 2。数值分析结果表明,在二维空间里,变量反馈不能将环形腔光折变振荡器控制成周期态 1。图 8(a) 和图 8(c) 分别为  $k=0.08$  和  $k=0.2$  时控制前后格点 (32,32) 的时间序列,可以看见,系统分别被控制到周期态 4 和周期态 2。图 8(b) 和图 8(d) 分别为  $k=0.08$  和  $k=0.2$  时控制后的系统的时空斑图。

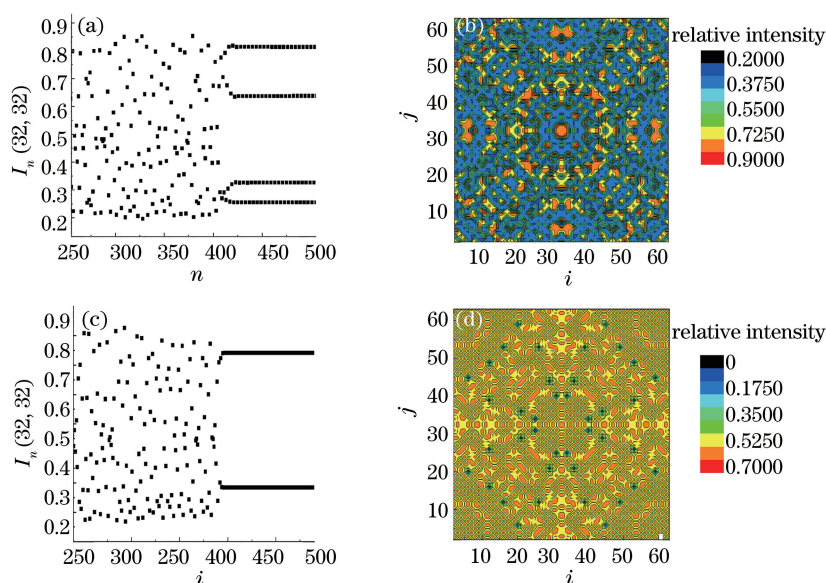


图 8 变量反馈控制环形腔光折变振荡器的二维时空混沌结果。(a)  $k=0.08$ , 格点 (32,32) 的时间序列;

(b)  $k=0.08$  的时空斑图; (c)  $k=0.2$ , 格点 (32,32) 的时间序列; (d)  $k=0.2$  的时空斑图

Fig. 8 Feedback control of two-dimensional spatiotemporal chaos in photorefractive ring oscillator when feedback intensity is variable. (a)  $k=0.08$ , time sequence of the grid point (32,32); (b)  $k=0.08$ , spatiotemporal pattern;

(c)  $k=0.2$ , time sequence of the grid point (32,32); (d)  $k=0.4$ , spatiotemporal pattern

## 5 结 论

利用定值反馈和变量反馈技术可对环形腔光折变振荡器系统进行混沌控制,适当选取不同的反馈系数和反馈光强度,可以将环形腔光折变振荡器控制到稳定的周期态。在定值反馈控制方法中,反馈系数和反馈光强度有最大值限制。在相同系统参数  $\delta=0.8, \alpha=52, l=0.005 \text{ m}, R=0.92, \theta=0.02, \lambda=632.8 \text{ nm}, \xi=0.00008, \Omega\tau=1.25$  下,当反馈系数为 0.04 时,反馈光强度的最大值为 0.42;当反馈光强度为 0.1 时,反馈系数的最大值为 0.12。变量反馈对反馈系数没有限制,随着反馈系数的增加,系统逐渐从混沌状态转化为准周期态,系统逐渐进入周期态 4、周期态 2、周期态 1。采用相同的控制方法,二维空间控制结果与一维空间有所不同。在二维空间里,定值反馈法可将环形腔光折变振荡器系统控制到周期态 1,而变量反馈法只能将环形腔光折变振荡器系统控制到周期态 2。

## 参 考 文 献

- White J O, Cronin-Golomb M, Fischer B, *et al.* Coherent oscillation by self-induced gratings in the photorefractive crystal  $\text{BaTiO}_3$  [J]. Appl Phys Lett, 1982, 40(6): 450-452.
- Zhuang J, Tan W H. Instability of a multimode oscillation in a photorefractive ring oscillator [J]. Phys Rev A, 1996, 54(6): 5201-5209.
- Zhuang J, Tan W H. Cooperative frequency locking and spatiotemporal chaos in a photorefractive oscillator [J]. J Opt Soc

- Am B, 1998, 15(8): 2249-2254.
- 4 Arecchi F T, Giacomelli G, Ramazza P L. Experimental evidence of chaotic itinerancy and spatiotemporal chaos in optics[J]. Phys Rev Lett, 1990, 65(20): 2531-2534.
  - 5 Heonequin D, Dambly L, Dangoisse P, *et al.* Basic transverse dynamics of a photorefractive oscillator[J]. J Opt Soc Am B, 1994, 11(4): 676-684.
  - 6 Montina A, Bortolozzo U, Residori S, *et al.* Non-Gaussian statistics and extreme waves in a nonlinear optical cavity[J]. Phys Rev Lett, 2009, 103(17): 173901.
  - 7 Montina A, Bortolozzo U, Residori S, *et al.* Complex dynamics of a unidirectional optical oscillator based on a liquid-crystal gain medium[J]. Physical Review A, 2007, 76(3): 033826.
  - 8 Bortolozzo U, Montina A, Arecchi F T, *et al.* Spatiotemporal pulses in a liquid crystal optical oscillator[J]. Phys Rev Lett, 2007, 99(2): 023901.
  - 9 Sheu F, Shih M. Spatial coherence of an optical turbulent beam in a biased photorefractive crystal due to the spatiotemporal modulation instability[J]. Optics Communications, 2007, 278(1): 187-193.
  - 10 Lushnikov P M, Mamaev A V. Spontaneous hexagon formation in photorefractive crystal with a single pump wave[J]. Optics Letters, 1999, 24(21): 1511-1513.
  - 11 Xu Jiong, Zhuang Jun, Zhao Li, *et al.* Photorefractive oscillator coupled and transverse dynamics pattern[J]. Science in China (Series A), 2002, 32(12): 1057-1065.  
徐 炯, 庄 军, 赵 利, 等. 光折变振荡器耦合和横向动力学模式[J]. 中国科学(A), 2002, 32(12): 1057-1065.
  - 12 Zhuang Jun, Tan Weihai. Bifurcation and chaos of unidirectional photorefractive ring oscillators[J]. Acta Physica Sinica, 1995, 44(12): 1930-1934.  
庄 军, 谭维翰. 单向光折变环形振荡器的分岔与混沌行为[J]. 物理学报, 1995, 44(12): 1930-1934.
  - 13 Chen X X, Feng X Q, Yao Z H, *et al.* Controlling spatiotemporal chaos of photorefractive ring oscillator with constant bias[C]. SPIE, 2012: 855419.
  - 14 Chen X X, Feng X Q, Tian Z L, *et al.* Controlling and synchronizing the spatiotemporal chaos of photorefractive ring oscillators with coupling[J]. Modern Phys Lett B, 2016, 30(18): 1650236.
  - 15 Xue Pingping, Zhang Jianzhong, Yang Lingzhen, *et al.* Chaotic synchronization and optimization of semiconductor ring lasers[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(4): 0414002.  
薛萍萍, 张建忠, 杨玲珍, 等. 半导体环形激光器的混沌同步及优化[J]. 光学学报, 2015, 35(4): 0414002.
  - 16 Zhang Yu, Feng Yuling, Yao Zhihai. Generation and synchronization of chaos in single-ring Erbium-doped fiber lasers based on delay phase-shift feedback control[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(7): 0714003.  
张 栩, 冯玉玲, 姚治海. 基于延时相移反馈控制的单环掺铒光纤激光器的混沌产生与同步[J]. 光学学报, 2015, 35(7): 0714003.
  - 17 Zhang Shenghai, Yang Hua, Qian Xingzhong. A method for controlling hyperchaos of er-doped fiber laser — Nonlinear time-delay feedback modulating-parameter[J]. Acta Physica Sinica, 2004, 53(11): 3706-3709.  
张胜海, 杨 华, 钱兴中. 一种控制掺铒光纤激光器超混沌的方法——非线性延时反馈参数调制法[J]. 物理学报, 2004, 53(11): 3706-3709.
  - 18 Zhang Xu, Shen Ke. Controlling spatiotemporal chaos in coupled map lattice systems[J]. Acta Physica Sinica, 2001, 50(4): 624-628.  
张 旭, 沈 柯. 耦合映象格子中时空混沌的控制[J]. 物理学报, 2001, 50(4): 624-628.
  - 19 Yue L J, Shen K. Controlling and synchronizing spatiotemporal chaos of the coupled Bragg acousto-optical bistable map system using nonlinear feedback[J]. Chin Phys, 2005, 14(9): 1760-1765.
  - 20 Yue L J, Shen K. Controlling spatiotemporal chaos of coupled bistable map lattice systems using constant bias[J]. Phys Lett A, 2005, 340(1): 170-174.
  - 21 Feng Xiuqin, Yao Zhihai, Tian Zuolin, *et al.* Controlling hyperchaos and periodic state synchronization of degenerate optical parametric oscillators[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(12): 8414-8419.  
冯秀琴, 姚治海, 田作林, 等. 简并光学参量振荡器的超混沌控制与周期态同步[J]. 物理学报, 2010, 59(12): 8414-8419.
  - 22 Feng X Q, Shen K. Controlling hyperchaos in a system of degenerate optical parametric oscillators by means of resonant three-wave interaction[J]. Tech Phys Lett, 2007, 33(7): 578-580.
  - 23 Pan Xingmao, Wu Zhengmao, Tang Xi, *et al.* Chaos synchronization and communication in mesh network based on mutually coupled semiconductor lasers[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(12): 1202005.



- 潘兴茂, 吴正茂, 唐 曦, 等. 基于互耦半导体激光器的混沌网状网络的同步与通信[J]. 中国激光, 2013, 40(12): 1202005.
- 24 Wang Wenge, Liu Li, Zhang Jianguo, *et al.* Ultra-wideband remote chaotic imaging radar over fiber links[J]. Chinese J Lasers, 2016, 43(1): 0114003.  
王文珂, 刘 丽, 张建国, 等. 基于光纤链路传输的远程超宽带混沌成像雷达[J]. 中国激光, 2016, 43(1): 0114003.
- 25 Yeh P. Theory of unidirectional photorefractive ring oscillators[J]. J Opt Soc Am B, 1985, 2(12): 1924-1928.
- 26 Lu W P, Yu D J, Harrison R G. Control of patterns in spatiotemporal chaos in optics[J]. Phys Rev Lett, 1996, 76(18): 3316-3319.